01;05 Черенковское излучение вихря в анизотропный диэлектрик

© А.С. Малишевский, С.А. Урюпин

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия e-mail: malish@lebedev.ru

(Поступило в Редакцию 30 ноября 2010 г.)

Изучены поля, создаваемые джозефсоновским вихрем, движущимся в сандвиче, помещенном в анизотропный диэлектрик. Когда скорость вихря превосходит скорость света в направлении нормали к поверхности сандвича, возникает черенковское излучение электромагнитных волн, уходящих от сандвича в глубь диэлектрика. Найден вектор Пойнтинга уходящих волн. Показано, что направленность излучения существенно зависит от степени анизотропии диэлектрической проницаемости. Определена мощность радиационных потерь вихря и установлена связь транспортного тока со скоростью вихря.

Введение

Возможность использования джозефсоновских переходов в качестве источников электромагнитного излучения исследуется достаточно давно (см., например, обзоры [1,2] и цитируемую в них литературу). При этом определенное внимание было уделено изучению высвечивания электромагнитных волн из протяженных джозефсоновских структур [3–7]. До последнего времени изучались поля, создаваемые вихревыми структурами, движущимися вдоль джозефсоновского перехода со скоростью, меньшей скорости света в окружающей среде. В работах [8,9] описана иная возможность генерации излучения движущимся вихрем. Эта возможность реализуется в джозефсоновском сандвиче, помещенном в среду с большой диэлектрической проницаемостью. Когда скорость элементарного джозефсоновского вихря больше скорости света во внешнем диэлектрике, появляется возможность для черенковского излучения электромагнитных волн, уходящих от поверхности сандвича. Поскольку скорость вихря велика, то частота излучаемых волн приходится на терагерцовый диапазон частот.

Согласно [8,9], для возникновения черенковского излучения необходимо, чтобы внешний диэлектрик имел большую диэлектрическую проницаемость. Большие значения диэлектрической проницаемости в терагерцовой области частот имеют некоторые халькогениды (см., например, [10]). Например, в соединениях Sb₂Te₃ и Bi₂Te₃ высокочастотная диэлектрическая проницаемость достаточно велика, но существенно анизотропна. В Sb₂Te₃ вдоль и поперек оси симметрии величина проницаемости равна 51 и 32.5; а в Bi₂Te₃ — 50 и 85 соответственно. Вместе с тем положения работ [8,9] применимы для сандвича, помещенного в изотропный диэлектрик, и нуждаются в обобщении применительно к существующим анизотропным диэлектрикам. Поскольку эффективность вывода излучения с боковых граней сандвича может быть существенно выше, чем с торцов перехода, задача о выводе излучения в анизотропный диэлектрик весьма актуальна. Ее решение позволит более глубоко понимать результаты ожидаемого эксперимента.

В первом разделе приведены основные уравнения, описывающие поля в сандвиче, помещенном в анизотропный диэлектрик. Получено уравнение для разности фаз сверхпроводящих параметров порядка. Такое уравнение учитывает возможность черенковского излучения электромагнитных волн в анизотропный диэлектрик. Установлена связь фурье-компонент электромагнитного поля в диэлектрике с разностью фаз. Во втором разделе рассмотрено движение элементарного вихря, скорость которого v заметно отличается от скорости света c_x в направлении нормали к поверхности сандвича. Найден вектор Пойнтинга, отвечающий полям создаваемым быстро движущимся вихрем. Показано, что диаграмма направленности излучения в анизотропный диэлектрик отличается от реализующейся в случае излучения в изотропный диэлектрик. Установлено, что эффект черенковского излучения из джозефсоновского сандвича реализуется, если диэлектрическая проницаемость окружающей сандвич среды достаточно велика, при этом для типичных параметров системы можно ожидать излучение с частотами, лежащими в терагерцовом диапазоне. В третьем разделе найдены потери энергии вихря на черенковское излучение и установлена величина транспортного тока через туннельный переход, при которой имеет место компенсация радиационных потерь.

1. Основные уравнения

Рассмотрим плоский джозефсоновский сандвич, помещенный в однородный анизотропный диэлектрик (см. рисунок). Сандвич занимает область -d - L < x < d + Lи состоит из двух плоских электродов толщиной L, разделенных тонким туннельным слоем -d < x < d, через который течет джозефсоновский ток. Примем, что электромагнитные поля однородны вдоль оси Oy. Примем также, что главные оси анизотропного диэлектрика, в который помещен сандвич, совпадают с осями декартовой системы координат. Тогда тензор диэлектрической



Разрез джозефсоновского сандвича, помещенного в анизотропный диэлектрик, в плоскости xOz. Элементарный вихрь движется вдоль оси Oz. Белая стрелка указывает направление движения. Эллипсы обозначают линии уровня магнитного поля, которое направлено вдоль оси Oy. Наклонные пунктирные линии обозначают линии фронта черенковского излучения, уходящего от боковых поверхностей сандвича. Черные стрелки указывают направление плотности потока излучения **S**.

проницаемости диагонален. В этих условиях электромагнитные поля $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$ и $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ обладают следующей симметрией относительно плоскости *yOz*: E_x и *H* — четные функции координаты *x*, а E_z нечетная.

Используя преобразование Фурье по z и t, из уравнений Максвелла находим фурье-образы электромагнитного поля в анизотропном диэлектрике (|x| > d + L):

$$H(x, k, \omega) = H_s(k, \omega) \exp[-\kappa(|x| - d - L)], \quad (1)$$

$$E_x(x, k, \omega) = (ck/\epsilon_x \omega)H(x, k, \omega),$$
$$E_z(x, k, \omega) = -i(c\kappa/\epsilon_z \omega)H(x, k, \omega)\operatorname{sign} x.$$
(2)

В уравнениях (1) и (2) использовано обозначение

$$\kappa \equiv \sqrt{|\epsilon_z k^2 / \epsilon_x - \omega^2 / c_z^2|} \\ \times \left[\Theta(c_x^2 k^2 - \omega^2) - i\Theta(\omega^2 - c_x^2 k^2) \operatorname{sign} \omega\right], \quad (3)$$

где ϵ_x и ϵ_z — диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости, $\Theta(x)$ — функция Хэвисайда, $c_x \equiv c/\sqrt{\epsilon_x}, c_z \equiv c/\sqrt{\epsilon_z}, c$ — скорость света в вакууме, $H_s(k, \omega)$ — фурье-образ магнитного поля на поверхности сандвича. Согласно (1) и (3), знак мнимой части величины κ отвечает распространению электромагнитного излучения от сандвича в глубь анизотропного диэлектрика.

Магнитное поле в электродах описывается уравнением Лондонов. В силу симметрии слоистой структуры достаточно рассмотреть решения этого уравнения в одном электроде, например, при d < x < d + L. Из уравнения Лондонов выражаем фурье-образ мгнитного поля $H(x, k, \omega)$ через $H(d, k, \omega)$ и $H_s(k, \omega)$ — его значения на границах электрода. Далее, используя соотношение

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda^2}{c} \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{H},\tag{4}$$

где λ — лондоновская длина, получаем $E_z(x, k, \omega)$. Затем, используя условие непрерывности $H(x, k, \omega)$ и $E_z(x, k, \omega)$ при x = d + L, находим связь фурье-образов магнитного поля на границах электрода

$$H_s(k,\omega) = \frac{H(d,k,\omega)}{\operatorname{ch}(L/\lambda) - (c_z^2 \kappa / \lambda \omega^2) \operatorname{sh}(L/\lambda)}$$
(5)

и следующее соотношение между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей на границе туннельного слоя:

$$E_{z}(d,k,\omega) = i\lambda\omega H(d,k,\omega)/cQ_{1}(k,\omega), \qquad (6)$$

где

$$Q_1(k,\omega) \equiv \frac{1 - (\lambda \omega^2 / c_z^2 \kappa) \operatorname{cth}(L/\lambda)}{1 - (\lambda \omega^2 / c_z^2 \kappa) \operatorname{th}(L/\lambda)} \operatorname{th}(L/\lambda).$$
(7)

Выражения (5) и (7) записаны в наиболее часто обсуждаемом пределе $k\lambda \ll 1$, когда характерные пространственные масштабы изменения полей вдоль оси Oz больше лондоновской глубины магнитного поля в сверхпроводящие электроды.

Несколько слов о полях в туннельном слое. Поскольку типичная толщина 2*d* туннельного слоя порядка нескольких нанометров, то внутри него полагаем $E_x(x, z, t) \simeq E_x(d, z, t), E_z(x, z, t) \simeq (x/d)E_z(d, z, t),$ $H(x, z, t) \simeq H(d, z, t)$. Разность фаз $\varphi = \varphi(z, t)$ сверхпроводящих параметров порядка электродов по разные стороны туннельного слоя связана с электрическим полем внутри слоя соотношением Джозефсона

$$E_x(d, z, t) = (\phi_0/4\pi c d)\partial \phi/\partial t,$$

где $\phi_0 \equiv \pi \hbar c/|e|$ — квант магнитного потока, \hbar — постоянная Планка, e — заряд электрона. В соответствии с уравнением Максвелла гот $\mathbf{E} = -(1/c)\partial \mathbf{H}/\partial t$ магнитное поле H(d, z, t) связано с *z*-компонентой электрического поля внутри туннельного слоя:

$$\frac{\phi_0}{4\pi cd} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial z} - \frac{1}{d} E_z(d, z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial H(d, z, t)}{\partial t}.$$
 (8)

Отсюда, переходя к фурье-образам и используя соотношения (6) и (7), получаем связь фурье-образов магнитного поля $H(d, k, \omega)$ и разности фаз $\varphi(k, \omega)$

$$H(d, k, \omega) = -\frac{\phi_0}{4\pi} \frac{ikQ_1}{\lambda + Q_1 d} \varphi(k, \omega)$$

$$\simeq -i \frac{\phi_0 k}{4\pi\lambda} \frac{\operatorname{ch}(L/\lambda) - (c_z^2 \kappa/\lambda \omega^2) \operatorname{sh}(L/\lambda)}{\operatorname{sh}(L/\lambda) - (c_z^2 \kappa/\lambda \omega^2) \operatorname{ch}(L/\lambda)} \varphi(k, \omega). \quad (9)$$

Журнал технической физики, 2011, том 81, вып. 8

Наконец, используя соотношение (9), из уравнения для ротора магнитного поля в туннельном слое

$$j_c \sin \varphi + j + \frac{\phi_0 \epsilon}{16\pi^2 c d} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial H(d, z, t)}{\partial z}, \quad (10)$$

где j_c — критическая плотность тока Джозефсона, j — плотность протекающего через переход транспортного тока, ϵ — диэлектрическая проницаемость туннельного слоя, получаем уравнение для разности фаз:

$$\omega_J^2 \sin \varphi(z, t) + \omega_J^2 \frac{j}{j_c} + \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial t^2}$$
$$= \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' Q(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}.$$
(11)

Здесь $\omega_J \equiv 4\pi \sqrt{c j_c d/\phi_0 \epsilon}$ — джозефсоновская плазменная частота, а образ Фурье ядра Q(z, t) имеет следующий вид

$$Q(k,\omega) \equiv v_S^2 Q_1(k,\omega) \frac{\lambda+d}{\lambda+Q_1(k,\omega)d},$$
 (12)

где $v_S \equiv (c/\sqrt{\epsilon})(1+\lambda/d)^{-1/2}$ — скорость Свихарта в случае неограниченных по толщине электродов.

2. Излучение вихря

Рассмотрим излучение из джозефсоновского сандвича в случае, когда характерные волновые числа и частоты удовлетворяют условиям:

$$c_z \sqrt{\omega^2 - c_x^2 k^2} \gg \lambda \omega^2 \operatorname{th}(L/\lambda), \quad \lambda k \ll 1,$$
 (13)

где $\omega > kc_x$. Пренебрегая малыми поправками $\sim d/\lambda$, в условиях (13) для ядра (12) имеем:

$$Q(k,\omega) \equiv V_s^2 - 2i \, \frac{\lambda V_s^2}{c_z \, \operatorname{sh}(2L/\lambda)} \, \frac{\omega|\omega|}{\sqrt{\omega^2 - c_x^2 k^2}},\qquad(14)$$

где $V_S \equiv v_S \tanh^{1/2}(L/\lambda)$ — скорость Свихарта сандвича конечной толщины.

Перейдем к рассмотрению излучения вихря, движущегося с постоянной скоростью v, когда разность фаз $\varphi(z, t) = \psi(\xi), \xi \equiv z - vt$. Принимая во внимание соотношение (14), из (11) для разности фаз имеем уравнение

$$\omega_J^2 \sin \psi + \omega_J^2 \frac{j}{j_c} = (V_s^2 - v^2)\psi'' - \frac{2\lambda v^2 V_s^2}{c_z \sqrt{v^2 - c_x^2} \operatorname{sh}(2L/\lambda)}\psi'''.$$
(15)

Слагаемое, пропорциональное ψ''' , описывает потери энергии вихря на излучение. В случае движения вихря с постоянной скоростью эти потери компенсируются воздействием транспортного тока. В пренебрежении этим током и малыми потерями на излучение равномерно движущийся вихрь описывается выражением

$$\psi(\xi) = 4 \operatorname{arctg}[\exp(-k_J \xi)], \qquad (16)$$

e $k_J \equiv \omega_J / \sqrt{V_S^2 - v^2}.$

Согласно (3), черенковское излучение электромагнитных волн с поверхности сандвича в анизотропный диэлектрик возможно, если скорость равномерно движущегося вихря превосходит скорость света в направлении нормали к поверхности сандвича $v > c_x$. С другой стороны, скорость элементарного вихря (16) меньше скорости Свихарта V_S , т.е. $v < V_S$. Поэтому обсуждать излучение вихря можно только тогда, когда $c_x < V_S$. Это условие черенковского излучения вихря выполняется в системах с $\epsilon_x > \epsilon(\lambda/d) \operatorname{cth}(L/\lambda)$, т.е. если диэлектрическая проницаемость ϵ_x окружающей среды значительно превосходит диэлектрическую проницаемость туннельного слоя. Так как при $L \gg \lambda$ радиационные потери экспоненциально малы, то необходимо использовать сандвичи с толщиной электродов порядка λ . Тогда при $L = 2\lambda$, $\epsilon = 4, \ d = \lambda/20$ условие черенковского излучения с поверхности $c_x < V_S$ выполнено, если сандвич помещен в среду с $\epsilon_x > 83$. Как отмечалось во введении, удовлетворяющее этому неравенству значение высокочастотной диэлектрической проницаемости имеет халькогенид Ві2Те3. В джозефсоновских переходах с большей толщиной туннельного слоя и большей толщиной электродов возможно излучение в диэлектрики с меньшими ϵ_x . Например, при $\epsilon = 4$, $d = 0.1\lambda$ и $L = 2\lambda$ условие $c_x < V_S$ выполнено, если $\epsilon_x > 42$, что позволяет использовать Sb₂Te₃. Однако, как видно из уравнения (15), при $L > \lambda$ с увеличением толщины электродов радиационные потери резко уменьшаются $\propto \exp(-2L/\lambda)$. В свою очередь, увеличение толщины туннельного слоя ведет к ослаблению эффекта Джозефсона и уменьшению плотности критического тока. Поэтому сильно увеличить отношения L/λ и d/λ нельзя.

Допустимый диапазон скоростей вихря следует из условий (13). В соответствии с (13) решение вида (16) имеет место, если скорость вихря удовлетворяет неравенствам

$$c_z \sqrt{V_s^2 - v^2} \sqrt{v^2 - c_x^2} \gg v_s v^2 \frac{\lambda}{\lambda_J} \operatorname{th}(L/\lambda),$$

 $\sqrt{V_s^2 - v^2} \gg v_s \frac{\lambda}{\lambda_J},$ (17)

где $\lambda_J \equiv v_S/\omega_J$ — джозефсоновская длина. Обычно для джозефсоновских переходов $\lambda \ll \lambda_J$. Поэтому неравенства (17) позволяют рассматривать вихри со скоростями, весьма близкими как к c_x , так и к V_S .

Согласно (1), (5) и (9), в условиях (17) отвечающее разности фаз (16) магнитное поле сандвича имеет вид:

$$H(x,\xi) \simeq \frac{\phi_0 v^2}{4\pi c_z \sqrt{v^2 - c_x^2} \operatorname{ch}(L/\lambda)}$$
$$\times \psi'' \left(\xi + \frac{\sqrt{v^2 - c_x^2}(|x| - d - L)}{c_z}\right), \ |x| > d + L.$$
(18)

В свою очередь, для электрического поля, создаваемого бегущим вихрем в анизотропном диэлектрике, из (2)

Журнал технической физики, 2011, том 81, вып. 8

ΓД

имеем:

$$E_x(x,\xi) = (c/\epsilon_x v)H(x,\xi),$$

$$E_z(x,\xi) = -\left(\sqrt{v^2 - c_x^2}/\sqrt{\epsilon_z}v\right)H(x,\xi)\operatorname{sign} x.$$
(19)

Используя поля (18) и (19), находим вектор Пойнтинга $\mathbf{S} \equiv (c/4\pi)[\mathbf{EH}]$:

$$\mathbf{S}(x,\xi) = \frac{\phi_0^2 c_x v^3}{2^6 \pi^3 c_z (v^2 - c_x^2) \operatorname{ch}^2(L/\lambda)} \\ \times \left[\psi'' \left(\xi + \frac{\sqrt{v^2 - c_x^2} (|x| - d - L)}{c_z} \right) \right]^2 \\ \times \left[\sqrt{\left(\frac{v}{c_x}\right)^2 - 1 \operatorname{sign} x \mathbf{e}_x + \frac{c_x}{c_z} \mathbf{e}_z} \right], \quad |x| > d + L.$$
(20)

В случае изотропного диэлектрика, когда $c_x = c_z = c_m$, выражение (20) переходит в известное [8], если в формуле (31) работы [8] устранить опечатку и заменить $\lambda^2 c_m$ на $\sqrt{v^2 - c_m^2}$. Такую же опечатку содержит формула (20) работы [9].

Согласно (16), (20), плотность потока энергии локализована внутри полос, направленных вдоль линий постоянной амплитуды поля

$$c_z \xi + \sqrt{v^2 - c_x^2} (|x| - d - L) = 0.$$

Ширина полос $\sim 1/k_J$. В анизотропной среде направление вектора Пойнтинга не совпадает с направлением нормали к этим линиям (см. рисунок). Черенковское излучение возможно, если $v > c_x$. Поэтому в диэлектрике с $c_x < c_z$ вихрь излучает при меньшей скорости движения, если ось диэлектрика, вдоль которой максимальна диэлектрическая проницаемость, нормальна к поверхности сандвича. Отношение модулей проекций вектора Пойнтинга на координатные оси равно $|S_z|/|S_x| = c_x^2/c_z\sqrt{v^2 - c_x^2}$. При v, близких к c_x , $|S_z| \gg |S_x|$ и излучение распространяется вдоль поверхности сандвича. По мере увеличения скорости вихря v вектор Пойнтинга поворачивается в сторону нормали к поверхности сандвича. Если $c_x < c_z$, то отношение $|S_z|/|S_x|$ меньше, чем в изотропном диэлектрике с $c_m = c_x$, и вектор потока излучения направлен под большим углом к поверхности сандвича. Если $c_x > c_z$, то вектор потока более прижат к поверхности.

Спектральный состав черенковского излучения джозефсоновского сандвича дается выражением $\omega = kv$, где $k \sim k_J(v)$. Приведем оценки для сандвича, в котором джозефсоновская длина в сто раз больше лондоновской длины $\lambda_J = 100\lambda = 10^4$ nm. Примем, что толщина электродов в два раза больше лондоновской длины $L = 2\lambda = 200$ nm, а толщина туннельного слоя, имеющего диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 4$, равна $2d = \lambda/10 \simeq 10$ nm. Тогда для вихря со скоростью v, близкой к скорости света c_x , в направлении нормали к поверхности сандвича, и при $\epsilon_x = 85$, что отвечает выбору Bi_2Te_3 в качестве внешнего диэлектрика, для характерной частоты генерации получаем оценку ~ 3.5 THz. Эта частота должна быть меньше предельной частоты, отвечающей энергетической щели сверхпроводящих электродов. Поэтому электроды следует изготавливать из сверхпроводника с относительно большой величиной щели. Для известных ВТСП такая предельная частота достигает значения ~ 10 THz.

3. Вынужденное движение вихря

Черенковское излучение электромагнитных волн в диэлектрик приводит к потерям энергии вихря. В единицу времени и на единицу длины вдоль оси *Оу* потери на излучение движущегося равномерно вихря описываются выражением:

$$\begin{split} (\dot{W})_{\rm rad} &= -2 \int_{-\infty}^{\infty} dz \, S_x (d+L, z-vt) \\ &= -\frac{\phi_0^2 v^3 k_J^3}{12\pi^3 c_z \sqrt{v^2 - c_x^2} \operatorname{ch}^2(L/\lambda)} \\ &= -\frac{\phi_0^2}{12\pi^3 \lambda_J^3 \operatorname{ch}^2(L/\lambda)} \frac{v^3 v_S^3}{c_z \left(v^2 - c_x^2\right)^{1/2} \left(V_S^2 - v^2\right)^{3/2}}. \end{split}$$

В условиях равномерного движения вихря потери энергии на излучение компенсируются приобретением энергии от транспортного тока. В единицу времени на единицу длины вдоль оси *Оу* вихрь получает энергию:

$$-\int_{-d}^{d} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz \, j E_x(x, z, t) = \frac{\phi_0 v j}{c} \equiv \frac{\phi_0^2}{16\pi^2} \frac{v}{\lambda \lambda_J^2} \frac{j}{j_c}.$$
 (22)

При получении этой формулы использован явный вид разности фаз в случае уединенного вихря (16) и соотношение Джозефсона. Условие баланса между приобретаемой вихрем энергией и потерей энергии на излучение электромагнитных волн (21) позволяет найти связь между *j* и скоростью равномерно движущегося вихря:

$$\frac{j}{j_c} = \frac{4}{3\pi} \frac{\lambda}{\lambda_j} \frac{V_S^3}{c_z} \frac{1}{\operatorname{ch}^{1/2}(L/\lambda) \operatorname{sh}^{3/2}(L/\lambda)} \times \frac{v^2}{\sqrt{v^2 - c_x^2 (V_S^2 - v^2)^{3/2}}}.$$
(23)

Если для сравнения с потерями на излучение в изотропный диэлектрик принять $c_x = c_m$, то при $c_x > c_z$ рассмотренные выше радиационные потери энергии больше, а при $c_x < c_z$ — меньше. Пропорционально потерям изменяется и величина транспортного тока.

Заключение

Согласно проведенному рассмотрению черенковского излучения электромагнитных волн в анизотропный диэлектрик, минимальное значение скорости вихря, при которой возможно черенковское излучение, определяется скоростью света в направлении нормали к поверхности сандвича. Поэтому для экспериментального изучения черенковского излучения необходимо использовать анизотропные диэлектрики с достаточно большой величиной соответствующей компоненты тензора диэлектрической проницаемости, например халькогениды. Вид диаграммы направленности черенковского излучения в анизотропный диэлектрик отличается от ее вида при излучении в изотропный диэлектрик. Изменяется и абсолютная величина потерь энергии на излучение, что ведет к изменению связи транспортного тока со скоростью вихря. Поскольку скорость излучающего вихря весьма велика, то частоты генерируемого излучения относятся к терагерцовому диапазону.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН № 22.

Список литературы

- [1] Yanson I.K. // Low Temp. Phys. 2004. Vol. 30. P. 516.
- [2] Koshelets V.P., Shitov S.V. // Supercond. Sci. Tech. 2000. Vol. 13. P. R53.
- [3] Langenberg D.N., Scalapino D.J., Taylor B.N., Eck R.E. // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 7. P. 294.
- [4] *Кулик И.О., Янсон И.К.* Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.: Наука, 1970. 276 с.
- [5] Tachiki M., Iizuka M., Minami K. // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. P. 134 515.
- [6] Bulaevskii L.N., Koshelev A.E. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. P. 267 001.
- [7] Bulaevskii L.N., Koshelev A.E. // J. Supercond. Nov. Magn. 2006. Vol. 19. P. 349.
- [8] Малишевский А.С., Силин В.П., Урюпин С.А., Успенский С.Г. // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. С. 310.
- [9] Malishevskii A.S., Silin V.P., Uryupin S.A., Uspenskii S.G. // Phys. Lett. A. 2008. Vol. 372. P. 712.
- [10] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, С.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.