01

Взаимная синхронизация в системе двух бистабильных генераторов при регулярных и хаотических колебаниях

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Московская область, Россия e-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 18 октября 2011 г. В окончательной редакции 4 апреля 2012 г.)

Проведен численный анализ новой математической модели, описывающей два связанных модифицированных генератора Чуа. Уравнения парциального генератора отличаются от классических уравнений введением дополнительной запаздывающей обратной связи при иной записи безразмерного времени. Изучены переключающиеся хаотические колебания, стимулированные дополнительной обратной связью, когда без нее реализуются регулярные движения. Показано, что как при взаимной синхронизации обычных регулярных колебаний, так и при хаотической синхронизации колебаний, стимулированных дополнительной обратной связью, остаются разностные колебания; разностных колебаний нет лишь при идентичных управляющих параметрах парциальных генераторов. Воздействие внешнего гармонического сигнала позволяет осуществлять управление колебаниями хаотической системы связанных модифицированных бистабильных генераторов.

Введение

До сих пор значительное внимание уделяется генератору Чуа, обладающему, несмотря на свою простоту, очень сложной динамикой. Его исследованию посвящено большое число работ. Он вошел в учебные пособия [1–3] и находит важные практические применения [4]. В классическом варианте в нем используется кусочно-линейная характеристика [1–3], но возможны различные аппроксимации нелинейности активного элемента, в том числе и кубическая [5]. При кубической аппроксимации уравнения, описывающие схему Чуа, известны так же как модифицированные уравнения Ван дер Поля–Дуффинга [6–8].

Бистабильный хаос, генерируемый схемой Чуа, формируется благодаря наличию двух бассейнов притяжения, в которых ударно возбуждаются резонансные колебания. В связи с этим колебательный контур должен обладать достаточно высокой добротностью. Хаотический характер колебательного процесса определяется нерегулярностью переключения нарастающих движений, поочередно возбуждающихся в двух бассейнах притяжения. Представляет интерес исследование возможности возбуждения в каждом бассейне притяжения сложных хаотических колебаний, что наряду с нерегулярным их переключением должно привести к генерированию более развитого бистабильного хаоса. Это оказывается возможным при введении дополнительной запаздывающей обратной связи (ДЗОС), которая, как известно, стимулирует процесс хаотизации в простых системах, например в классическом генераторе Ван дер Поля [9]. В настоящей работе предпринята попытка создания усложненных хаотических (гиперхаотических) колебаний путем введения в генераторе Чуа (ДЗОС) и рассматриваются колебательные процессы в связанной системе модифицированных таким образом генераторов. Приводятся результаты анализа воздействия на систему связанных модифицированных генераторов Чуа внешнего гармонического сигнала.

Исходные уравнения

Модифицированные уравнения Чуа при использовании однонаправленной ДЗОС могут быть представлены в виде

$$dx/dt = y - x - h(x),$$

$$dy/dt = (1/\alpha) [x - y + z + \gamma_0 x(t - \tau)],$$

$$dz/dt = -\delta(y + \rho z).$$
 (1)

Переменная x в этих уравнениях отображает изменение напряжения на нелинейном элементе, переменная y — изменение напряжения на конденсаторе колебательного контура, а переменная z — изменение тока индуктивности. Постоянные коэффициенты α , δ , ρ выражаются через параметры схемы. При этом ρ является параметром диссипации, а γ_0 — коэффициентом ДЗОС, τ — время запаздывания в элементе связи.

Нелинейность активного элемента при его кубической аппроксимации можно записать следующим образом:

$$h(x) = \mu x + \nu x^3, \tag{2}$$

где *µ*, *v* — постоянные коэффициенты.

В системе (1) в отличие от общеизвестных уравнений Чуа [1–3], в которых принята стандартная запись, нормированное время выбрано так, что в частном случае можно положить $\alpha = 0$, что означает отсутствие емкости, шунтирующей индуктивность. В этом случае будем иметь

$$dx/dt = z - h(x) + \gamma_0 x(t - \tau),$$

$$dz/dt = -\delta[x + (1 + \rho)z + \gamma_0 x(t - \tau)].$$

Эти уравнения описывают процессы в уравнениях триггера ДЗОС, которая, естественно, обеспечивает возможность возбуждения колебаний, в том числе и хаотических. При ее отсутствии (при $\gamma_0 = 0$) будем иметь

$$dx/dt = z - h(x),$$

$$dz/dt = -\delta[x + (1+\rho)z].$$

Эти уравнения обладают двумя устойчивыми состояниями, что поясняет физическую сущность наличия двух бассейнов притяжения в генераторе Чуа.

В соответствии с записью уравнений (1) часть колебаний, формируемых на емкости нелинейного элемента схемы Чуа, подается с помощью элемента связи, содержащей линию задержки (например, акустическую, а в простейшем случае — кабель), на колебательный контур, который образуется при шунтировании индуктивности триггера емкостью, собственно и определяющей отличие генератора Чуа от триггера.

Возможны различные способы связи между генераторами Чуа. Они реализовывались применительно к резистивной, емкостной и индуктивной связям. Исследовались также кольцевые системы. В первых работах, посвященных их взаимной синхронизации, результаты которых вошли в учебные пособия [3], рассматривалась симметричная взаимная связь со стороны колебательных контуров при идентичности подсистем. Более эффективной является связь со стороны нелинейных элементов. При этом целесообразно рассматривать неидентичные подсистемы, так как создание идентичных генераторов хаоса на практике не представляется возможным.

Для системы двух бистабильных генераторов с ДЗОС, симметрично связанных со стороны их нелинейных элементов через резистор, можно аналогично работе [10] получить следующую систему уравнений:

$$dx_{1}/dt = y_{1} - x_{1} - h(x_{1}) + \gamma(x_{2} - x_{1}),$$

$$dy_{1}/dt = (1/\alpha_{1}) [x_{1} - y_{1} + z_{1} + \gamma_{0}x_{1}(t - \tau)],$$

$$dz_{1}/dt = -\delta_{1}(y_{1} + \rho_{1}z_{1}),$$

$$dx_{2}/dt = y_{2} - x_{2} - h(x_{2}) + \gamma(x_{1} - x_{2}),$$

$$dy_{2}/dt = (\alpha_{0}/\alpha_{1}) [x_{2} - y_{2} + z_{2} + \gamma_{0}x_{2}(t - \tau)],$$

$$dz_{2}/dt = -\delta_{2}(y_{2} + \rho_{2}z_{2}),$$

(3)

где α_0 — параметр расстройки, равный отношению емкостей колебательных контуров первого и второго генераторов, γ — коэффициент взаимной связи. Остальные управляющие параметры парциальных подсистем имеют прежний смысл. При этом нелинейности активных элементов определяются соотношением (2) при записи переменных *x* с соответствующими индексами.

Численный анализ уравнений, описывающих систему связанных модифицированных генераторов Чуа, проводился методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом интегрирования по времени $\Delta t = 0.1$. Значения неизменяемых параметров в случаях автономной работы и взаимной связи выбраны так, что $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 9$, $\delta = \delta_1 = \delta_2 = 1.586$, $\tau = 10\pi$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu = -1.25$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0.1$. При этом начальные условия определялись значениями $x(0) = x_1(0) = x_2(0) = 0.1$, $y(0) = y_1(0) = y_2(0) = z(0) = z_1(0) = z_2(0) = 0.$

При анализе влияния воздействия внешнего гармонического сигнала, имеющего амплитуду B и частоту ω_e , уравнение для производной dy_1/dt системы (3) записывалось в виде

$$dy_1/dt = (1/\alpha_1)[x_1 - y_1 + z_1 + \gamma_0 x_1(t - \tau) + B\cos(\omega_e t)].$$
 (3a)

После замены этим выражением второго уравнения в соотношениях (3) получаем систему уравнений, описывающую колебательные процессы в связанных модифицированных генераторах при воздействии внешнего гармонического сигнала на колебательный контур первого парциального генератора.

Автономные колебания генератора с ДЗОС

Исходные режимы работы парциального генератора без ДЗОС (при $\gamma_0 = 0$) отличались величиной параметра потерь в колебательном контуре. Рассмотрены режимы работы, при которых $\rho = 0.01$ и 0.001. В случае $\rho = 0.01$ при $\gamma_0 = 0$ реализовались регулярные колебания в одном из бассейнов притяжения, определяемом начальными условиями. В случае малых потерь, когда $\rho = 0.001$, как и при их отсутствии (при $\rho = 0$), при $\gamma_0 = 0$ возбуждались хаотические колебания, которым соответствовал хаотический аттрактор типа двойной завиток.

На рис. 1 приведена бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая особенности генерирования колебаний модифицированным бистабильным генератором в случае управления колебаниями с помощью ДЗОС при $\rho = 0.01$. На диаграмме показано изменение максимальных значений колебательного процесса x(t) (обо-



Рис. 1. Изменение максимальных значений колебаний x(t) в зависимости от величины коэффициента ДЗОС при $\rho = 0.01$.

значенных через [x]) в зависимости от коэффициента дополнительной запаздывающей обратной связи.

Как следует из диаграммы, в соответствии с начальными условиями возбуждение регулярных колебаний происходит в положительном бассейне притяжения: они сохраняются при достижении коэффициентом ДЗОС величины $\gamma_0 \approx 0.1$. В интервале значений $\gamma_0 \in [0.11, 0.46]$ реализуются нерегулярные колебания с их переключением между двумя бассейнами притяжения, что отображается разбросом точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса. В соответствии с большим числом степеней свободы, определяемой ДЗОС, нерегулярные колебания отображают более развитый хаос, чем в обычном генераторе Чуа, являясь в этом смысле гиперхаотическими. Как показывают расчеты фрагментов реализаций колебательного процесса, средняя частота переключений между бассейнами притяжения повышается с увеличением величины уо. При превышении величины $\gamma_0 \approx 0.46$ происходит дехаотизация движений: возбуждаются регулярные колебания, которым соответствует большой предельный цикл. На диаграмме это отображается сплошной линией, возникающей после бифуркационного значения $\gamma_0 \approx 0.46$.

В случае $\rho = 0.001$, когда при $\gamma_0 = 0$ возбуждаются хаотические колебания, переключающиеся между бассейнами притяжения, увеличение параметра ДЗОС при достижении им значения $\gamma_0 \approx 0.13$ приводит к генерированию более развитого хаоса (гиперхаоса), что отображается большей нерегулярностью разброса точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса. Средняя частота переключений колебаний между бассейнами притяжения повышается с увеличением γ_0 . Бифуркация перехода к регулярным колебаниям, которым в фазовом пространстве соответствует большой предельный цикл, происходит при меньшем значении параметра связи (при $\gamma_0 \approx 0.33$), чем в случае $\rho = 0.01$.

На рис. 2 приведены спектры мощности, соответствующие колебаниям, реализующимся при управляющих параметрах, соответствующих характерным значениям коэффициента обратной связи на диаграмме, представленной на рис. 1. Видно, что в то время, как при

0

ළ ^{−20}

-40

-60



0.5

ω

отсутствии ДЗОС (кривая 1) генерируются регулярные колебания на частоте $\omega \approx 0.33$, при $\gamma_0 = 0.2$ спектр колебаний (кривая 2) отображает, как и диаграмма рис. 1, хаос. Максимум спектра мощности вблизи частоты $\omega \approx 0.01$ соответствует средней частоте переключений, а резонансный выброс около частоты $\omega \approx 3.2$ отображает резонансные колебания, определяемые резонансной частотой колебательного контура.

Хаотизация колебаний при введении ДЗОС обусловлена тем, что она обеспечивает возможность возбуждения многих колебаний. При этом автоколебания, задержанные в цепи дополнительной обратной связи, воздействуют на возбуждающиеся колебания наподобие внешних и приводят к асинхронной динамике. Процессы усложняются благодаря эффекту автомодуляции, неизбежно возникающему в системах с запаздыванием.

Взаимная синхронизация при регулярных автоколебаниях

Синхронизация колебаний исследовалась во многих работах и является одним из фундаментальных явлений, свойственных автоколебательным нелинейным системам [11]. Оно широко используется на практике как применительно к регулярным, так и к хаотическим системам. Поскольку в исследуемом генераторе при параметре потерь, равном $\rho = 0.01$, в одном и том же генераторе при различных ДЗОС возможны как хаотические режимы работы, так и регулярные, представляет интерес рассмотрение и сопоставление процессов вза-имной синхронизации генераторов в этих режимах.

В соответствии с диаграммой, представленной на рис. 1, взаимная синхронизация регулярных колебаний может быть реализована при $\gamma_0 < 0.1$ и, в частности, при $\gamma_0 = 0$. Такая взаимная синхронизация иллюстрируется рис. 3, *a*, на котором показано изменение максимальных значений разности регулярных колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ (обозначенных через $[x_1 - x_2]$) для двух величин коэффициента связи γ (при $\gamma_0 = 0$) в зависимости от величины параметра α_0 . Видно, что как при $\gamma = 0.4$ (кривая *I*), так и при $\gamma = 0.8$ (кривая *2*) синхронизированные колебания идентичны лишь при $\alpha_0 = 1$. Амплитуда разностных колебаний возрастает с увеличением расстройки, определяемой параметром α_0 , и уменьшается с увеличением коэффициента связи между подсистемами.

Анализ фрагментов реализаций синхронизированных регулярных колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ показывает, что синхронные колебания, имея различие по амплитуде, являются синфазными. Однако установлению режима стационарных синхронных колебаний предшествует переходной процесс. Длительность переходного процесса зависит от соотношения фаз взаимодействующих колебаний в момент включения взаимной связи. Поэтому даже при меньшем различии параметров подсистем переходной процесс установления стационарного синхронного режима может занимать большее время. Так, расчеты показывают, что при включении связи в момент времени t = 1700 при $\gamma = 0.4$ в случае, когда $\alpha_0 = 1.15$, переходной процесс занимает интервал времени, равный $t \in [1700, 2240]$, тогда как при $\alpha_0 = 1.2$ длительность этого переходного процесса сокращается до интервала времени $t \in [1700, 1890]$. Амплитуда установившихся разностных колебаний в случае $\alpha_0 = 1.15$ в соответствии с кривой 1 рис. 3, a меньше, чем при $\alpha_0 = 1.2$.

Взаимная хаотическая синхронизация

На рис. 3, *b* приведена бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая аналогично рис. 3, *a* изменение максимальных значений разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от величины параметра α_0 в случае хаотических автоколебаний, когда (при $\rho = 0.01$) $\gamma_0 = 0.2$, $\gamma = 0.4$. Как и в случаях регулярных колебаний, максимальные значения разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ равны нулю (синхронные колебания идентичны) лишь при $\alpha_0 = 1$. При $\alpha_0 \neq 1$ реализуется нерегулярный разброс точек, соответствующих максимальным значениям разности взаимодействующих колебаний. Эти максимальные значения и разброс соответствующих им точек возрастают с увеличением расстройки. Максимальные значения разности взаимодействующих колебаний при приведенном варьирова-



Рис. 3. Изменение максимальных значений разности взаимодействующих колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от величины параметра α_0 при регулярных (*a*) и хаотических (*b*) колебаниях, когда $\rho = 0.01$: $a - \gamma = 0.4$, $\gamma_0 = 0$ (кривая *I*), $\gamma = 0.8$, $\gamma_0 = 0$ (кривая *2*); $b - \gamma = 0.4$, $\gamma_0 = 0.2$.



Рис. 4. Фрагменты реализаций колебательных процессов $x_1(t)$ (кривая I) и $x_2(t)$ (кривая 2) при их взаимодействии (a) и при автономной работе (b), а также фрагмент реализации разности этих колебаний в случае их взаимной связи (a, кривая 3).

нии α_0 в пределах от 0.8 до 1.2 занимают интервал $[x_1 - x_2] \in [0, 0.38].$

Как показывают проведенные расчеты, максимальные значения разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ уменьшаются с увеличением коэффициента взаимной связи. Так, при $\gamma = 0.6$ разброс максимальных значений разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ (при тех же изменениях параметра α_0 , что и в случае рис. 3, *b*) занимает интервал $[x_1 - x_2] \in [0, 0.21]$, а при $\gamma = 0.8$ — интервал $[x_1 - x_2] \in [0, 0.14]$.

На рис. 4, *а* приведены фрагменты реализаций колебательных процессов $x_1(t)$ (кривая 1), $x_2(t)$ (кривая 2) и колебаний $x_1(t) - x_2(t)$ (кривая 3), рассчитанные при $\alpha_0 = 1.1$ в интервале времени $t \in [5000, 5800]$, когда взаимная связь включается в момент времени t = 5200. На рис. 4, *b* для сравнения иллюстрируются фрагменты реализаций колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ при их автономной работе.

Автономные колебания парциальных подсистем в момент включения взаимной связи находятся в разных бассейнах притяжения: колебания $x_1(t)$ реализуются в отрицательном бассейне притяжения, а колебания $x_2(t)$ в положительном. После включения связи существует переходной процесс установления синхронного режима, после чего колебания становятся синфазными. Длительность переходного процесса зависит от многих факторов, в том числе и от того, в одном или разных бассейнах притяжения находятся взаимодействующие колебания. Влияет и соотношение фаз колебаний в момент включения связи. Длительность переходного процесса установления синхронных колебаний уменьшается с увеличением коэффициента связи. В случае рис. 4, *а* переходной процесс установления стационарного состояния хаотической синхронизации занимает интервал времени $t \in [5200, 5380]$: это следует из фрагмента реализации разностных колебаний. При этом сохраняется различие взаимодействующих колебаний; разностные колебания, как уже отмечалось, отсутствуют лишь при идентичных параметрах подсистем. Однако идентичные управляющие параметры могут быть реализованы лишь в математических моделях; любое малое отличие параметров приводит к расхождению траекторий движения в фазовом пространстве. К тому же взаимодействие идентичных хаотических систем не отражает процессов при взаимной хаотической синхронизации, а, как отмечается в работе [11], описывает установление симметричного состояния в связанной системе идентичных генераторов. Сохранение термина "полная синхронизация" для установления одинаковых колебаний в связанных хаотических подсистемах с идентичными управляющими параметрами обусловлено, об этом пишется и в работе [11], широким применением этого термина в опубликованных работах.

Воздействие внешнего гармонического сигнала

Воздействие внешнего гармонического сигнала на сложную автоколебательную систему с хаотической динамикой, каковой является система связанных модифицированных бистабильных генераторов, может приводить к необычным эффектам. Наряду с ожидаемым процессом дехаотизации, когда при хаотических колебаниях в связанной системе генераторов внешний гармонический сигнал переводит ее в режим регулярных движений, возможно возбуждение хаоса в случае, когда без внешнего воздействия в связанной системе реализуются взаимно синхронизированные регулярные колебания. Эти случаи воздействия внешнего гармонического сигнала иллюстрируются фрагментами реализаций колебательных процессов, показанными на рис. 5.

На рис. 5, *а* представлен фрагмент реализации колебательного процесса $x_2(t)$ (кривая *I*), иллюстрирующий стимулирование внешним гармоническим сигналом возбуждения хаотических движений, переключающихся между двумя бассейнами притяжения, когда без воздействия во взаимно синхронизированной связанной системе генерируются регулярные колебания в одном бассейне. Этот рисунок рассчитан при параметрах, соответствующих значению $\alpha_0 = 1.1$ кривой *I* на диаграмме, представленной на рис. 3, *а*. При этом относительно слабый внешний гармонический сигнал, определяемый значениями B = 0.2, $\omega_e = 0.33$, начинает воздействовать (включается) на взаимно синхронизированные регулярные колебания связанной системы генераторов в момент времени t = 1700. Этот момент отмечен стрелкой.

Видно, что при внешнем гармоническом воздействии колебания $x_2(t)$ становятся хаотическими. Анализ фрагмента разностных колебаний (кривая 2) показывает, что при этом хаотические колебания $x_1(t)$ $x_2(t)$, как

воздействия генерируются регулярные (*a*) и хаотические (*b*) колебания.

и разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ (кривые 2), когда без

и регулярные движения при t < 1700, взаимно синхронизированы. "Выбросы" разностных хаотических колебаний больше амплитуд разностных колебаний, реализующихся при регулярных колебаниях: при t < 1700амплитуда разностных колебаний равна 0.07, а "выбросы" хаотических колебаний после переходного процесса (при t > 1800) находятся в интервале значений $x_1 - x_2 \in [-0.4, 0.4]$.

Расчеты показывают, что уменьшение амплитуды внешнего сигнала относительно величины, при которой рассчитывался рис. 5, а, приводит к снижению средней частоты переключений колебательного процесса между бассейнами притяжения. При достижении значения $B \approx 0.1$ колебания реализуются в одном бассейне притяжения, после чего происходит переход (путем обратных бифуркаций удвоения периода) к регулярным движениям в этом бассейне. При увеличении амплитуды внешнего сигнала средняя частота переключений колебаний между бассейнами притяжения повышается, что стимулирует возбуждение колебаний, которым соответствует большой предельный цикл. Эти интенсивные регулярные колебания, охватывающие оба бассейна притяжения, возбуждаются при достижении амплитудой воздействующего сигнала значения $B \approx 0.9$.

Хаотизация колебаний при внешнем воздействии возникает благодаря тому, что внешний сигнал способствует возбуждению колебаний, которые автономно реализуются при меньшем значении параметра потерь. Стимулированные таким образом колебания синхронизируются благодаря наличию взаимной связи.

На рис. 5, *b* иллюстрируется случай, когда внешним гармоническим сигналом система связанных генераторов переводится из режима взаимно синхронизиро-



Э.В. Кальянов

ванных хаотических колебаний в режим регулярных движений. Этот рисунок рассчитан при параметрах, соответствующих значению $\alpha_0 = 1.1$ на диаграмме, приведенной на рис. 3, *b*. При этом внешний гармонический сигнал, определяемый значениями B = 0.6, $\omega_e = 0.33$, начинает воздействовать на взаимно синхронизированные хаотические колебания связанной системы генераторов в момент времени t = 2200, отмеченный стрелкой. Кривая 1 отображает изменение колебательного процесса $x_2(t)$, а кривая 2 — изменение разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Видно, что переход к регулярным движениям сопровождается переходным процессом, занимающим интервал времени *t* ∈ [2200, 2540]. При этом разность между колебаниями $x_1(t)$ и $x_2(t)$ при хаотической синхронизации меньше $(x_1 - x_2 \in [-0.2, 0.2])$, чем в случае взаимной синхронизации регулярных движений, когда $x_1 - x_2 \in [-0.7, 0.7]$. Расчеты показывают, что длительность переходного процесса установления взаимной синхронизации регулярных колебаний уменьшается с увеличением амплитуды внешнего сигнала и существенное значение имеет момент включения внешнего воздействия. Существует минимальное значение амплитуды ("пороговая" величина B_p), ниже которого не реализуется принудительная дехаотизация связанных колебаний. Это пороговое значение амплитуды внешнего сигнала зависит от многих факторов. При выбранных параметрах оно равно $B_p \approx 0.42$. Когда $B < B_p$, то вблизи порогового значения амплитуды внешнего сигнала повышается средняя частота переключений между бассейнами притяжения. При незначительном превышении амплитудой внешнего сигнала ее порогового значения переход к регулярным колебаниям происходит через возбуждение хаотических колебаний с повышенной средней частотой переключений между бассейнами притяжения.

Дехаотизация колебаний при внешнем воздействии также возникает благодаря тому, что внешний сигнал в противоположность действию увеличения параметра потерь облегчает возбуждение колебаний. При повышении уровня внешнего воздействия повышается частота переключений, чем стимулируется возбуждение регулярных колебаний, которым соответствует так называемый большой предельный цикл. Эти регулярные колебания взаимно синхронизируются.

Заключение

Представленные результаты численного анализа модифицированной схемы Чуа, содержащей ДЗОС, показывают, что с помощью ДЗОС можно управлять колебаниями бистабильной автоколебательной системы. При регулярных колебаниях, генерируемых при отсутствии ДЗОС в одном из двух бассейнов притяжения, введение ДЗОС может обеспечивать асинхронную динамику, а соответственно и возбуждение развитых хаотических колебаний с их переключением между бассейнами притяжения. Усложнение движений с помощью ДЗОС происходит и в том случае, когда при ее отсутствии возбуждаются хаотические колебания.

Процесс взаимной синхронизации хаотических колебаний аналогичен явлению синхронизации при генерировании регулярных движений. В обоих случаях существует переходной процесс установления синхронного режима работы и, за исключением идентичных подсистем, остается различие взаимодействующих колебаний. Интенсивность разностных колебаний уменьшается с увеличением коэффициента взаимной связи и с уменьшением различия параметров подсистем.

Возможно управление колебательным процессом связанной системы модифицированных бистабильных генераторов, обладающих хаотической динамикой, с помощью внешних гармонических колебаний. Воздействие внешнего управляющего сигнала на управляемую автоколебательную систему связанных бистабильных генераторов может приводить как к хаотизации регулярных движений, реализующихся при взаимной синхронизации подсистем, так и к дехаотизации колебательного процесса, когда без внешнего сигнала в связанной системе модифицированных генераторов возбуждаются взаимно синхронизированные хаотические колебания.

Работа выполнена при поддержке программы "Радиовидение" ОФН РАН.

Список литературы

- [1] Шахтарин Б.И. Анализ систем синхронизации методом усреднения. М.: Радио и связь, 1999. 496 с.
- [2] Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). М.: Физматлит, 2001. 296 с.
- [3] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е. и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [4] Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 252 с.
- [5] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 16. С. 76–84.
- [6] King G.P., Gaito S.T. // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. N 6. P. 3092–3099.
- [7] Короновский А.А., Храмов А.Е., Хромова И.А. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 7. С. 69–76.
- [8] Fodjouong G.J., Fotsin H.B., Woafo P. // Phys. Scripta. 2007. Vol. 75. P. 638–644.
- [9] *Владимиров С.Н.* // Изв. вузов. Физика. 1998. № 1. С. 91–97.
- [10] Кальянов Э.В. // РЭ. 2002. Т. 47. № 3. С. 347–357.
- [11] Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с.