### 01;10

# Пространственно-временная фокусировка заряженных частиц в радиочастотных линейных электрических полях

#### © Е.В. Мамонтов, Д.В. Кирюшин

Рязанский государственный радиотехнический университет, 390005 Рязань, Россия

#### (Поступило в Редакцию 21 июня 2011 г. В окончательной редакции 8 ноября 2011 г.)

Исследованы свойства пространственно-временной фокусировки немоноэнергетичных ионов в линейных высокочастотных электрических полях. Получены оценки степени временной фокусировки ионов в высокочастотных полях гиперболических анализаторов монопольного и дипольного типов. Обоснована возможность времяпролетного масс-разделения немоноэнергетичных ионов в радиочастотных масс-рефлектронах.

Фундаментальные свойства колебаний заряженных частиц в высокочастотных (ВЧ) полях с двух- и трехмерным квадратичными распределениями потенциалов достаточно глубоко изучены и широко используются в динамических масс-анализаторах квадрупольного типа [1]. К таким свойствам относятся независимость движения заряженных частиц по всем координатам и стабильный или нестабильный характер колебаний в зависимости от отношения массы к заряду частиц m/e. Квадрупольные анализаторы со статическими полями также используются как электронно-ионные оптические системы для пространственной фокусировки и энергоанализа заряженных частиц [2]. Однако потенциал селективных свойств квадрупольных полей не исчерпывается возможностями разделения частиц по принципу стабильные-нестабильные. Анализ решений дифференциальных уравнений II порядка с периодическими коэффициентами (уравнений Матье) показывает, что спектральный состав колебаний ионов в линейных ВЧ-электрических полях является функцией отношения m/e и не зависит от начальных параметров движения частиц [3]. С использованием этих свойств, вытекающих из подобия траекторий движения в квадрупольных ВЧ-полях с одинаковым соотношением координата-скорость, может осуществляться пространственно-временная фокусировка и времяпролетное масс-разделение немоноэнергетичных ионов.

В работе [3] рассмотрена возможность времяпролетного масс-разделения ионов в статических линейных электрических полях путем измерения периода колебаний. Но из-за рассеяния ионов в поперечном направлении этот метод не был реализован. Для удержания ионов в пространстве дрейфа по всем координатам в [4] предложено к статическому линейному полю добавить высокочастотную составляющую. Хотя при этом фундаментальные закономерности движения иона в статическом поле по оси дрейфа сохраняются, колебания перестают быть строго периодическими, а квазипериод оказывается зависящим от начальных координат и скоростей заряженных частиц. Расчеты и эксперименты показали ограниченные возможности метода времяпролетного массразделения ионов в смешенных полях из-за сложного непериодического характера колебаний заряженных частиц в традиционных режимах работы квадрупольных масс-анализаторов [4]. При дальнейшем исследовании установлено, что эффективное масс-разделение ионов по времени пролета в двумерных линейных радиочастотных полях возможно при условии, что колебания заряженных частиц по обеим координатам близки к монохроматическим с равными или кратными секулярными частотами. Эти требования выполняются при движении ионов в линейных ВЧ-электрических полях без постоянной составляющей при значениях параметра q < 0.1 [5]. Рассмотрим фокусирующие свойства таких полей с точки зрения осуществления в них масс-сепарации по временам пролета немоноэнергетичных заряженных частиц.

В динамической масс-спектрометрии широко используются квадрупольные анализаторы (рис. 1) с распределением потенциала вида [1]

$$\varphi(x, y) = u_1(x^2 - y^2)/r_0^2, \tag{1}$$

где  $r_0$  — минимальное расстояние электродов от оси системы.

При действии на электродах анализатора напряжений  $u_1 = -u_2 = V \cos(\omega t + \varphi_0)$  без постоянной составляющей, движение заряженных частиц по осям X и Y описывается уравнениями Матье [5]

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \left[2q\cos(\omega t + \varphi_0)\right]x = 0,$$
  
$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left[2q\cos(\omega t + \varphi_0)\right]y = 0,$$
 (2)

где  $q = 4eV/(r_0^2\omega^2m)$  — параметр Матье,  $r_0$  — геометрический параметр квадрупольного анализатора. В области устойчивости решения уравнений (2) записываются в виде [5]

$$x(t) = Ace_{\beta x}(q, t) + Bse_{\beta x}(q, t),$$
  

$$y(t) = Cce_{\beta y}(q, t) + Dse_{\beta y}(q, t),$$
(3)

где A, B, C, D — постоянные, определяемые начальными параметрами  $x_0, v_{0x}, y_0, v_{0y}$  по осям X и Y,  $ce_{\beta}, se_{\beta}$  — четная и нечетная функции Матье действительного дробного порядка  $\beta$ , которые могут быть выражены в виде гармонических рядов [5]

$$ce_{\beta}(q,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} \cos\left[(2n+1)(\omega t/2 + \varphi_0)/2\right],$$
  
$$se_{\beta}(q,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} \sin\left[(2n+1)(\omega t/2 + \varphi_0)/2\right].$$
(4)

Коэффициенты  $C_{2n}$  рядов рассчитываются с помощью цепных дробей [5]

 $n = -\infty$ 

$$\frac{C_{2n}}{C_{2n-2}} = \frac{-q}{(2n+\beta)^2 - \frac{q^2}{(2n+2+\beta)^2} - \dots}.$$
 (6)

Параметр стабильности  $\beta$  в (4) при малых q < 0.1 с точностью не хуже  $10^{-4}$  вычисляется из уравнения

$$\frac{1}{(\beta+2)^2} + \frac{1}{(\beta-2)^2} \approx \frac{\beta^2}{q^2}.$$
 (5)

Согласно (3), (4), колебания ионов по осям X и Y состоят из основных гармоник с секулярными частотами  $\Omega_x = \beta_x \omega/2$  и  $\Omega_y = \beta_y \omega/2$  и ряда высокочастотных гармоник с частотами  $\omega_{xn} = n\omega + \Omega_x$  и  $\omega_{yn} = n\omega + \Omega_y$ . Уровень амплитуд ВЧ-гармоник относительно амплитуды основной гармоники определяется соотношением коэффициентов  $C_{2n}/C_0$  и в соответствии с (6) зависит от значений параметра Матье q.

Оптимальным с точки зрения пространственно-временной фокусировки немоноэнергетичных ионов является монохроматический характер колебаний заряженных частиц по осям X и Y с секулярными частотами  $\Omega_x = \Omega_y$ . Равенство секулярных частот, соответствующее равенству параметров  $\beta_x = \beta_y$ , выполняется в силу симметрии изобетта-линий диаграммы стабильности квадрупольного анализатора и реализуется в ВЧ-поле без постоянной составляющей. Условие монохроматичности колебаний ионов  $C_{2n} \approx 0$ , |n| > 1 в случае конечных значений q выполняется приближению. Точность приближения можно оценить с помощью выражения для коэффициентов рядов (4) в зависимости от параметра q, полученного из (6) при  $|n| \ge 1$ ,

$$|C_{2n}| \approx |C_{-2n}| \approx \frac{q^n}{4^{2n-1}}.$$
 (7)

Из (7) следует, что в области q < 0.1 модули коэффициентов  $C_{2n}$  являются быстро убывающей функцией номера гармоник *n*. Поэтому при описании траектории движения ионов с точностью не хуже  $10^{-3}$  достаточно учитывать три гармоники колебаний: основную с секулярной частотой  $\beta \omega/2$  и две высокочастотные с частотами  $\omega_1 = \omega + \Omega$  и  $\omega_2 = \omega - \Omega$ . Тогда выражение (3)



**Рис. 1.** Траектория ионов в ВЧ-поле без постоянной составляющей квадрупольного анализатора при  $\beta = 0.07$ .

для траекторий движения ионов по оси У примет вид

$$y = y_0 \left[ \cos(\Omega_c t + \xi_0) - \frac{q}{(2+\beta)^2} \cos(\omega_1 t + \xi_1) - \frac{q}{(2-\beta)^2} \cos(\omega_2 t + \xi_2) \right] + \frac{2v_{0y}}{\beta\omega} \left[ \sin(\Omega_c t + \xi_0) - \frac{q}{(2+\beta)^2} \sin(\omega_1 t + \xi_1) + \frac{q}{(2-\beta)^2} \sin(\omega_2 t + \xi_2) \right],$$
(8)

где  $\xi_0 = \beta \varphi_0/2$ ,  $\xi_1 = (2 + \beta) \varphi_0/2$ ,  $\xi_2 = (2 - \beta) \varphi_0/2$ . Так как по оси X колебания описываются аналогичными выражениями, то на плоскости XOY траектории ионов будут близки к эллипсам, длины и наклон осей которых зависят от начальных параметров движения  $x_0$ ,  $v_{0x}$ ,  $y_0$ ,  $v_{0y}$  (рис. 1).

Из (8) видно, что относительный уровень ВЧ-составляющих, определяемых параметром  $q \sim 1/m$ , с увеличением массы ионов снижается, и колебания все больше приближаются к монохроматическим. В пределе при q = 0 колебания вырождаются в гармонические с секулярной частотой  $\Omega_c = \beta \omega/2$ :

$$x = x_0 \cos \Omega_c t + \frac{2v_{0x}}{\beta\omega} \sin \Omega_c t,$$
  

$$y = y_0 \cos \Omega_c t + \frac{2v_{0y}}{\beta\omega} \sin \Omega_c t.$$
 (9)

Период колебаний  $T_0 = 2\pi/\Omega_c$  в выражениях (9) не зависит от начальных параметров движения ионов. За половину периода  $t_0 = T_0/2$  значения координат ионов изменяются на противоположные  $x(t_0) =$  $= -x_0, y(t_0) = -y_0$ . Таким образом, линейное ВЧ-электрическое поле с параметром Матье  $q \to 0$  осуществляет в плоскостях y = kx периодическую через интервал  $t_0 = T_0/2$  пространственно-временну́ю фокусировку



**Рис. 2.** Прстранственно-временная фокусировка ионов в плоскостях y = 0 (*a*, *b* и *c*) и y = -x (*d*, *e* и *f*) ионов с различными энергиями (*a*, *d*), начальными координатами (*b*, *e*), углами (*c*, *f*). Параметры поля  $r_0 = 50$  mm, V = 1000 V, f = 1 MHz, масса ионов 42 и.

ионов с начальными координатами, удовлетворяющих условию  $y_0 = kx_0$ . Независимость времени возвратного движения  $t_0$  от параметров ионов  $x_0$ ,  $v_{0x}$ ,  $y_0$ ,  $v_{0y}$  указывает на изохронность и изотропность фокусирующих свойств линейных радиочастотных электрических полей.

Для практического использования фокусирующих свойств линейных ВЧ-электрических полей интересен случай возвратного движения ионов, стартующих из плоскостей y = 0 (гиперболический монополь) или  $y = \pm x$  (гиперболический диполь). Траектории, демонстрирующие пространственно-временну́ю фокусировку в плоскостях y = 0 и y = -x ионов с различными начальными параметрами движения в линейном ВЧ-поле с q = 0.1, показаны на рис. 2. Возвратный характер колебаний в сочетании с пространственно-временной фокусировкой заряженных частиц в линейных ВЧ-электрических полях создает благоприятные условия для времяпролетного масс-разделения немоноэнергетичных ионов в анализаторах нового типа — радиочастотных масс-рефлектронах [7].

Идеальная фокусировка пакетов ионов с большим объемом фазового пространства начальных параметров движения осуществляется в ВЧ-полях при  $q \rightarrow 0$ , когда траектории описываются функциями вида (9). В этом случае время возвратного дрейфа является монотонной функцией параметров ионов и ВЧ-поля

$$t_0 = \gamma \, \frac{\pi r_0^2 \omega}{\sqrt{2eV}} \, m, \tag{10}$$

где  $\gamma = 1/\sqrt{1 - eq^2/8}$  — коэффициент, учитывающий нелинейную зависимость между параметрами  $\beta$  и q [3]. При q < 0.1 величина  $\gamma < 2 \cdot 10^{-3}$ , поэтому зависимость (10) времени дрейфа от массы ионов близка к линейной.

При решении задач, требующих высокой точности определения времени возвратного движения, фокусирующие свойства линейных ВЧ-полей следует оценивать с учетом высокочастотных составляющих колебаний ионов. Принимая во внимание (7), ограничимся оценкой влияния на время возвратного дрейфа  $t_d$  двух гармоник с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Введя обозначение  $\Delta t = t_d - t_0$  и полагая в (8)  $y(t_d) = -y_0$ , получим уравнение для вычисления поправки  $\Delta t = t_d - t_0$  к времени дрейфа  $t_0$ , учитывающей наличие ВЧ-составляющих колебаний ионов,

$$\Delta t = \frac{y_0(\sqrt{2} + 2\beta)(-2 + \beta[1 + \cos(\psi + \varphi_0)]/2)/v_{oy} + 2\beta\sin(\psi + \varphi_0)/\omega}{(\sqrt{2} - \beta\cos(\psi + \varphi_0))},$$
(11)

где  $\psi = 2\pi/\beta + \omega \Delta t$ . При старте ионов из плоскости y = 0 гиперболического монополя начальная координата  $y_0 = 0$  и уравнение (11) преобразуется к виду

$$\Delta t = \frac{2\beta \sin(\psi + \varphi_0)}{\omega \left(\sqrt{2} - \beta \cos(\psi + \varphi_0)\right)},\tag{12}$$



**Рис. 3.** Зависимость отклонения времени возвратного дрейфа от масс ионов в квадрупольном анализаторе с параметрами  $r_0 = 50 \text{ mm}, V = 1000 \text{ V}, f = 1 \text{ MHz}.$ 

где  $T = 2\pi/\omega$  — период ВЧ-поля. При  $\Delta t \ll t_0$  находим приближенное аналитическое решение уравнения (12)

$$\Delta t = \Delta t_{\omega} + \Delta t_{\varphi} \simeq \frac{\sqrt{2\beta}}{\omega} \left[ \sin\left(\frac{2\pi}{\beta} + \varphi_0\right) + \sin\varphi_0 \right].$$
(13)

Расчеты по формуле (13), отличающиеся не более, чем на 1% от результатов численного моделирования, представлены на рис. 3. Наличие высших гармоник в разложении (4) при конечных  $q \neq 0$  учитывается в зависимости времени дрейфа от массы ионов колебательной  $\Delta t_{\omega}$  с амплитудой  $\Delta t_{\omega \max} = \sqrt{2\beta}/\omega$  и регулярной  $\Delta t_{\varphi} = \Delta t_{\omega \max} \sin \varphi_0$  составляющими, уровень которых снижается с увеличением массы ионов. В поправку (13) не входят начальные параметры движения ионов, поэтому выводы относительно фокусирующих свойств линейных ВЧ-полей в плоскости у = 0, сделанные при q = 0 на основе соотношений (9), оказываются справедливыми и при конечных значениях параметра q. Высокочастотные составляющие колебаний изменяют функциональную связь времени дрейфа t<sub>d</sub> с массой ионов m, что может быть учтено с помощью (13).

Для практической реализации фокусирующих свойств линейных электрических полей оптимальной является ионно-оптическая схема, в которой плоскость фокусировки ионов имеет нулевой потенциал. В квадрупольных электродных системах такими плоскостями являются асимптоты  $y = \pm x$ . При рассмотрении пространственновременной фокусировки ионов в этих плоскостях систему координат квадрупольного анализатора следует повернуть на угол  $\psi = \pm \pi/4$ . В новой системе координат после отбрасывания составляющих второго порядка малости с  $\beta^2$  выражение для колебаний ионов, стартующих из плоскости y = 0, примет вид

$$y = -\frac{\beta}{\sqrt{2}} x_0 (1 + \cos \omega t) \cos \frac{\beta \omega t}{2} + \frac{2}{\beta \omega} \left[ v_{0y} + \frac{\beta}{\sqrt{2}} v_{0x} (1 - \cos \omega t) \right] \sin \frac{\beta \omega t}{2}.$$
 (14)

Журнал технической физики, 2012, том 82, вып. 9

Особенности движения ионов в линейном ВЧ-поле при старте из плоскости нулевого потенциала состоит в связанности колебаний ионов по осям X и Y. Это следует из вида распределения потенциала в квадрупольном анализаторе с повернутой на угол  $\pi/4$  системой координат [7]

$$\varphi(x, y) = \frac{2u}{r_0^2} xy.$$
(15)

Проекции вектора электрического поля  $E_x = 2uy/r_0^2$  и  $E_y = 2ux/r_0^2$  на оси X и Y новой системы координат являются функциями y и x, что и определяет связанность колебаний. При старте из плоскости нулевого потенциала линейного ВЧ-поля колебания ионов с секулярной частотой  $\Omega_c$  описываются, как и прежде, выражениями (8), изменяются лишь структура ВЧ-составляющих колебаний и параметры фокусировки ионов более высокого порядка.

Из (14) при  $y(t_d) = 0$  получаем уравнение для вычисления поправки  $\Delta t$  к времени дрейфа  $t_0$ , учитывающей ВЧ-составляющие колебаний ионов

$$\Delta t = \frac{\beta x_0}{\sqrt{2} v_{0y} + \beta v_{ox}}$$

$$\times \frac{1 - \cos \psi - \beta \cos[(1 - \beta/2)\psi] + (\beta^2/\omega) \sin[(1 - \beta/2)\psi]}{1 + (\beta^2/\omega) \cos \psi}.$$
(16)

Решение уравнения (16) при  $\beta < 0.07$  примет вид

$$\Delta t \approx \frac{\beta x_0}{\sqrt{2}v_{0y} + \beta v_{0x}} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{\beta} + \varphi_0\right) + \cos\varphi_0 \right].$$
(17)

Хотя по форме выражения (13) и (17) схожи, в них есть существенное различие. Из (17) следует, что степень пространственно-временной фокусировки в плоскости нулевого потенциала линейного ВЧ-поля зависит от начальных параметров движения ионов  $x_0$ ,  $v_{0x}$ ,  $v_{0y}$ . Так как реально  $v_{0y} \gg v_{0x}$ , а  $\beta \ll 1$ , степень фокусировки определяется отношением  $x_0/v_{0y}$ . Выразив проекции скоростей через начальные энергии ионов  $W_{0x}$  и  $W_{0y}$  по осям координат X и Y и выбрав оптимальные значения фазы ВЧ-поля  $\varphi_{01} = \pi/2$  или  $\varphi_{02} = 3\pi/2$ , из (17) получаем выражение для оценки степени временной расфокусировки ионов в гиперболическом диполе в зависимости от разброса начальных координат  $\Delta x_0$ , энергий  $\Delta W_{0y}$  и углов влета  $\Delta \alpha$ 

$$\delta t = \frac{\Delta t_m}{t_0} = \frac{\beta x_0}{\sqrt{2\pi}y_m} \left[ \frac{\delta x_0}{x_0} - \frac{\Delta W_{0y}}{W_{0y}} - \frac{\beta \Delta \alpha}{2} \right], \quad (18)$$

где *у<sub>m</sub>* — амплитуда колебаний ионов по оси дрейфа.

По результатам численного моделирования возвратного движения ионов в ВЧ-поле гиперболического диполя с параметрами  $r_0 = 50$  mm,  $V = 10^3$  V, f = 1 MHz построен график отклонения  $\Delta t$  в зависимости от массы ионов (рис. 4), в первом приближении совпадающий с расчетами по формуле (17). Как видно из (18), в плоскости нулевого потенциала гиперболического диполя из-за



**Рис. 4.** Зависимость отклонения времени дрейфа от массы ионов в ВЧ-поле гиперболоидного диполя с параметрами  $r_0 = 50 \text{ mm}, V = 1000 \text{ V}, f = 1 \text{ MHz}$  при  $\varphi_0 = \pi/2, W_{0x} = 0, W_{0y} = 20 \text{ eV}, I-4 - x_0 = 3, 2, 1, 0 \text{ mm}.$ 

разброса начальных энергий  $W_{0y}$ , координат  $x_0$  и углов влета  $\alpha \cong \sqrt{W_{0x}/W_{0y}}$  происходит временная расфокусировка ионов, которая по оси масс имеет периодический характер с периодом

$$m_T \cong \frac{4eV}{\sqrt{2}r_0^2\omega^2}.$$
(19)

При оптимальных фазах  $\varphi_{01}$ ,  $\varphi_{02}$ , согласно (17), точки  $\beta = 2/k$ , где k = 1, 2, 3..., соответствуют идеальной фокусировке, а точки  $\beta = 2/(k + 0.5)$  — максимальной расфокусировке  $\Delta t_m$  ионов по времени. Используя результаты моделирования на рис. 4 для ионов с параметрами  $M = 10^3$  u,  $x_0 = 3$  mm,  $\Delta x_0 = 1$  mm,  $W_{0x} = 0$ ,  $W_{0y} = 20$  eV, получаем оценку максимальной временной расфокусировки по времени  $\Delta t_m = 9$  пѕ ионов в гиперболическом диполе. С учетом времени дрейфа  $t_d = 361 \,\mu$ s относительная расфокусировка не превышает уровня  $\Delta t_m/t_d < 2.5 \cdot 10^{-5}$ . Из (17) и результатов моделирования видно, что величина абсолютной расфокусиров-ки  $\Delta t_m$  в гиперболическом диполе остается постоянной во всем массовом диапазоне, а ее относительная величина  $\Delta t_m/t_0$  уменьшается пропорционально  $m^{-3/2}$ .

Аналитические оценки с использованием выражений (13) и (17), а также результаты численного моделирования позволяют заключить, что линейные высокочастотные электрические поля осуществляют с высокой точностью пространственно-временну́ю фокусировку ионов с широким диапазоном начальных энергий, координат и углов влета. Эти свойства в сочетании с возможностью торможения и ускорения заряженных частиц позволяют использовать линейные ВЧ-электрические поля для времяпролетного масс-разделения немоноэнергетичных ионов в анализаторах типа радиочастотный масс-рефлектрон.

Анализ выражений (13) и (18) и результатов численного моделирования показывает, что в идеальном линейном ВЧ-электрическом поле без постоянной составляющей гиперболического монополя происходит пространственно-временная фокусировка ионов по энергиям и углам влета, а в гиперболическом диполе степень фокусировки зависит от разброса начальных параметров ионов  $\Delta W_{0y}$ ,  $\Delta x_0$ ,  $\Delta \alpha$ , хотя уровень относительной расфокусировки оказывается незначительным (для рассматриваемой модели  $\delta_t < 0.07/M$  [u]). Реально во всех случаях степень фокусировки будет ограничена отклонениями поля от линейного из-за неидеальности геометрии гиперболических анализаторов. Степень фокусировки можно оценить по приближенной формуле  $\delta_t \approx 0.2\delta_{\varphi}$ , где  $\delta_{\varphi} = |\varphi - \varphi_p|/\varphi$  — относительная величина отклонения реального распределения потенциала  $\varphi_p(x, y)$  от идеального  $\varphi(x, y)$ .

Возможным направлением использования фокусирующих свойств линейных ВЧ-полей является создание времяпролетных масс-анализаторов ионов с широким энергетическим диапазоном (до 1000%). Уровень отклонения поля  $\delta_{\varphi} < 5 \cdot 10^{-4}$  в таких анализаторах соответствует разрешающей способности  $R \ge 10^4$ . Оценки показывают, что по сравнению с известными квадрупольными приборами фильтрами масс и ионными ловушками времяпролетные масс-анализаторы ионов с линейными радиочастотными полями могут иметь на порядок более высокие быстродействие и разрешающую способность.

## Список литературы

- [1] *Dawson P.H.* Quadrupole Mass Spectrometry and Its Applications. Amsterdam: Elsevier, 1976. 349 p.
- [2] Yavor M. Advances in Imaging and Electron Physics. Amsterdam: Elsevier, 2010. 381 p.
- [3] Blauth E.W. Dynamic Mass Spectrometry, Amsterdam: Elsevier, 1966. 353 p.
- [4] Carrico J.P. Dynamic Mass Spectrometry, vol. 2. London: Hayden, 1971.
- [5] Мак-Лахлан Н.В. Теория и приложения функций Матье. М.: ИЛ, 1953. 468 с.
- [6] Мамонтов Е.В., Гуров В.С., Филиппов И.В., Дятлов Р.Н. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 7. С. 139–142.
- [7] Мамонтов Е.В., Гуров В.С., Филиппов И.В., Дягилев А.А. // Вестник РГРТУ, 2008. Вып. 23. С. 131–134.