01;03 Влияние геометрии и турбулентности газового потока на гидродинамическое сопротивление обтекаемого тела

© Н.Н. Симаков

Ярославский государственный технический университет, 150023 Ярославль, Россия e-mail: nik_simakov@mail.ru

(Поступило в Редакцию 29 декабря 2010 г. В окончательной редакции 12 апреля 2011 г.)

Для исследования влияния геометрии набегающего потока на гидродинамическое сопротивление тела выполнен численный эксперимент, в котором моделировалось обтекание шара свободным газовым потоком, а также в цилиндрических трубах разного радиуса, конфузоре и диффузоре. Результаты расчетов привели к выводу, что ограничение потока стенками трубы, его сужение или расширение могут изменить гидродинамическую силу и коэффициент сопротивления тела незначительно, не более чем на 30%. Этим нельзя объяснить ранний кризис сопротивления, когда эти же величины при числах Рейнольдса порядка 100 уменьшаются в 4–7 раз. Предложено теоретическое объяснение данного явления влиянием сильной турбулентности набегающего на тело потока.

Введение. Ранний кризис гидродинамического сопротивления шара

Во многих технологических процессах для увеличения поверхности раздела фаз и интенсивности их тепломассообмена используют распыливание жидкости в газе, например, с помощью форсунок.

Для расчета таких процессов необходимо знать значения коэффициента C_d гидродинамического сопротивления капли при ее относительном движении в газе со скоростью $V = V_{\infty}$, чтобы вычислить величину силы сопротивления

$$F = C_d S \rho V^2 / 2. \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность газа, $S = \pi d^2/4$ — площадь миделева сечения сферической частицы, капли, d — ее диаметр, V_{∞} — относительная скорость набегающего газового потока вдали от капли.

Для случаев обтекания шара ламинарным потоком при числах Рейнольдса $\text{Re} = V d\rho/\mu < 0.1 \ll 1 ~(\mu -$ динамический коэффициент вязкости газа) известна формула Стокса

$$C_d = 24/\mathrm{Re},\tag{2}$$

а в переходном диапазоне при 2 < Re < 700 — зависимость Клячко

$$C_d = 24/\text{Re} + 4/\text{Re}^{1/3}.$$
 (3)

Экспериментально установлено [1,2], что в сильнотурбулентном двухфазном потоке факела распыла форсунки величина C_d капель воды при Re ~ 100 может уменьшаться в 4–7 раз (рис. 1) по сравнению с общеизвестными значениями, определяемыми по формуле (3). При давлении на форсунке $P = 5 \cdot 10^5$ Ра экспериментальные данные хорошо аппроксимируются зависимостью $C_d = 2000/\text{Re}^2$, график которой показан на рис. 1 пунктирной линией. Данное новое явление значительного уменьшения величины C_d при переходных числах Рейнольдса было названо аномалией или ранним кризисом сопротивления [1,2].

Для объяснения раннего кризиса сопротивления в работах [1,2] среди других выдвигалась под номером 5 гипотеза о "затягивании" стоксова режима обтекания капли в область переходных чисел Рейнольдса Re ~ 1...100 из-за сильной турбулентности набегающе-



Рис. 1. Зависимости коэффициента сопротивления C_d шара от числа Рейнольдса Re: штриховая линия — по формуле Стокса (2); сплошная кривая — по формуле Клячко (3); • — данные эксперимента [1] для капель воды в факеле форсунки при давлении $P = 5 \cdot 10^5$ Ра; пунктирная линия — их аппроксимация по формуле $C_d = 2000/\text{Re}^2$; + — данные эксперимента [3] с шариком, обдуваемым свободной струей; Б с примента [3] с шариком, обдуваемым струей в конфузоре.

го на каплю газового потока. Основанием для этой гипотезы послужила очевидная (см. рис. 1) близость экспериментальных значений C_d для капель к кривой стоксовой зависимости (2), продолженной в область Re > 1.

В работе [1,2] отмечалось, что, используя заимствованные из теории "пристеночной" турбулентности представления о существовании у поверхности капли тонкого вязкого подслоя, как части турбулентного погранслоя [3,4], даже удалось построить обосновывающую эту гипотезу модель. Она впервые излагается ниже в разд. 2.

Наряду с вышеупомянутой гипотезой 5 для объяснения аномалии сопротивления в работах [1,2] также выдвигалась под № 6 гипотеза о возникновении изза высокой турбулентности потока уже при Re > 50 кризиса сопротивления, аналогичного тому, что известен для обтекания твердой сферы ламинарным потоком при Re ~ 10^5 .

То обстоятельство, что классически известный кризис сопротивления иногда может возникать "раньше", т.е. при критических числах Рейнольдса Re_c гораздо меньших, чем 10⁵, подробно рассматривалось в работе [5]. В ней приведены данные о том, что с повышением степени турбулентности от 14 до 40% известный при $\text{Re} \sim 10^5$ кризис сопротивления шара смещался в область значений Re_c от 2200 до 400 соответственно.

По отношению к стандартной экспериментальной зависимости $C_d(\text{Re})$, график которой иногда называют кривой Рэлея [6], возникновение кризиса сопротивления проявляет себя резким (в несколько раз) уменьшением величины C_d при $\text{Re} \ge \text{Re}_e$. И, кроме того, наблюдавшимся в некоторых опытах последующим постепенным возвращением C_d к значениям, близким к стандартным, по мере увеличения Re в несколько раз от Re_c [5]. Отсюда можно заключить, что в разных частях широкого интервала $50 < \text{Re} < 3 \cdot 10^5$ обнаруженный уже кризис носит локальный характер. В работе [5] выведена согласующаяся с экспериментом в интервале $400 < \text{Re}_c < 2200$ зависимость

$$\operatorname{Re}_{c}(v'/V)^{2} = \operatorname{Re}_{c}\varepsilon^{2} \approx \operatorname{const} = 45,$$
 (4)

которая связывает уменьшение критического числа Re_c с ростом среднеквадратичного значения v' пульсационной скорости и степени турбулентности $\varepsilon = v'/V$ потока, набегающего на шар с осредненной по времени скоростью V. Причем авторы этой статьи полагали маловероятным возникновение кризиса сопротивления в интервале 1 < Re < 100, так как здесь по формуле (4) интенсивность турбулентности ε должна быть существенно выше 40%, что маловероятно.

Однако, как видно на рис. 1, относительно недавно явление аномалии или раннего кризиса сопротивления капель в факеле распыла форсунки было открыто и в этой области 1 < Re < 100 значений числа Рейнольдса [1,2]. Причем по оценкам ε достигало 30% и более.

При попытке экспериментально подтвердить ранний кризис сопротивления на одиночном твердом шарике [7] оказалось, что такое явление не наблюдалось при обтекании шарика свободной газовой струей, но возникало, если шарика свободной газовой струей, но возникало, Это привело к предположению о том, что наряду с сильной турбулентностью на гидродинамическое сопротивление обтекаемого тела, возможно, влияет геометрия набегающего потока.

С целью проверки данного предположения был задуман и проведен численный эксперимент, в котором моделировалось обтекание шара газовыми потоками различной геометрии: однородным, в круглых цилиндрических трубах разного радиуса, в конфузоре и диффузоре.

1. Описание и результаты численного эксперимента

Математически течение газа описывалось уравнением неразрывности

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{V}) = 0$$
 (5)

и уравнением Навье-Стокса

$$\partial \mathbf{V}/\partial t + (\mathbf{V} \cdot \nabla) = -\nabla P/\rho + \nu \cdot \Delta \mathbf{V}.$$
 (6)

Здесь $v = \mu/\rho$ — кинематический коэффициент вязкости газа. Для связи давления Р газа и его плотности ρ использовалось уравнение адиабаты Пуассона $dP = \gamma P/\rho d\rho$, в котором $\gamma = 1.40$ — постоянная адиабаты для воздуха.

При выборе оптимальных для цели моделирования системы координат и формы обтекаемого тела были учтены следующие соображения. Если при решении задачи об обтекании шара газом в круглой цилиндрической или конической трубе использовать сферическую систему координат, то в ней удобно задавать границу течения газа на поверхности шара, но крайне неудобно делать то же на поверхности трубы, так как образующая поверхности трубы не проходит через узлы расчетной сетки. Все будет наоборот, если использовать цилиндрическую систему координат. Поэтому ради простоты был выбран следующий компромиссный вариант. В цилиндрической системе координат в качестве обтекаемого тела использовался квазишар — тело вращения, имеющее осевое сечение в форме восьмиугольника, все стороны которого получаются соединением точек расчетной сетки (рис. 2). Это тело целиком вписывалось в шар радиусом $R = h45^{1/2} \approx 6.71h$ (*h* — шаг сетки), расположенный на оси газового потока в середине расчетной области (рис. 2).

Уравнения (5) и (6) в выбранной системе координат записывались в конечно-разностной форме с использованием явной схемы Лакса–Вендроффа [8]. При расчете обтекания тела свободным потоком или в круглой цилиндрической трубе расчетная сетка представляла собой прямоугольную область с числом точек 46 по оси потока (координате z) и числом точек 23 или 29, или 35 по радиусу r. При расчете течения в конической трубе ее образующую вписывали в подходящую прямоугольную область так, чтобы она проходила через некоторые узлы расчетной сетки (рис. 2).

Разностные аналоги уравнений (5) и (6) дополнялись соответствующими граничными условиями и решались численно по методу установления стационарного решения. В частности, на твердых стенках граничным было условие: V = 0 — обращения скорости газа в нуль.

По вычисленному полю скоростей и давлений газа интегрированием напряжений по поверхности *f* обтекаемого тела находили действующую на него в направлении газового потока силу гидродинамического сопротивления

$$F = \int (Pn_z - 2\mu \partial V_z / \partial z n_z - \mu (\partial V_z / \partial r + \partial V_r / \partial z) n_r) df,$$
(7)

где V_z и V_r — проекции скорости газа на оси цилиндрической системы координат, $n_z = -\cos\theta$ и $n_r = -\sin\theta$ — проекции на координатные оси вектора внутренней единичной нормали к поверхности обтекаемого тела, θ — полярный угол между радиусом-вектором **r** данной точки поверхности тела и осью ОZ. Затем вычисляли коэффициент сопротивления C_d , выразив его из формулы (1).

Рассчитанные профили скорости газа представлены на рис. 3, 4. Из рис. 3 видно, что полученные для стоксового режима обтекания (Re = 0.08) профили скорости практически симметричны, причем функция аксиальной



Рис. 2. Схема расчетной области с границами твердых тел: квазишара и конфузора, радиус которого уменьшался от 35 до 29 шагов *h* сетки.



Рис. 3. Профили скорости газа, обтекающего тело в круглой цилиндрической трубе в стоксовом режиме при Re = 0.08: сплошные линии — аксиальная скорость V_z в условных единицах, пунктирные линии — радиальная скорость V_r , \circ — j = 0 — на верхней (по потоку) границе расчетной области; $\Box - j = 12; \diamond - j = 23$ — в сечении, содержащем центр квазишара; $\times - j = 34; + - j = 46$ — на нижней (по потоку) границе расчетной области.

скорости $V_z(z - z_0) = V_z(z_0 - z)$ — четна, а радиальной скорости $V_r(z - z_0) = -V_r(z_0 - z)$ — нечетна относительно сечения $z_0 = 23h$, где располагался центр квазишара. То же самое, как известно, имеет место при стоксовом обтекании шара свободным потоком [3,4], что можно рассматривать как подтверждение корректности выполненных расчетов. При обтекании квазишара в переходном режиме (Re = 71.4) такой симметрии уже нет (см. рис. 4). Напротив, в этом случае вблизи тыльной части тела (кормы), очевидно, возникает возвратновихревое течение, как и при обтекании шара [6].

Результаты расчетов коэффициента сопротивления C_d представлены на рис. 5–8. Из рис. 5 и 6 видно, что рассчитанные значения C_d для тела, обтекаемого свободным потоком при Re < 1, согласуются с формулой Стокса (2), а при Re > 5 — с формулой Клячко (3). Небольшое (до 11%) отличие рассчитанных значений C_d от зависимостей (2) или (3) можно объяснить отклонением формы моделируемого тела от шаровой и ограниченностью числа узлов расчетной сетки.

При обтекании тела газом в круглой цилиндрической трубе рассчитанные значения C_d немного ниже, чем в



Рис. 4. Профили скорости газа, обтекающего тело в круглой цилиндрической трубе в переходном режиме при Re = 71.4 (все обозначения как на рис. 3).



Рис. 5. Зависимость коэффициента сопротивления шара C_d от числа Рейнольдса Re в свободном потоке газа и при его течении в круглой трубе: штриховая кривая — график функции Стокса (2), \circ — из расчета обтекания шара свободным потоком газа, \Box — то же для шара в круглой трубе радиусом 23*h*, + — то же в трубе радиусом 29*h*, \diamond — то же в трубе радиусом 35*h* соответственно.



Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но при других значениях Re: сплошная линия — график функции Клячко (3) (другие обозначения как на рис. 5).

свободном потоке. При Re < 1 эти значения убывают с увеличением радиуса трубы (рис. 5), а при Re > 5, наоборот, возрастают (рис. 6). Последние обстоятельства можно объяснить противоположно направленным действием двух следующих факторов: при увеличении радиуса трубы (и неизменной скорости газа) уменьшается перепад давления газа вдоль оси трубы и его вклад в силу, действующую на обтекаемое тело; вместе с тем увеличивается поток газа, взаимодействущий с телом посредством вязкого трения.

При Re < 1 более значим первый фактор, а при Re > 5 — второй. Заметим, что в стоксовом режиме обтекания (Re < 1) влияния обоих факторов в значительной мере компенсируются, поэтому изменение радиуса трубы в целом мало влияет на величину C_d . В переходном диапазоне чисел Рейнольдса (Re > 5) влияние второго фактора более существенно: уменьшение диаметра трубы в рассмотренных случаях уменьшало величину C_d , но не более чем на 25%.

Из рис. 7 видно, что при Re < 1 значения C_d , рассчитанные для тела, обтекаемого газом в конфузоре, на 25–30% больше, чем в круглой трубе, а в диффузоре — примерно настолько же меньше. При Re > 5 результаты расчета C_d для тела, обтекаемого газом в конфузоре, на 30% больше, чем в круглой цилиндрической трубе, и близки к значениям из формулы Клячко (2), а в диффузоре — примерно на 5–15% меньше, чем в цилиндрической трубе (см. рис. 8).

Таким образом, проведенный численный эксперимент показал, что геометрия потока, обтекающего тело (например, шар), может влиять на гидродинамическую силу F и коэффициент C_d сопротивления тела, увеличивая или уменьшая их значения, но не более чем на 25–30%. Это обстоятельство само по себе никак не может объяснить возникновение раннего кризиса сопротивления,



Рис. 7. Зависимость коэффициента сопротивления шара C_d от числа Рейнольдса Re при течении в круглой трубе, конфузоре и диффузоре: штриховая кривая — график функции Стокса (2), + — из расчета обтекания шара газом в круглой трубе радиусом 29*h*, × — то же для шара в конфузоре с уменьшением радиуса от 35 до 29*h*, \Box — то же для шара в конфузоре с уменьшающимся радиусом от 29 до 23*h*, \Diamond — то же для шара в диффузоре с увеличивающимся радиусом от 29 до 35*h*.



Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но при других значениях Re: сплошная линия — график функции Клячко (3) (другие обозначения как на рис. 7).

когда эти же величины уменьшаются в 4-7 раз [1,2]. Пследнее в эксперименте с твердым шариком может объясняться увеличением степени турбулентности ε наза до достаточной величины при его протекании через конфузор [7].

2. Теоретическое объяснение раннего кризиса сопротивления

Пусть неподвижный шар обтекается при Re ~ $10-10^2$ сильнотурбулентным потоком, например, круглой струей, характеризующейся числом Рейнольдса Re₁ = $\langle V \rangle D\rho / \mu \sim 10^5$ и кинематическим коэффициентом турбулентной вязкости v_{τ} , который можно полагать неизменным в пределах струи [3] и оценить по формулам

$$\nu_{\tau} = \sigma (J/\rho)^{1/2} = \sigma (\pi/4)^{1/2} \operatorname{Re}_{1} \nu = \operatorname{const}$$
$$\approx 0.02 \operatorname{Re}_{1} \nu \sim 2 \cdot 10^{3} \nu \gg \nu, \quad (8)$$

где $J = \pi/4D^2 \rho \langle V \rangle^2 = \text{const}$ — поток импульса струи, D — характерный диаметр ее поперечного сечения, $\langle V \rangle$ — средняя по сечению скорость газа, $\sigma \approx 0.021$ эмпирическая постоянная [3]. Особо отметим, что, согласно оценке (8), кинематический коэффициент турбулентной вязкости v_τ в данном случае значительно превосходит аналогичный коэффициент обычной физической вязкости v.

Согласно теории "пристенной" турбулентности [3,4], у поверхности шара образуется турбулентный погранслой, в котором перенос импульса определяется суммарным действием $v_{\Sigma} = v_{\tau}(y) + v$ турбулентной и физической вязкостей. Причем первое слагаемое v_{τ} изменяется с расстоянием у от поверхности шара и на малой толщине ($\delta \ll d$) погранслоя резко возрастает от нуля до максимального значения, определяемого формулой (8) для ядра потока. Для упрощения физической картины "пристенный" погранслой часто представляют состоящим из двух частей: вязкого подслоя, где перенос импульса определяется коэффициентом физической вязкости v, и остального потока, где основную роль играет определяемая формулой (8) величина $v_{\tau} = \text{const}$ [3].

Уравнения Рейнольдса для осредненных по времени переменных скорости V и давления P, описывающие квазистационарное течение в основной части турбулентного погранслоя (над вязким послоем) [3], примут вид

$$(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\nabla P/\rho + \nu_{\tau}\Delta\mathbf{V},\tag{9}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \mathbf{0}.\tag{10}$$

Очевидно, уравнение (9) отличается от стационарного уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости только заменой ν на ν_{τ} . Отношение первого (конвективного) члена в уравнении (9) к третьему (вязкому) члену определяется с учетом оценки (8) малой величиной $\text{Re}_{\tau} = V d/\nu_{\tau} = \text{Re}\nu/\nu_{\tau} \ll 1$, которая отличается от числа Рейнольдса Re заменой ν на ν_{τ} .

Поэтому в уравнении (9) первым членом из-за малости можно пренебречь (как в классической задаче Стокса об обтекании шара потоком вязкой жидкости при $\text{Re} \ll 1$), приведя его к виду

$$\nu_{\tau} \Delta \mathbf{V} - \nabla P / \rho = 0. \tag{11}$$

В упомянутой задаче Стокса к аналогу уравнения (11), содержащему ν вместо ν_{τ} , иногда применяют оператор ротора и получают уравнение

$$\Delta \operatorname{rot} \mathbf{V} = \mathbf{0},\tag{12}$$

не содержащее переменную давления Р, которое затем решают, как в [6], совместно с уравнением неразрывности (10).

Поскольку полученная система уравнений Рейнольдса (10), (12) для основной части турбулентного пограслоя вокруг шара (с точнотью до замены v на v_{τ}) не отличается от аналогичной системы уравнений в классической задаче Стокса, то процедура решения уравнений (10), (12) и результат для V будут такими же, как в задаче Стокса. В сферической системе координат (r, φ, θ) с началом в центре шара это решение обладает осевой симметрией и имеет следующий вид:

$$V_r = V_{\infty} \cos\theta [1 - 3R/(2r) + R^3/(2r^3)], \qquad (13)$$

$$V_{\theta} = -V_{\infty} \sin \theta [1 - 3R/(4r) - R^3/(4r^3)], \qquad (14)$$

где R = d/2 — радиус шара [5,6].

Заметим, что решение (13), (14) остается верным и для прилегающей к поверхности шара тонкой области вязкого подслоя, где (с точностью до обратной замены v_{τ} на v) течение описывается теми же уравнениями (10) и (12). И где в согласии с теорией "пристенной" турбулентности [3] компоненты скорости (при $r - R = y \rightarrow 0$) связаны соотношениями $V_{\theta} \sim y/R \gg V_r \sim (y/R)^2 \rightarrow 0$, а перенос импульса определяется кинематическим коэффициентом обычной вязкости v.

В класслической задаче Стокса об обтекании шара вязкой жидкостью при $\text{Re} \ll 1$, имея решение (13), (14) и используя аналог уравнения (11), содержащий v вместо v_{τ} , определяют величину давления

$$P = P_{\infty} - 3/2\nu\rho V_{\infty}R\cos\theta/r^2, \qquad (15)$$

а затем интегрированием напряжений по поверхности шара находят действующую на него силу гидродинамического сопротивления

$$F = \int (-P\cos\theta + 3/2\nu\rho V_{\infty}\sin^2\theta/R) df = 6\pi R\mu V_{\infty}.$$
(16)

После чего по формуле (1) можно найти коэффициент сопротивления C_d, который в задаче Стокса имеет вид (2). Все то же самое и с теми же результатами (16) и (2) можно сделать и в рассматриваемой задаче об обтекании шара сильнотурбулентным газовым потоком.

Заметим, что касательное напряжение на поверхности шара, учитываемое вторым членом в подынтегральном выражении формулы (16), в вязком подслое турбулентного погранслоя определяется именно кинематическим коэффициентом обычной вязкости v, а не турбулентной v_{τ} . Этот же коэффициент v фигурирует



Рис. 9. Зависимости коэффициента сопротивления С_d шара от числа Рейнольдса Re: штриховая линия — по формуле Стокса (2); сплошная кривая — по формуле Клячко (3);
 — эксперимент [1] с каплями воды в факеле форсунки при
 давлении $P = 5 \cdot 10^5$ Pa, \times — то же при $P = 3 \cdot 10^5$ Pa; \diamond то же при $P = 9 \cdot 10^5$ Ра; \Box — данные эксперимента [3] с шариком, обдуваемым струей в конфузоре.

в формуле (15) и в выражении для числа Рейнольдса $\operatorname{Re} = V_{\infty} d / v$ в формуле (2).

Напротив, в формуле (15) для внешней части (над вязким подслоем) турбулентного погранслоя вокруг шара нужно сделать замену и на ит. Это значит, что в переходе из вязкого подслоя во внешнюю часть погранслоя давление Р может изменяться резким скачком (или непрерывно в промежуточном переходном слое).

На рис. 9 представлено сравнение стоксовой зависимости (2), продолженной в область Re > 1, с экспериментальными данными о раннем кризисе сопротивления капель и одиночного твердого шарика в сильнотурбулентных потоках. В дополнение к результатам, представленным на рис. 1, данные о коэффициенте С_d сопротивления капель на рис. 9 приведены не только для давления на форсунке $P = 5 \cdot 10^5$ Pa, но также и для давлений 3 и 9 · 10⁵ Ра. Очевидно вполне удовлетворительное согласие теоретической зависимости (2) с данными экспериментов о кризисе сопротивления шаровых частиц в переходной области Re = 50-200.

3. Сравнение кризисов сопротивления шара при разных значениях Re.

Итак, установлено, что при достаточно высокой ($\varepsilon > 30\%$) степени турбулентности газового потока, при значительной его турбулентной вязкости $v_{\tau} \gg v$ усредненное по времени обтекание тела при $\mathrm{Re} \approx 50{-}200$

оказывается схожим с безотрывным стоксовым течением. При этом, согласно рис. 9, коэффициент C_d сопротивления тела, приблизительно равный значениям, определяемым по формуле Стокса (2), будет сущестенно ниже, чем стандартные для обтекания ламинарным потоком значения, вычисляемые по формуле Клячко (3). Именно это различие обнаружено в явлении раннего кризиса сопротивления [1,2,7].

По физической сути (уменьшение в несколько раз гидродинамического сопротивления тела из-за улучшения его обтекания) это новое явление аналогично классически известному при $\text{Re} \sim 10^5$ кризису сопротивления шара, обтекаемого ламинарным потоком. При возникновении классически известного кризиса происходит отрыв турбулентного погранслоя от поверхности шара со смещением линии отрыва вниз по течению [3,4]. А в раннем кризисе, похоже, никакого отрыва турбулентного погранслоя нет по крайней мере вблизи минимума C_d (рис. 9).

Изначальная турбулентность набегающего на тело потока (из-за естественной или искусственной предварительной турбулизации) сдвигает кризис сопротивления в сторону меньших значений числа Re_c . При увеличении интенсивности турбулентености ε от 0.5 до 2.5% величина Re_c уменьшается от 2.7 · 10⁵ до 1.25 · 10⁵ [3].

Как отмечалось выше, в работе [5] были описаны случаи возникновеня кризиса сопротивления в промежуточном интервале $400 < \text{Re}_c < 2200$ между числами $\text{Re}_c \sim 100$ и $\text{Re}_c \sim 10^5$, соответствующими раннему и классически известному кризисам. Степень турбулентности потока ($40\% > \varepsilon > 14\%$ соответственно) здесь также промежуточная: она больше 5%, еще соответствующих классическому кризису [5], но меньше той не вполне определенной величины, при которой возникает ранний кризис. По-видимому, в этих промежуточных случаях так же, как и в классически известном кризисе, происходит отрыв турбулентного погранслоя со смещением линии отрыва вниз по потоку.

В качестве основных характеристик любого из упомянутых кризисов сопротивления, необходимых для его учета в расчетах межфазного взаимодействия, можно принять величину критического числа Рейнольдса Re_c, при котором достигается значение $C_d = 0.3$, и минимальное значение коэффициента сопротивления min $(C_d) \approx 0.1$ (по данным [1.5]).

Величина Re_c определяется степенью турбулентности набегающего на шар потока, количественной мерой которой в свою очередь могут служить три характеристики: число Рейнольдса потока Re_1 , интенсивность турбулентности ε и кинематический коэффициент турбулентности вязкости ν_τ . Связь некоторых из этих характеристик между собой, например, ν_τ и Re_1 в свободной турбулентной струе известна (8). Для некоторых случаев классического и "промежуточных" кризисов установлена связь (4) между Re_c и ε . Ее справедливость для раннего кризиса сомнительна, так как согласно рис. 9, для капель воды в факеле форсунки $C_d = 0.3$

при $\text{Re}_c = 60...80$ и соответственно по формуле (4) значения $\varepsilon = 87-75\%$ — невероятно велики. Кроме того, известно, что величина ε изменяется по радиусу трубы или струи, она минимальна на оси потока и значительно (в 2–3 раза) увеличивается к его краям — у стенки трубы и на границе свободной струи [6,3]. Несмотря на это, ранний кризис сопротивления на каплях наблюдался как на оси двухфазной струи, так и вблизи ее границы примерно при одинаковых значениях Re_c . В отличие от ε величина ν_{τ} в соответствии с (8) может считаться неизменной по радиусу струи [3].

Общей чертой классического и раннего кризисов сопротивления (а возможно, и промежуточных) является значительная величина числа $\text{Re}_1 \sim 10^5$, характеризующего набегащий на тело поток. Если не предпринимать специальных мер для его стабилизации, ламинаризации (например, делая вход в трубу плавно сужающимся), то уже одно это обстоятельство может обусловливать высокую степень турбулентности потока как текущего по трубе, так и в виде свободной струи.

В факеле распыла форсунки существующая высокая интенсивность турбулентности ($\varepsilon > 30\%$) оказалась вполне достаточной для возникновения раннего кризиса сопротивления капель [1,2]. По-видимому, это является характерной особенностью таких двухфазных потоков. Для одиночного твердого шарика, обтекаемого турбулентной струей от вентилятора, имеющаяся при Re₁ $\approx 0.5 \cdot 10^5$ степень турбулентности была недостаточной для возникновения раннего кризиса. Но он наблюдался после того как шарик был помещен почти на выходе из конфузора, поставленного на пути струи, где интенсивность турбулентности, по-видимому, была повышенной по сравнению со свободной струей [7].

При наблюдении кризисов сопротивления в промежуточной области 2200 > Re_c > 400 течение газа по трубе дополнительно турбулизовалось с помощь специальных сеток, а величина ε искусственно повышалась до 14–40% соответственно путем организации движения частиц в спутном газовом потоке с уменьшением их относительной скорости [5]. В этом случае естественная связь характеристик турбулентности Re_1 , ν_{τ} и ε , наверное, была утрачена. Поэтому вопрос о справедливости связи Re_c и ε с формулой (4) для всевозможных значений Re_c остается открытым. Также открытым остается вопрос о связях турбулентных характеристик (Re_1 и ε , ν_{τ} и ε) между собой и с кризисной характеристикой (ν_{τ} и Re_c , Re_1 и Re_c).

Заключение

Таким образом, описанный в разделе 1 численный эксперимент показал, что геометрия потока, обтекающего тело, например шар, может влиять на гидродинамическую силу F и коэффициент C_d сопротивления тела, увеличивая или уменьшая их значения не более чем на 25-30%. Это обстоятельство не может объ-

яснить возникновение раннего кризиса сопротивления, когда эти же величины уменьшаются в 4–7 раз [1,2]. Последнее в эксперименте с твердым шариком может объясняться увеличением степени турбулентности газа, протекающего через конфузор [7].

В разделе 2 представлено теоретическое объяснение раннего кризиса сопротивления шара в потоке с большой турбулентной вязкостью, основанное на аналогии со стоксовым обтеканием. Значения C_d , полученные как следствия предложенных теоретических представлений, вполне удовлетворительно согласуются с экспериментом (рис. 9).

В разделе 9 проведен сравнительный анализ уже известных кризисов сопротивления шара, возникающих при разных значениях критического числа Рейнольдса Re_c . Отмечено, что интересные и важные связи между турбулентными и кризисными характеристиками — Re_1 и ε , v_τ и ε , v_τ и Re_c , Re_1 и Re_c — пока не установлены.

Список литературы

- [1] Симаков Н.Н. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 46-51.
- [2] Simakov N.N., Simakov A.N. // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 114 901.
- [3] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. IV. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
- [5] Torobin L.B., Gauvin W.H. // Can. J. Chem. Eng. 1960. V. 38. N 6. P. 189–200.
- [6] Torobin L.B., Gauvin W.H. // Can. J. Chem. Eng. 1959. V. 37. N 4. P. 129–141.
- [7] Симаков Н.Н. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 7. С. 1-7.
- [8] Поттер Д. Вычислительные методы в физике / Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 392 с.