

Краткие сообщения

01

Динамика потока ионов в электронном слое

© Ю.А. Коваленко, А.С. Чихачев

Всероссийский электротехнический институт,
111250 Москва, Россия
e-mail: churchhev@mail.ru

(Поступило в Редакцию 17 апреля 2012 г. В окончательной редакции 27 августа 2012 г.)

Изучено ускорение ионного потока в электронном слое, представляющем собой поток электронов, движущихся в поперечном электрическом поле и удерживаемых собственным магнитным полем. Показана возможность извлечения из плазмы тяжелых ионов со скоростями, меньшими ионно-звуковой скорости, и дальнейшего ускорения тяжелых частиц внешним полем.

Введение

Процесс извлечения ионов из плазмы является важным для эксперимента и этому процессу посвящено большое количество теоретических работ (см. [1–5]). Так, показано [1], что плазму покидают ионы со скоростями выше ионно-звуковой скорости. В условиях, близких к реальным, когда температура электронов больше температуры ионов ($T_e \gg T_i$), число ускоряемых ионов оказывается экспоненциально малым. В работе [2] изучался процесс ускорения ионов в нестационарной задаче. В работе [3] показано, что переходный слой в системе „плазма–вакуум“ является в принципе бесконечно большим. Работы [4,5] изучают равновесные состояния при наличии ненулевого потока электронов. В настоящей работе изучается одномерная стационарная модель, в которой электроны движутся в скрещенных $E \times H$ полях и удерживаются собственным магнитным полем. Считается, что ионы достаточно тяжелые, ускоряются электрическим полем и магнитное поле на них не влияет. Рассмотрены также состояния компонент плазмы в случае, когда электроны занимают полупространство.

1. Состояния ионного потока в электронном слое

Пусть при $x = 0$ задан поток ионов с пренебрежимо малой ($\sim v_{Ti}$) начальной скоростью v_0 . Рассматривается одномерная задача — от координат y и z ничего не зависит. Магнитное поле имеет только компоненту H_z , причем магнитное поле является собственным, создаваемым потоком электронов вдоль оси y . Электроны движутся в плоскости x, y под действием электрического и магнитного полей, причем $v_z^e \equiv 0$. Ансамбль электронов будем описывать бесстолкновительным кинетическим уравнением. Произвольная функция интегралов движения является решением этого уравнения. Интегралов движения в данной задаче три: энергия H (задача стационарная) и обобщенные импульсы $P_y = p_y - \frac{e}{c} A_y(x)$

и $P_z = p_z$. Здесь p_y, p_z — компоненты импульса электрона, $A_y(x)$ — компонента векторного потенциала. Функцию распределения положим в виде

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \psi(H, P_y, p_z) = \kappa \frac{\sigma(H_0 - H)}{\sqrt{H_0 - H}} \delta(P_y - p_0) \delta(p_z). \quad (1)$$

Здесь $\sigma(x)$ — функция Хевисайда: $\sigma(x) = 1, x > 0$; $\sigma = 0, x < 0$, κ — нормированная константа, H_0 — константа, имеющая размерность энергии и играющая роль температуры, p_0 — характерный импульс электрона в направлении, перпендикулярном магнитному полю. Гамильтониан $H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} - e\Phi$, m — масса электрона, $-e$ — заряд, $\Phi(x)$ — потенциал электрического поля.

В дальнейшем увидим, что распределение вида (1) позволяет дать компактное описание достаточно сложной физической ситуации.

При вычислении интеграла для плотности ($n_e = \int f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) d\mathbf{p}$) выполним сначала замену переменной интегрирования p_x через H :

$$dp_x = \frac{dH}{m\sqrt{H + e\Phi - \frac{p_y^2}{2m} - \frac{p_z^2}{2m}}}$$

и проинтегрируем по dp_y и по dp_z с использованием δ -функций. Получим

$$n_e = k \int \frac{dH}{\sqrt{H_0 - H}} \frac{1}{\sqrt{H + e\Phi - \frac{1}{2m} (p_0 + \frac{e}{c} A_y(x))^2}}. \quad (2)$$

При этом пределы интегрирования ограничены условием положительности подкоренных выражений в (2): $H_0 > H > -e\Phi + \frac{1}{2m} (p_0 + \frac{e}{c} A_y)^2$. Интеграл отличен от нуля, только если верхний предел больше нижнего: $H_0 > -e\Phi + \frac{1}{2m} (p_0 + \frac{e}{c} A_y)^2$. Легко получить

$$n_e = n_0 \sigma \left(H_0 + e\Phi - \frac{1}{2m} \left(p_0 + \frac{e}{c} A_y \right)^2 \right), \quad (3)$$

где $n_0 = \pi\kappa\sqrt{H_0}$. Поскольку в определении функции распределения (1) входит $\delta(p_0 - P_y)$, переменная интегрирования p_y принимает единственное значение $p_y = p_0 + \frac{e}{c}A_y$ и плотность тока электронов j_y принимает вид

$$j_y = -\frac{e}{m} \int p_y f d\mathbf{p} = -\frac{e}{m} \left(p_0 + \frac{e}{c} A_y(x) \right) n_e. \quad (4)$$

Отметим, что границы „ступеньки“ плотности n_e определяются точками x_* , удовлетворяющими равенству $H_0 + e\Phi(x_*) - \frac{1}{2m} \left(p_0 + \frac{e}{c} A_y(x_*) \right)^2 = 0$.

Поведение холодных ионов будем описывать гидродинамическими уравнениями: уравнением непрерывности, из которого следует $n_i v_i = \Gamma_i$, где Γ_i — плотность потока ионов, v_i — скорость ионов вдоль оси x , n_i — плотность ионов, и уравнением движения, приводящим к соотношению $n_i = \frac{\Gamma_i}{\sqrt{v_0^2 - \frac{2e\Phi}{M}}}$, где M — масса иона, v_0 — начальная скорость.

Уравнение для потенциала Φ имеет вид

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 4\pi e(n_e - n_i) = 4\pi e n_0 \left(1 - \frac{\Gamma_i}{n_0 \sqrt{v_0^2 - \frac{2e\Phi}{M}}} \right). \quad (5)$$

Уравнение для компоненты векторного потенциала может быть записано в виде

$$\frac{d^2 A_y}{dx^2} = -\frac{4\pi}{c} j_y = \frac{4\pi e n_0}{mc} \left(p_0 + \frac{e}{c} A_y(x) \right). \quad (6)$$

Введем безразмерные переменные: $\frac{e\Phi}{H_0} = \phi$, $\xi = \frac{x}{l_0}$, $l_0 = \sqrt{\frac{H_0}{4\pi n_0 e^2}}$, $a_x = \frac{e}{p_0 c} A_y$. Тогда уравнения для компонент потенциала преобразуются к виду

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = \sigma \left(1 + \phi(\xi) - \frac{p_0^2}{2mH_0} (1 + a(\xi))^2 \right) - \frac{v_i}{\sqrt{u_0^2 - 2\phi(\xi)}}. \quad (7)$$

Здесь $v_i = \Gamma_i / (n_0 v_s)$, $v_s = \sqrt{H_0/M}$, $u_0 = v_0/v_s$.

$$\frac{d^2 a(\xi)}{d\xi^2} = \frac{H_0}{mc^2} (1 + a(\xi)) = \varrho^2 (1 + a(\xi)), \quad \varrho = \sqrt{H_0/mc^2}. \quad (8)$$

Изучим далее условие $1 + \phi - \frac{p_0^2}{2mH_0} (1 + a)^2 > 0$, определяющее границы электронного слоя. Положим $\phi(0) = 0$ и выясним, при каких условиях $\xi = 0$ является границей слоя. В этом случае $1 + \phi - \frac{p_0^2}{2mH_0} (1 + a)^2 < 0$ при $\xi < 0$. Положим $\frac{p_0^2}{2mH_0} = 1$ и запишем общее решение уравнения (8) в виде $a = -1 + \alpha \text{sh}(\varrho\xi) + \beta \text{ch}(\varrho\xi)$, где константы α и β определяются физическими условиями. Если положить $\beta = 1$, то оказывается, что электроны могут быть локализованы только при $\xi > 0$, т.е. $\xi = 0$

является границей слоя. Величина H_0 по существу является температурой электронного ансамбля. В качестве характерной величины этой температуры электронов можно взять 50 eV, что является большой, но достижимой в реальных условиях величиной. При этом параметр $\varrho = 0.01$. Запишем далее условие, которому должно удовлетворять граничное значение $\xi = \xi_{\max}$ для слоя электронов: $1 + \phi(\xi_{\max}) - (\text{ch}(\varrho\xi_{\max}) + \alpha \text{sh}(\varrho\xi_{\max}))^2 = 0$. Это условие зависит также от вида функции $\phi(\xi)$. Следует заметить, что для ускорения ионов эта функция должна монотонно убывать. Максимальная величина энергии ионов не превышает H_0 , если ионы попадают в слой с нулевой начальной энергией, т.е. ионы можно укорить только на величину энергии, равной или меньшей температуры электронов. Рассмотрим решение уравнения (7) в области слоя, считая, что $\frac{p_0^2}{2mH_0} = 1$. Это уравнение имеет интеграл вида

$$\frac{d\phi}{d\xi} = \pm \sqrt{\varphi_0'^2 + (v_i - \sqrt{u_0^2 - 2\varphi_0})^2 - (v_i - \sqrt{u_0^2 - 2\varphi})^2}. \quad (9)$$

Здесь $\varphi_0 = \phi(\xi)|_{\xi=0}$, $\varphi_0' = \frac{d\phi(\xi)}{d\xi}|_{\xi=0}$. В параметрическом виде решение для $\phi(\xi)$ имеет вид

$$\phi = 0.5u_0^2 - 0.5(v_i - b \cos(s))^2, \quad \xi = v_i s - b \sin(s) - v_i s_0 + b \sin(s_0), \quad (10)$$

введено обозначение $b = \sqrt{\varphi_0'^2 + (v_i - \sqrt{u_0^2 - 2\varphi_0})^2}$.

Заметим, что $\xi = 0$, если $s = s_0$. Будем далее считать, что $\varphi_0 = 0$, и рассмотрим сначала случай $u_0 = 0$. Тогда $\cos(s_0) = \frac{v_i}{\sqrt{\varphi_0'^2 + v_i^2}}$, $\sin(s_0) = \frac{\varphi_0'}{\sqrt{\varphi_0'^2 + v_i^2}}$. Решение при этих значениях параметров приведено на рис. 1.

Здесь ионы ускоряются от нулевой энергии при $\xi = 0$ до энергии $W \sim H_0$ при $\xi = \xi_{\max} \sim 1.1$. Далее ионы движутся в вакууме и ускоряются в самосогласованном поле.

Далее изучим ситуацию, когда начальная энергия ионов равна H_0 , при этом $u_0 = \sqrt{2}$. В этом случае коэффициент α может иметь существенно меньшее значение,

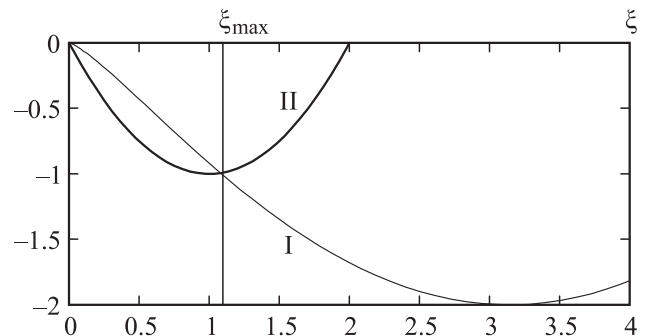


Рис. 1. Кривая I — решение для потенциала при $u_0 = 0$, $\varphi_0' = 0$, $v_i = 1$ (тогда $s_0 = 0$), кривая II — зависимость $1 + (\text{ch}(0.01\xi) - 100\text{sh}(0.01\xi))^2$.

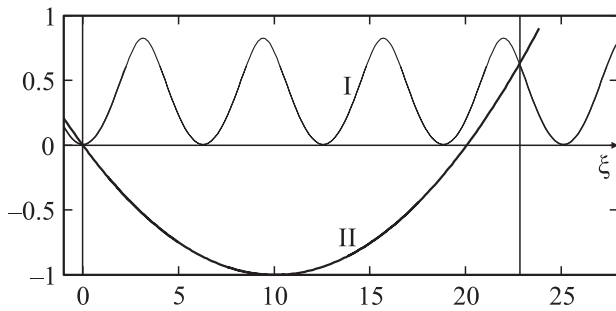


Рис. 2. Кривая I — зависимость потенциала при $u_0 = \sqrt{2}$, $\varphi'_0 = 0$, $v_i = 1$, кривая II — зависимость $-1 + (\text{ch}(0.01\xi) - 10\text{sh}(0.01\xi))^2$.

положим $\alpha = 10$. Соответствующее решение приведено на рис. 2.

Зависимость потенциала от координаты носит колебательный характер, в соответствии с чем ионы сначала замедляются от энергии H_0 до энергии $\sim 0.2H_0$ — в максимуме потенциала. Колебания происходят вблизи точек, где выполняется соотношение квазинейтральности $n_i = n_e$. После достижения точки $\xi = \xi_{\text{max}} \approx 22.8$ ионы ускоряются в электрическом поле до энергии, определяемой внешним электродом с потенциалом, определяемым, в свою очередь, самосогласованным решением для поля, создаваемого ионным потоком.

Таким образом, в рассматриваемой модели нет ограничения для извлечения ионов со скоростями, меньшими ионно-звуковой. Отметим, что в этом разделе рассмотрена ситуация с ненулевым потоком электронов, однако в отличие от работ [4,5] здесь направление тока не совпадает с направлением тока ионов, а является перпендикулярным ему.

2. Модель „плазма–вакуум“ с резкой границей

Рассмотрим ситуацию, когда электроны занимают полупространство $x < 0$. Возьмем решение уравнения (6) при $p_0 = 0$. Имеют смысл решения, убыва-

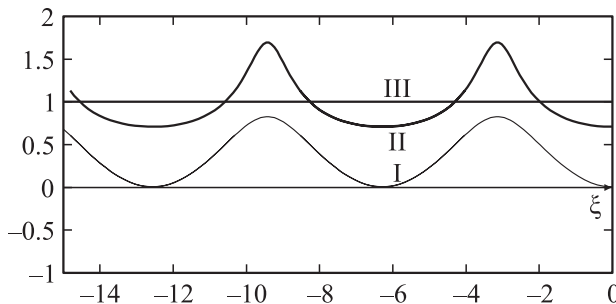


Рис. 3. Кривая I — зависимость потенциала от координаты, кривая II — зависимость плотности ионов от координаты. Плотность электронов имеет вид ступеньки — единица при $\xi < 0$ и нуль в области $\xi > 0$ (III).

ющие при $x \rightarrow -\infty$. Тогда $A_y(x) = C_0 \exp(2\kappa\xi)$. Положим, что величина C_0 удовлетворяет соотношению $e^2 C_0^2 / 2mH_0 c^2 = 1$. Уравнение для безразмерного потенциала $\varphi(\xi)$ в этом случае имеет вид

$$\frac{d^2\varphi(\xi)}{d\xi^2} = \sigma (1 + \varphi(\xi) - \exp(2\kappa\xi)) - \frac{v_i}{\sqrt{u_0^2 - 2\varphi(\xi)}}. \tag{11}$$

Приведем далее частное решение (11) при $\kappa = 0.01$, $v_i = 1$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = 0$.

На рис. 3, кривая I — зависимость потенциала от координаты, кривая II — зависимость плотности ионов от координаты. Плотность электронов имеет вид ступеньки — единица при $\xi < 0$ и нуль в области $\xi > 0$ (III). Как и в случае слоя, колебания плотности ионов происходят вблизи условия квазинейтральности. При $\xi > 0$ происходит быстрое ускорение ионов.

Таким образом, в рассмотренных случаях при наличии электронного слоя, удерживаемого собственным магнитным полем, и электронов, занимающих полупространство, ионы с относительно малыми скоростями (меньшими ионно-звуковой) могут покинуть область, занятую электронами, и далее ускоряться в вакууме под воздействием поля, создаваемого внешним электродом. Существенно отметить, что в обоих рассмотренных случаях имеется ненулевой поток электронов, перпендикулярный потоку ионов.

Список литературы

- [1] Riemann K.-U. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1991. Vol. 24. P. 493–519.
- [2] Barminova H.E., Chikhachev A.S. // Review of Scientific Instruments, 2012. Vol. 83. P. 02B505.
- [3] Strenberg N., Godyak V. // IEEE Transactions of Plasma Science. 2007. Vol. 35. N 5. P. 1341–1349.
- [4] Коваленко Ю.А., Чернышев Т.В., Чихачев А.С. // Известия РАН. Серия „Энергетика“. 2001. № 4. С. 24–28.
- [5] Коваленко Ю.А., Чернышев Т.В., Чихачев А.С. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 4. С. 142–145.