01;05

Влияние эффекта сегрегации на магнитные и оптические свойства компенсированного ферронематического жидкого кристалла

© А.Н. Захлевных, Д.А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990 Пермь, Россия e-mail: anz@psu.ru, petrovda@bk.ru

(Поступило в Редакцию 19 декабря 2011 г.)

В рамках континуальной теории исследован переход Фредерикса в геометрии поперечного и продольного изгибов в ферронематике — суспензии однодоменных магнитных частиц в нематическом жидком кристалле. В отсутствие магнитного поля ферронематик предполагался компенсированным, т. е. имеющим равные доли примеси с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно локальному директору. Исследованы пространственные искажения директора и концентрационное перераспределение магнитной примеси в слое ферронематика в зависимости от приложенного магнитного поля и параметра сегрегации. Показано, что индуцированный магнитным полем переход Фредерикса из однородного состояния в неоднородное имеет пороговый характер. Аналитически найдено поле перехода как функция материальных параметров ферронематика. Изучены намагничивание ферромагнетика и его оптические свойства при сильной и слабой сегрегации как функции магнитного поля.

Введение

В последнее время большой интерес исследователей привлекают мягкие конденсированные среды, называемые также сложными жидкостями. Физические свойства этих материалов существенно богаче свойств образующих их компонент. Примером таких сред являются ферронематики (ФН) — высокодисперсные магнитные суспензии анизометричных частиц ферро- или ферримагнетика, в которых жидкостью-носителем является нематический жидкий кристалл (НЖК). Они были теоретически предсказаны в работе [1], в которой был предложен континуальный подход для описания. В отличие от беспримесных жидких кристаллов (ЖК), являющихся диамагнитными средами, ФН обладают спонтанной намагниченностью и высокой чувствительностью к внешему магнитному полю. Даже при малой (~ 0.01% по объему) концентрации магнитной примеси их ориентацией удается управлять уже в полях с напряженностью $H \sim 10$ Oe, в то время как в чистом НЖК требуются поля $H \sim 1 \, \text{kOe}$.

Физические свойства ФН существенно богаче свойств каждой из образующих их компонент. От жидких кристаллов они унаследовали текучесть и ориентационный порядок, а значит анизотропию физических свойств, от дисперсной среды — высокую магнитную восприимчивость. Дисперсная фаза ФН образована однодоменными частицами ферромагнетика или феррита, имеющими линейные размеры от долей микрона до десятков нанометров, почти не нарушающими ориентацию директора, поэтому с макроскопической точки зрения ФН можно рассматривать как гомогенные анизотропные жидкости, обладающие чрезвычайно высокой чувствительностью к магнитному полю. В отличие от чистых ЖК ФН обладают не одним, а двумя различными механизмами ориентационного отклика на приложенное магнитное поле. Первый связан с анизотропией диамагнитной восприимчивости жидкокристаллической матрицы, другой механизм возникает только в системах, содержащих дисперсный ферромагнетик. Взамодействуя с магнитным моментом частицы, поле изменяет ориентацию последней, и затем силы сцепления на границе частица–жидкий кристалл передают созданное механическое вращение матрице. Наличие двух мод магнитоориентационного отклика порождает в ФН многочисленные новые эффекты, которые не только интересны для фундаментального физического материаловедения, но и чрезвычайно привлекательны с прикладной точки зрения.

Выше температуры перехода в мезофазу ФН изотропны; при охлаждении в НЖК-матрице происходит фазовый переход и возникает дальний ориентационный порядок. Если охлаждение ФН осуществляется в отсутствие магнитного поля, то образующаяся суспензия является компенсированной, т.е. не намагниченной; в ней имеются равные доли феррочастиц с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно локальному директору **n** (рис. 1) — единичному вектору, вдоль которого в среднем ориентированы длинные оси молекул ЖК. В этом отношении компенсированные ФН являются жидкокристаллическими аналогами антиферромагнетиков. Ориентационные и магнитные свойства таких суспензий не исследованы: в работе [1] предложен лишь континуальный подход для их описания и качественно изучено поведение неограниченного компенсированного ФН в магнитном поле, направленном вдоль директора n. Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию влияния эффекта сегрегации на переход Фредерикса



Рис. 1. Схематическое изображение компенсированного ФН. **n** — директор, **m** — единичный вектор намагниченности.

и намагничивание компенсированного ФН в сплэйбенд геометрии; в твист-геометрии переход Фредерикса исследован в работе [2]. Предлагаемое рассмотрение пригодно (без учета поляризации среды) также для сегнетоэлектрических аналогов компенсированных ФН — суспензий сегнетоэлектрических частиц на основе НЖК [3–7].

Свободная энергия и уравнения равновесия

Рассмотрим однородную коллоидную суспензию феррочастиц в НЖК. Пусть суспензия находится в ячейке толщиной *L*. Ось *x* системы координат направим параллельно ограничивающим пластинам, ось *z* — перпендикулярно им, начало координат выберем в центре слоя (рис. 2). Будем полагать, что имеется жесткое планарное сцепление директора с границами слоя, так что директор фиксирован на границе и направлен вдоль оси легкого ориентирования $\mathbf{e} = (1, 0, 0)$. Будем считать сцепление магнитных зерен с ЖК-матрицей жестким и планарным. Направим магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ перпендикулярно границам слоя. Запишем выражение



Рис. 2. Планарный слой во внешнем магнитном поле. Выбор системы координат.

для свободной энергии

$$F = \iiint F_V dV. \tag{1}$$

Здесь объемная плотность свободной энергии ФН имеет вид [1,8]

$$F_V = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, (2)$$

$$F_{1} = \frac{1}{2} \left[K_{1}(\nabla \mathbf{n})^{2} + K_{2}(\mathbf{n}\nabla \times \mathbf{n})^{2} + K_{3}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^{2} \right],$$

$$F_{2} = -\frac{1}{2} \chi_{a}(\mathbf{n}\mathbf{H})^{2}, \qquad F_{3} = -M_{S}(f_{+} - f_{-})(\mathbf{n}\mathbf{H}),$$

$$F_{4} = \frac{k_{B}T}{v} (f_{+} \ln f_{+} + f_{-} \ln f_{-}),$$

где K₁, K₂, K₃ — упругие модули Франка, **n** — директор ЖК, M_S — намагниченность насыщения материала феррочастиц, f_+ и f_- — объемные доли частиц с магнитными моментами $\mu = M_S v \mathbf{m}$ (здесь $\mathbf{m}^2 = 1$), направленными параллельно ($\mathbf{m} \equiv \mathbf{n}$) и антипараллельно $(\mathbf{m} \equiv -\mathbf{n})$ локальному директору **n** соответственно, χ_a — анизотропия диамагнитной восприимчивости жидкого кристалла (предполагаем $\chi_a > 0$, поэтому директор стремится повернуться в направлении поля), v — объем частицы, $k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана, T — температура. Предполагаем, что суспензия компенсирована, т.е. в отсутствие магнитного поля в ней имеются равные доли феррочастиц с магнитными моментами, направленными вдоль **n** или $-\mathbf{n} \left(f_+\Big|_{H=0} = f_-\Big|_{H=0} \equiv \bar{f}/2$, где $\bar{f} = Nv/V$, N — число магнитных частиц в суспензии, V — объем ФН), так что суммарная намагниченность ФН равна нулю (рис. 1). Мы полагаем $\bar{f} \ll 1$, что позволяет пренебречь межчастичными магнитными диполь-дипольными взаимодействиями в суспензии.

Слагаемое F_1 в выражении (2) представляет собой плотность свободной энергии упругих деформаций поля директора (потенциал Озеена–Франка). Второй (F_2) и третий (F_3) вклады характеризуют взаимодействие диамагнитного нематика и магнитных моментов частиц с внешним магнитным полем **H** соответственно. Четвертое слагаемое (F_4) описывает вклад энтропии смешения идеального раствора частиц суспензии.

В рассматриваемом нами случае возникающая в поле деформация ориентационной структуры отвечает комбинациям поперечного и продольного изгибов директора и решение можно искать в виде

$$\mathbf{n} = \left[\cos\varphi(z), 0, \sin\varphi(z)\right]. \tag{3}$$

Здесь $\varphi(z)$ —угол отклонения директора от оси легкого ориентирования **е** = (1, 0, 0) (см. рис. 2).

Выберем в качестве единицы длины толщину слоя L и определим безразмерные величины: координату $\xi = z/L$, напряженность поля $h = HL\sqrt{\chi_a/K_1}$, приведенные объемные доли $g_{\pm} = f_{\pm}/\bar{f}$, коэффициент анизотропии ориентационной упругости $k = K_3/K_1$, а также безразмерные материальные параметры [9]

$$b = \frac{M_S \bar{f} L}{\sqrt{K_1 \chi_a}}, \qquad \kappa = \frac{k_{\rm B} T \bar{f} L^2}{K_1 \upsilon}.$$
 (4)

Журнал технической физики, 2012, том 82, вып. 9

Здесь использована величина $H_q = L^{-1} \sqrt{K_1/\chi_a}$ в качестве единицы напряженности магнитного поля. Она выбрана из баланса энергии упругих деформаций F₁ (потенциалы Озеена-Франка) и диамагнитного вклада F_2 (см. (1)). При $H \ge H_q$ ориентационные искажения возникают из-за диамагнитной анизотропии НЖКматрицы (квадрупольный механизм). Аналогично путем сопоставления упругого F₁ и дипольного F₃ вкладов в плотности свободной энергии приходим к другой характерной величине напряженности магнитного поля $H_d = K_1 / (M_S \bar{f} L^2)$. В этом случае для $H \ge H_d$ ориентационные искажения в ФН вызываются взаимодействием магнитных зерен с внешним магнитным полем (дипольный механизм). Параметр $b = H_q/H_d$ представляет собой отношение этих двух характерных полей H_q и Н_d и характеризует механизм влияния магнитного поля на ФН [9]. Для $b \gg 1$ ($H_d \ll H_q$) ориентационные искажения возникают из-за дипольного механизма, а в случае $b \ll 1 \ (H_d \gg H_q)$ они вызваны квадрупольным механизмом. При $H \approx H_0 = M_S \bar{f} / \chi_a$ слагаемые F_2 и F_3 становятся одного порядка, и преобладающий механизм влияния магнитного поля на ФН меняется от дипольного к квадрупольному (или наоборот). Параметр сегрегации $\kappa = (L/\lambda)^2$ представляет собой квадрат отношения двух характерных длин — толщины слоя L и сегреграционной длины $\lambda = (vK_1/k_{\rm B}T\bar{f})^{1/2}$ [1]. Для $\kappa \gg 1$ сегрегационные эффекты слабы, так как характерный размер области концентрационного расслоения меньше толщины слоя.

Подставляя (3) в (1), находим выражение для свободной энергии в безразмерном виде $\tilde{F} = FL/(K_2S)$ или

$$\tilde{F} = \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{1}{2} K(\varphi) \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin^2 \varphi - bh(g_+ - g_-) \sin \varphi + \kappa (g_+ \ln g_+ + g_- \ln g_-) \right) d\xi,$$
(5)

где *S* — площадь ограничивающих слой граничных плоскостей и введено обозначение

$$K(\varphi) = \cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi.$$
 (6)

Состоянию равновесия отвечает минимум свободной энергии (5), представляющей собой функционал относительно функций $\varphi(\xi)$ и $g_{\pm}(\xi)$. Минимизация свободной энергии (5) по $\varphi(\xi)$ дает уравнение для угла ориентации директора

$$K(\varphi)\varphi'' + \frac{1}{2} \frac{dK(\varphi)}{d\varphi} (\varphi')^2 + \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi + bh(g_+ - g_-) \cos \varphi = 0.$$
(7)

Здесь и далее штрихом обозначена производная по ξ . Условия жесткого планарного сцепления директора (3) с границей **n** \parallel **e** = (1, 0, 0) принимают следующий вид:

$$\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0.$$
 (8)

Равновесное распределение магнитных частиц $g_{\pm}(\xi)$ в слое находится минимизацией свободной энергии (5) по g_{+} и g_{-} с дополнительным условием постоянства числа N магнитных частиц в суспензии

$$\int_{V} (f_{+} + f_{-}) dV = Nv$$

или в терминах приведенных объемных долей

$$\int_{-1/2}^{1/2} (g_{+} + g_{-})d\xi = 1.$$
(9)

Минимизируя свободную энергию (5), получим

$$g_{\pm}(\xi) = Q \exp\left\{\pm \frac{bh}{\kappa}\sin\varphi(\xi)\right\},$$
$$Q^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} 2\operatorname{ch}\left\{\frac{bh}{\kappa}\sin\varphi(\xi)\right\}d\xi.$$
(10)

Формулы (10) описывают так называемый эффект сегрегации [1] — явление накапливания магнитных частиц в тех местах слоя, где минимальна их магнитная энергия.

Заметим, что полученное нами распределение примесных частиц (10) отличается от найденного в работах [3–4], в которых вместо интегрального условия (9) постоянства числа частиц в суспензии использовалось более сильное соотношение $g_+ + g_- = 1$.

Система уравнений (7), (10) с граничными условиями (8) допускает однородное решение

$$\varphi(\xi) \equiv 0, \qquad g_+(\xi) = g_-(\xi) \equiv 1/2, \qquad (11)$$

которое соответствует планарной текстуре ΦH (**n** \parallel **e** \perp **H**). Как показано ниже, это решение становится неустойчивым в полях, превышающих некоторое пороговое значение, называемое полем Фредерикса.

Наряду с однородным решением (11) система уравнений допускает также и неоднородные решения для полей директора и концентрации. Для их нахождения умножим уравнение (7) на φ' , в результате получим

$$\frac{d}{d\xi}\left[K(\varphi)\varphi'^2 - h^2\cos^2\varphi + 2\kappa(g_+ + g_-)\right] = 0.$$

В центре слоя угол отклонения директора максимален ($\varphi' = 0$ при $\xi = 0$), по этой причине первый интеграл этого уравнения принимает вид

$$\varphi' = \pm \mathcal{R}^{-1/2}(\varphi). \tag{12}$$

Здесь

$$\mathcal{R}^{-1}(\varphi) = K^{-1}(\varphi) \left[h^2 (\cos^2 \varphi - \cos^2 \varphi_0) + 2\kappa (g_{0+} + g_{0-} - g_+ - g_-) \right]$$
(13)

Журнал технической физики, 2012, том 82, вып. 9

и введены обозначения $g_{0\pm} \equiv g_{\pm}(0)$ и $\varphi_0 \equiv \varphi(0)$ для приведенных объемных долей частиц и угла наклона директора в центре слоя соответственно.

Интегрирование уравнения (12) для $\xi > 0$ с граничными условиями (8) дает неявную зависимость $\varphi(\xi)$:

$$\int_{0}^{\varphi(\xi)} \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} - \xi.$$
(14)

Для определенности выбрали знак плюс в уравнении (14), что отвечает повороту директора против часовой стрелки ($\phi_0 > 0$).

В центре слоя $(\xi=0)$ угол $\phi=\phi_0$ и уравнение (14) примет вид

$$\int_{0}^{\varphi_{0}} \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2}.$$
 (15)

Переходя в выражении (10) для Q от интегрирования по координате к интегрированию по углу φ с помощью соотношения (12), получим уравнение для Q в виде

$$\int_{0}^{\phi_{0}} (g_{+} + g_{-}) \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2}.$$
 (16)

Намагниченность ФН имеет вид $\mathcal{M} = M_S(f_+ - f_-)\mathbf{n}$. Введем безразмерную намагниченность $\mathbf{M} = \mathcal{M}/(M_S \bar{f}) = (g_+ - g_-)\mathbf{n}$ и определим среднюю по толщине слоя намагниченность соотношением

$$\langle \mathbf{M} \rangle = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \mathbf{M} dz = \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{M} d\xi.$$
(17)

Перейдем в соотношении (17) к интегрированию по φ с помощью уравнения (12) и получим окончательно выражения для усредненных по толщине слоя компонент намагниченности

$$\langle M_x \rangle = 2 \int_0^{\varphi_0} (g_+ - g_-) \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) \cos \varphi d\varphi,$$

$$\langle M_z \rangle = 2 \int_0^{\varphi_0} (g_+ - g_-) \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) \sin \varphi d\varphi.$$
(18)

Таким образом, уравнения (14)–(16), (18) и граничные уравнения (8) определяют угол $\varphi(\xi)$ поворота директора, распределения концентрации магнитной примеси $g_{\pm}(\xi) = f_{\pm}(\xi)/\bar{f}$ и средние компоненты намагниченности $\langle M_x \rangle$, $\langle M_z \rangle$ в слое ФН в зависимости от напряженности магнитного поля h и безразмерных параметров k, b и κ .

Сделаем оценку безразмерных величин (4), используя типичные материальные параметры НЖК и магнитных частиц [10–15]. Для ФН на основе ЖК 5СВ (в единицах СГСЭ) имеем $\chi_a = 1.67 \cdot 10^{-7}$, $K_1 = 6.4 \cdot 10^{-7}$ dyn и $K_3 = 1.0 \cdot 10^{-6}$ dyn, T = 298 K, $\bar{f} = 2 \cdot 10^{-7}$, $M_S = 500$ Gs, $v = 1.5 \cdot 10^{-16}$ cm³ и, полагая толщину слоя $L = 2.5 \cdot 10^{-2}$ сm, получим $k \approx 1$, $b \approx 10$, $\kappa \approx 0.1$. Малые значения параметра κ свидетельствуют о важности магнитных сегрегационных эффектов в рассматриваемой задаче.

Переход Фредерикса

Как отмечалось выше, уравнения ориентационного равновесия (7)–(10) имеют однородное решение $\varphi(\xi) \equiv 0$ и $g_+(\xi) = g_-(\xi) \equiv 1/2$, которое соответствует планарной текстуре ФН (**n** || **e** \perp **H**). Это состояние становится неустойчивым, если внешнее магнитное поле превышает некоторое пороговое значение h_c , известное как поле Фредерикса [16]. Вблизи h_c значения угла $\varphi(\xi)$ малы, так что из уравнвений (10) в низшем порядке получим

$$g_+ - g_- = 2Q \frac{bh_c}{\kappa} \varphi, \quad Q = \frac{1}{2}$$

а уравнение (7) принимает вид

$$\varphi'' + h_c^2 \varphi + h_c b(g_+ - g_-) = 0.$$
⁽¹⁹⁾

В результате приходим к уравнению

$$\varphi'' + h_c^2 \left(1 + \frac{b^2}{\kappa}\right)\varphi = 0, \qquad (20)$$

нетривиальное решение которого с граничными условиями (8) имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\pi \xi), \tag{21}$$

оно существует при $h > h_c$, где h_c определено соотношением

$$h_c^2 = \frac{\pi^2}{1 + b^2/\kappa}.$$

Из формулы (22) видно, что поле Фредерикса h_c , как и должно быть в рассматриваемой геометрии, не меняется, если направление магнитного поля изменить на обратное. При $\bar{f} \equiv 0$ оно совпадает с полем Фредерикса ($h_c = \pi$) для чистого нематика [16]. Наличие магнитной примеси понижает порог перехода ($h_c < \pi$), что характерно и для суспензий сегнетоэлектрических частиц в НЖК [4]. Заметим еще, что, как видно из (22), пороговое поле Фредерикса h_c существенно уменьшается в дипольном режиме ($b \gg 1$) и при малых κ , когда сегрегационные явления особо важны.

Разложение Ландау

Рассмотрим ФН вблизи перехода Фредерикса h_c , где появляется неоднородная ориентация директора. В этом

31



Рис. 3. *а* — угол ориентации директора φ_0 , *b* — концентрация магнитных частиц с магнитными моментами, направленными вдоль (g_+) и (c) против (g_-) директора в центре слоя как функции напряженности магнитного поля *h*. Здесь $h_c = 0.69$ для $\kappa = 5$ и $h_c = 0.22$ для $\kappa = 0.5$.

случае отклонения директора от оси легкого ориентирования малы и описываются формулой (21), и свободная энергия (5) может быть разложена в степенной ряд по $\varphi = \varphi_0 \cos(\pi \xi)$, где $\varphi_0 \ll 1$. В четвертом порядке по φ_0 свободная энергия (5) принимает вид разложения Ландау

$$\tilde{F} = \tilde{F}_0 + \frac{\alpha}{2}(h_c - h)\varphi_0^2 + \frac{\beta}{4}\varphi_0^4 + \dots,$$
(23)

где

$$\tilde{F}_0 = -\kappa \ln 2, \quad \alpha = \frac{\pi^2}{h_c}, \quad \beta = \frac{\pi^2 k}{4} + \frac{b^4 h_c^4}{16\kappa^3}$$

Здесь h_c определено соотношением (22). Минимизация свободной энергии (23) по φ_0 дает выражение для угла поворота директора в центре слоя

$$\varphi_0 = \pm \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} (h - h_c)}.$$
 (24)

Эта формула показывает, что отличные от нуля решения, отвечающие неоднородной фазе, имеются только при $h > h_c$. Значение h_c определяет тем самым пороговое поле (поле Фредерикса), выше которого происходят ориентационные искажения в ранее однородном ФН. Формула (24) дает величину ориентационных искажений поля директора вблизи порога ориентационной неустойчивости (рис. 3, а). Она описывает так называемую нормальную бифуркацию, для которой угол поворота директора в центре слоя при $h > h_c$ непрерывно увеличивается от нулевого значения как $(h - h_c)^{1/2}$; такое поведение в теории Ландау характерно для переходов второго рода. Таким образом, переход Фредерикса в компенсированном ФН является фазовым переходом второго рода (неоднородная фаза устойчива при $h > h_c$), как и в чистом ЖК. Заметим, что в обычном (некомпенсированном) ФН эффекты сегрегации приводят к возможности перехода Фредерикса первого рода [12,13,17-20].

Ориентационные и магнитные свойства ФН

Результаты численного решения уравнений (14)–(16), (18) приведены на рис. 3–9 для $k = 1.56, b = 10, \kappa = 5$ (в этом случае поле Фредерикса $h_c = 0.69$) и $\kappa = 0.5$ $(h_c = 0.22)$. На рис. 3 показаны зависимости угла отклонения директора φ_0 и концентрации феррочастиц g_{0+} и g₀₋ в центре слоя от приложенного магнитного поля *h*. При $h \le h_c$ уравнения (15) и (16) имеют решение $\varphi_0 = 0$ и $g_{\pm} = 1/2$, которое соответствует однородной структуре ФН. В этом случае директор в слое направлен вдоль оси легкого ориентирования ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{e} \perp \mathbf{H}$), а магнитная примесь однородно распределена по объему. При $h > h_c$ это состояние становится неустойчивым и появляются пространственные искажения директора $(\varphi_0 \neq 0)$ по типу фазового перехода второго рода (роль параметра порядка при переходе играет величина $\sin^2 \varphi_0$) подобно классическому переходу Фредерикса в чистых ЖК [16]. С ростом поля угол отклонения директора от оси легкого ориентирования в центре слоя растет, и в сильных полях директор асимптотически стремится к направлению поля $\varphi_0 \rightarrow \pi/2$ (рис. 3, *a*), при этом происходит резкое уменьшение концентрации частиц g_{0-} , магнитные моменты которых направлены против директора (рис. 3, *b*, *c*), в то время как концентрация g_{0+} ведет себя немонотонно: выше порога Фредерикса она быстро возрастает, а далее с ростом поля асимптотически стремится к единице. Таким образом, с ростом поля в центре слоя накапливаются частицы, магнитные моменты которых направлены вдоль директора. Сравнение рис. 3, *b* и *c* показывает, что при $\kappa = 0.5$ (сильная сегрегация) концентрационное перераспределение оказывается более существенным, чем при $\kappa = 5$.

На рис. 4–6 показаны результаты численного решения уравнения (14)–(16) для угла поворота директора $\varphi(\xi)$ и концентрационные распределения магнитных частиц $g_+(\xi)$ и $g_-(\xi)$ при $h > h_c$ и разных параметрах сегрегации κ . В полях $h \le h_c$ ФН находится в однородной фазе, когда $\varphi(\xi) = 0$ и $g_{\pm} = 1/2$ (см. штриховые линии на рис. 5 и 6). При $h > h_c$ появляются простран-



Рис. 4. Угол ориентации директора $\varphi(\xi)$ в слое ФН при разных значениях магнитного поля *h*: *a* — $\kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), *b* — $\kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$).



Рис. 5. Пространственное распределение концентрации магнитных частиц g_+ с магнитными моментами, направленными вдоль директора, при разных значениях магнитного поля h: $a - \kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), $b - \kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$). Штриховая линия $g_+ = 1/2$ отвечает $h \le h_c$.

ственные искажения структуры и концентрационные неоднородности. С ростом *h* директор ориентируется вдоль поля, частицы "+"-семейства, магнитные моменты которых ориентированы в направлении директора, мигрируют от границ образца к его центру — эффект сегрегации (см. рис. 5), а частицы "-"-семейства с невыгодной ориентацией магнитных моментов сосредоточиваются вблизи границ слоя, где директор параллелен оси легкого ориентирования (см. рис. 6). Наряду с этим с ростом поля происходит перераспределение частиц между подсистемами, увеличение числа частиц "+"-семейства и уменьшение g_- , т.е. при $h \gg h_c$ концентрация $g_- \to 0$, а $g_+ \to 1$ в большей части слоя, за исключением узкой пристеночной области, из которой частицы мигрировали в середину слоя.

Как видно из рис. 3, *b* и *c*, концентрация g_{0+} ведет себя немонотонно как функция приложенного магнитного поля. Выше порога перехода Фредерикса появляются пространственные искажения директора в слое ФН и имеет место эффект сегрегации. Напомним, что этот эффект заключается в накоплении магнитных частиц в тех областях слоя, где их магнитная энергия минимальна. В рассматриваемом случае для частиц из "+"-семейства минимуму энергии отвечает центральная область слоя, где директор направлен вдоль магнитного поля (см. рис. 5), а для частиц "-"-семейства минимуму энергии отвечает приграничная область (рис. 6, а и b), в рассматриваемой геометрии это состояние энергетически менее выгодно, чем центральная область для частиц "+"-семейства. Как видно из рис. 3, а и 4, с ростом поля в центре слоя угол φ_0 отклонения директора увеличивается, и растет концентрация частиц g_+ с магнитными моментами, ориентированными в направлении директора (см. рис. 5, a, кривые h = 0.75, 1.15, 2, 3.5 и рис. 5, b, кривые h = 0.25, 0.34, 0.66, 2.5). При $h \ge 2.5$ угол φ_0 становится близок к $\pi/2$, т.е. магнитные частицы "+"-семейства в центре слоя ориентированы по полю (как для $\kappa = 5$, так и для $\kappa = 0.5$). Дальнейшее увеличение поля приводит к расширению области, в



Рис. 6. Пространственное распределение концентрации магнитных частиц g_{-} с магнитными моментами, направленными против директора, при разных значениях магнитного поля h: $a - \kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), $b - \kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$). Штриховая линия $g_{-} = 1/2$ отвечает $h \le h_c$.



Рис. 7. Средняя по слою намагниченность ферронематика как функция напряженности магнитного поля: $a - \kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), $b - \kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$).

которой угол отклонения директора от оси легкого ориентирования близок к $\pi/2$, т.е. ориентация директора близка к направлению поля (см. рис. 4, кривые h = 6). В этом случае магнитные частицы "+"-семейства занимают все большую часть слоя (см. рис. 5, кривые h = 6), а закон сохранения (9) приводит к уменьшению концентрации магнитных частиц "-"-семейства в центре слоя. Сравнение рис. 5, *а* и *b* показывает, что меньшему значению параметра сегрегации отвечает более выраженный отклик системы на внешнее магнитное поле, т.е. с ростом поля происходит более существенная миграция частиц.

На рис. 7 показаны компоненты средней намагниченности (18) ФН как функции напряженности поля. Видно, что с ростом поля выше порога h_c ФН перестает быть компенсированным и намагничивается, так что $\langle M_z \rangle$ увеличивается и стремится к насыщению, в котором магнитные моменты феррочастиц направлены по полю h, в то время как $\langle M_x \rangle$ обнаруживает немонотонное поведение, связанное с перемагничиванием "невыгодно" ориентированной подсистемы. Выше порога перехода Фредерикса намагниченность в направлении, перпендикулярном приложенному полю $\langle M_x \rangle = \langle (g_+ - g_-)n_x \rangle$, резко возрастает и достигает максимума, а затем с ростом поля асимптотически стремится к нулю. Наличие экстремума связано с перемагничиванием "невыгодной" подсистемы. Чем меньше параметр сегрегации, тем отчетливее виден максимум.

На рис. 8 и 9 показаны распределения компонент намагниченности в слое при различных значениях напряженности магнитного поля и двух значениях параметра сегрегации. С ростом поля, как уже отмечалось, растет концентрация $g_+(\xi)$ выгодно ориентированных по отношению к полю магнитных частиц и происходит их миграция в середину слоя. По этой причине пространственное распределение компоненты намагниченности $M_z(\xi)$ качественно похоже на $g_+(\xi)$ (см. рис. 5), так как намагниченность в направлении поля определяется частицами, магнитные моменты которых направлены вдоль директора. Для $M_x(\xi)$ пространственное распределение имеет более сложный характер: по мере возрастания магнитного поля доля магнитных частиц g_+ в центре



Рис. 8. *х*-компонента намагниченности в слое ФН при разных значениях напряженности магнитного поля h: $a - \kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), $b - \kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$).



Рис. 9. *z*-компонента намагниченности в слое Φ Н при разных значениях напряженности магнитного поля *h*: *a* — $\kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), *b* — $\kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$).

слоя возрастает (см. рис. 3, *b*, *c* и 5), этим и объясняется появление минимума на рис. 8. Наличие экстремума на кривой $M_x(\xi) = (g_+ - g_-) \cos \varphi(\xi)$ и его сдвиг к границам слоя с ростом поля обусловлены уменьшением объемной доли "невыгодно" ориентированных частиц и их миграцией к границам слоя (см. рис. 6).

Немонотонное поведение M_x (рис. 8) и $\langle M_x \rangle$ (рис. 7) в зависимости от приложенного магнитного поля легко понять из рис. 4 и определения $M_x = (g_+ - g_-) \cos \varphi(\xi)$. Как показано выше, для $h > h_c$ частицы с магнитными моментами, ориентированными в направлении директора, накапливаются в середине слоя (рис. 5), в то время как концентрация частиц, магнитные моменты которых направлены против директора, уменьшается не только в центре, но и во всем объеме (рис. 6). Отметим, что в полях чуть выше поля Фредерикса разность $(g_+ - g_-)$ растет быстрее, чем уменьшается со φ . В этом случае выше h_c намагниченность увеличивается с ростом поля. Однако для $\kappa = 5$ при $h \approx 1$ и $\kappa = 0.5$ при $h \approx 0.4$ большинство магнитных частиц уже сосредоточено вблизи середины слоя (см. рис. 3, b, c,

Рис. 10. Разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами как функция напряженности магнитного поля *h*.

5 и 6). Поэтому, как видно из рис. 3, *a*, разность концентраций двух подсистем $(g_+ - g_-) \rightarrow 1$ и угол φ_0 стремится к $\pi/2$. Следовательно, для $\kappa = 5$ при $h \ge 1$ и для $\kappa = 0.5$ при $h \ge 0.4$ поведение намагниченности преимущественно определяется углом поворота директора. По этой причине рост $\langle M_x \rangle = \langle (g_+ - g_-) \cos \varphi(\xi) \rangle$ сменяется спадом, а $\langle M_z \rangle = \langle (g_+ - g_-) \sin \varphi(\xi) \rangle$ продолжает расти до насыщения (см. рис. 7).

Оптические свойства ФН

Возникающие под действием магнитного поля искажения ориентационной структуры ФН можно обнаружить путем измерения разности фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами света, проходящего через слой ФН [21,22]. Разность фаз нормально падающего луча монохроматического света можно записать как [16]

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_{\text{light}}} \int_{-1/2}^{1/2} [n_{\text{eff}}(\xi) - n_0] d\xi.$$
(25)

Здесь λ_{light} — длина волны монохроматического света и n_{eff} — эффективный показатель преломления, определяемый соотношением

$$\frac{1}{n_{\rm eff}^2(\xi)} = \frac{\sin^2 \varphi(\xi)}{n_0^2} + \frac{\cos^2 \varphi(\xi)}{n_e^2},$$
 (26)

где n_0 и n_e — показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно.

С помощью соотношения (12) приведем разность фаз (25) к виду

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 2 \int_0^{\varphi_0} \frac{(1 - \xi + \sqrt{1 - \xi}) \cos^2 \varphi}{1 - \xi \cos^2 \varphi + \sqrt{1 - \xi \cos^2 \varphi}} \mathscr{R}^{1/2}(\varphi) d\varphi.$$
(27)

Здесь $\delta_0 = 2\pi L(n_e - n_0)/\lambda_{\text{light}}$ — разность фаз в отсутствие магнитного поля и введено обозначение $\xi = (n_e^2 - n_0^2)/n_e^2$. В формуле (27) угол φ_0 определяется уравнением (15), а функция $\Re(\varphi)$ задана соотношением (13). Выражение (27) определяет оптическую разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами (фазовая задержка) в ФН, искаженном магнитным полем.

Вблизи поля перехода Фредерикса h_c , когда отклонения директора от оси легкого ориентирования малы $(\varphi_0 \ll 1)$, из формулы (27) находим

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{1 + \sqrt{1 - \xi}}{4(1 - \xi)} \,\varphi_0^2,\tag{28}$$

где φ_0 определено формулой (24).

На рис. 10 представлены результаты численного решения уравнения (27) для ФН на основе нематика 5CB с материальными параметрами [12,13,20] $n_0 =$ = 1.53, $n_e = 1.71(\lambda_{\text{light}} = 632.8 \text{ nm})$, $K_1 = 6.4 \cdot 10^{-7}$ dyn и $K_3 = 1.0 \cdot 10^{-6}$ dyn (T = 298 K). При $h \leq h_c$ фазовая задержка в слое ФН имеет максимальное значение. Для $h > h_c$, т.е. выше фазового перехода второго рода из однородной фазы в неоднородную, с ростом магнитного поля фазовая задержка уменьшается согласно (28), а затем в сильных полях из-за жесткого сцепления директора с границами асимптотически стремится к нулю.

Искажения ориентационной структуры ФН, вызванные магнитным полем, влияют на интенсивность света, прошедшего через образец. Для нормально падающего луча монохроматического света выражение для интенсивности проходящего света может быть записано в виде [16]

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2 \left(\frac{\pi L}{\lambda_{\text{light}}} (N_{\text{eff}} - n_0) \right), \qquad (29)$$

где I_0 — интенсивность падающего на ячейку линейно поляризованного света и

$$N_{\text{eff}} = \int_{-1/2}^{1/2} n_{\text{eff}}(\xi) d\xi$$
$$= \int_{-1/2}^{1/2} \frac{n_e n_0}{\sqrt{n_0^2 \cos^2 \varphi(\xi) + n_e^2 \sin^2 \varphi(\xi)}} d\xi.$$
(30)

Из уравнения (25) имеем

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda_{\text{light}}} (N_{\text{eff}} - n_0). \tag{31}$$

Выражая N_{eff} из (31) и подставляя (29), получим

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right). \tag{32}$$

Здесь δ определено формулой (27).





Рис. 11. Интенсивность света, проходящего через слой ФН толщиной $L = 10.5 \cdot 10^{-4}$ сm. $a - \kappa = 5$ ($h_c = 0.69$), $b - \kappa = 0.5$ ($h_c = 0.22$).

На рис. 11 изображена построенная по формуле (32) зависимость интенсивности света, прошедшего через слой ФН, от приложенного магнитного поля. Расчеты проведены для толщины слоя $L = 10.5 \cdot 10^{-4}$ сm, которой отвечает минимум интенсивности прошедшего через слой света в полях $h < h_c$. Из рисунка видно, что выше поля перехода Фредерикса слой ФН становится прозрачным, и интенсивность достигает максимального значения. Для $\kappa = 0.5$ (сильная сегрегация) экстремумы интенсивности достигаются в бо́льших полях, чем при $\kappa = 5$ (слабая сегрегация).

Заключение

Новый класс материалов — коллоидные суспензии магнитных или сегнетоэлектрических частиц в жидких кристаллах привлекают к себе все большее внимание исследователей. Благодаря тому что их физические свойства богаче свойств каждой из компонент в отдельности, они интересны как с общефизической точки зрения, так и с точки зрения практических приложений в разнообразных устройствах отображения информации.

В настоящей работе изучен индуцированный магнитным полем переход Фредерикса в плоском слое компенсированного ФН. На границах слоя заданы условия жесткого планарного сцепления. Сцепление магнитных частиц с ЖК-матрицей предполагалось планарным и абсолютно жестким, а длинные оси магнитных зерен направленными параллельно и антипараллельно директору (компенсированный ФН). Магнитное поле было приложено нормально границам, а возникающая деформация ориентационной структуры отвечала поперечному и продольному изгибам. В рамках континуальной теории получены интегральные уравнения для угла отклонения директора от оси легкого ориентирования, концентрационные распределения примесных частиц, намагниченности ФН под действием внешнего магнитного поля. Показано, что ориентационные искажения с ростом поля возникают пороговым образом (переход Фредерикса), найдено аналитическое выражение для поля Фредерикса. Выяснено, что этот переход в ФН является фазовым переходом второго рода. Показано, что наличие компенсированной магнитной примеси приводит к переходу Фредерикса в меньших полях по сравнению с чистым ЖК. Вблизи поля Фредерикса аналитически получено выражение для угла ориентации директора. Изучены пространственные искажения директора, концентрации магнитной примеси, намагниченности ФН, а также фазовая задержка и интенсивность проходящего через образец света как функции приложенного магнитного поля.

Показано, что эффект сегрегации магнитных частиц приводит к нетривиальному отклику ФН на приложенное магнитное поле. С ростом поля выше порога перехода Фредерикса в центре слоя происходит увеличение концентрации частиц, магнитные моменты которых направлены вдоль директора, и уменьшение концентрации частиц с магнитными моментами, направленными противоположно директору. При дальнейшем увеличении напряженности поля эта область расширяется от центра слоя к границам. Таким образом, эффект сегрегации приводит к тому, что под действием магнитного поля ФН пороговым образом перестает быть компенсированным и намагничивается в направлении поля. Наряду с этим установлено немонотонное поведение концентрации частиц, магнитные моменты которых направлены вдоль директора, и поперечной компоненты намагниченности ФН.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-02-96030).

Список литературы

- Brochard F, de Gennes P.G. // J. Phys. (France) 1970. Vol. 31. P. 691–708.
- [2] Petrov D.A., Zakhlevnykh A.N. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2012.
 Vol. 557. P. 60–72.
- [3] Reshetnyak V.Yu., Shelestiuk S.M., Sluckin T.J. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2006. Vol. 454. P. 201–206.

- [4] Shelestiuk S.M., Reshetnyak V.Yu., Sluckin T.J. // Phys. Rev.
 E. 2011. Vol. 83. 041 705 (13 pp).
- [5] Reznikov Yu., Buchnev O. Tereshchenko O., Reshetnyak V., Glushchenko A., West J. // Appl. Phys. Lett. 2003. Vol. 82.
 P. 1917–1919.
- [6] Li F., Buchnev O., Cheon C.I., Glushchenko A., Reshetnyak V., Reznikov Yu., Sluckin T.J., West J.L. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. 147 801 (4 pp.)
- [7] Cook G., Reshetnyak V.Yu., Ziolo R.F., Basun S.A., Banerjee P.P., Evans D.R. // Opt. Express. 2010. Vol. 18.
 P. 17 339–17 345.
- [8] Burylov S.V., Raikher Yu.L. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1995.
 Vol. 258. P. 123–141.
- Zakhlevnykh A.N., Sosnin P.A. // J. Magn. Magn. Mater. 1995.
 Vol. 146. P. 103–110.
- [10] Zakhlevnykn A.N., Makarov D.V. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2007. Vol. 475. P. 233–245.
- [11] Makarov D.V., Zakhlevnykh A.N. // J. Magn. Magn. Mater. 2008. Vol. 320. P. 1312–1321.
- [12] Makarov D.V., Zakhlevnykh A.N. // Phys. Rev. E. 2010.
 Vol. 81. 051 710 (9 pp.).
- [13] Захлевных А.Н., Макаров Д.В. // Вестн. Пермского ун-та. Физика. 2009. Вып. 1(27). С. 62–68.
- [14] Захлевных А.Н., Макаров Д.В. // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Физика. 2011. Вып. 1(16). С. 55-63.
- [15] Zakhlevnykh A.N., Makarov D.V. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2011. Vol. 540. P. 135–144.
- [16] *Blinov L.M., Chigrinov V.G.* Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials. NY: Springer-Verlag, 1994. 464 p.
- [17] Захлевных А.Н., Макаров Д.В. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2010. Вып. 2(32). С. 58–66.
- [18] Захлевных А.Н., Семенова О.Р. // Вестн. Пермского ун-та. Физика. 2009. Вып. 1(27). С. 52–59.
- [19] Захлевных А.Н., Семенова О.Р. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2010. Вып. 2(32). С. 67–74.
- [20] Zakhlevnykh A.N., Semenova O.R. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2011. Vol. 540. P. 219–226.
- [21] Захлевных А.Н., Макаров Д.В. // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Физика. 2010. Вып. 1(38). С. 26–31.
- [22] Семенова О.Р., Захлевных А.Н. // Вестн. Пермского ун-та. Сер.: Физика. 2010. Вып. 1(38). С. 39–47.