01;02;03;04 Равновесный состав и эффективный показатель адиабаты кластеризующейся углеродной плазмы

© Б.И. Резников, Н.И. Алексеев, С.В. Бобашев, Б.Г. Жуков, С.А. Поняев, Р.О. Куракин, С.И. Розов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия e-mail: boris.reznikov@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 9 декабря 2010 г.)

Проведен расчет равновесного состава и эффективного показателя адиабаты низкотемпературной углеродной плазмы, содержащей 8 компонент С, С₂, С₃, С₄, С₅, C⁺, C⁺, *e*. Найден диапазон температур и давлений, в котором в газовом потоке происходит образование многоатомных кластеров. Показано, что эффективный показатель адиабаты углеродной плазмы есть немонотонная функция температуры. В области параметров, где смесь состоит в основном из многоатомных кластеров, показатель адиабаты близок к единице. Отмечено, что аномально низкие значения эффективного показателя адиабаты служат признаком значительной концентрации многоатомных молекул в струе плазмы и могут быть обнаружены в эксперименте по обтеканию тел потоком низкотемпературной углеродной плазмы.

Введение

Информация о термодинамических параметрах расширяющейся высокоскоростной плазменной струи необходима для понимания процессов, происходящих в струе, и оценки перспективности разрабатываемых генераторов плазмы [1,2]. Для технических приложений весьма важно изучение процесса расширения плазмы, состоящей из вещества, способного к кластеризации, например, паров металла или углеродной плазмы. Из-за того, что пар, возникающий при испарении графита, является смесью многоатомных молекул, энергии образования компонент и равновесный состав такого пара всегда представляли интерес как для химиков, так и для физиков и астрофизиков в связи с наблюдением в спектрах звезд и пламен линий, отождествляемых с различными компонентами углеродного пара [3]. В настоящее время расчет состава низкотемпературной углеродной плазмы является необходимой частью моделей, объединяющих химическую кинетику и газодинамику истечения струи из объема дуги к стенкам разрядной камеры [4-6].

Недавние эксперименты с ускорением свободного плазменного поршня в рельсовом электромагнитном ускорителе (рельсотроне) с угольными электродами выявили возможность создания сверхзвуковых плазменных струй углеродной плазмы, максимальная скорость которых достигает 10-14 km/s [1]. Оценки показали, что при рабочем токе 50-60 kA температура плазмы на выходе из канала рельсотрона составляет примерно 20000-25000 К, давление газа 7-8 МРа, степень однократной ионизации близка к единице, а показатель адиабаты 1.2-1.25 [2]. По сравнению со стандартными условиями фуллереновой дуги [7] струя, истекающая из канала рельсотрона, характеризуется гораздо более высокими начальными значениями температуры и давления, высокой начальной концентрацией плазмы, оказывающей влияние на поток по всей длине течения, и высокой начальной скоростью газа. Расширение струи приводит к сильному охлаждению плазмы, падению давления и резкому изменению ее основных термодинамических параметров.

Цель данной работы — расчет равновесного состава и термодинамических параметров низкотемпературной углеродной плазмы. Исследуется широкий диапазон температур и давлений, охватывающий область температур от почти полной однократной ионизации плазмы до относительно низких температур, при которых образуются многоатомные молекулы. Основное внимание уделяется определению границ диапазона температур и давлений, в котором многоатомные компоненты существенно влияют на значение эффективного показателя адиабаты.

1. Формулировка задачи

1.1. Для описания состояния среды в струе плазмы в качестве первого приближения рассмотрим смесь идеальных газов, состоящую из молекул и частично ионизованных атомов, в которой протекают равновесные химические реакции. При реализации модели основной проблемой является расчет констант равновесия химических реакций. Для интересующего нас диапазона температур и давлений константы реакций с участием атомов и ионов углерода С, С+, С-, димера и его ионов C_2 , C_2^+ , C_2^- и многоатомных молекулярных комплексов С₃, С₄, С₅ приведены в справочнике [8]. Возможность рассмотрения кластеров большего размера связана с использованием полуэмпирических методов квантовой химии [9], позволяющих рассчитывать различные структуры кластеров размером в десятки атомов, что особенно существенно в области низких температур.

Поскольку для углерода потенциал ионизации *I* равен 11.26 eV, для температур порядка 5000-6000 К и ниже заряженные компоненты можно не учитывать и рассматривать смесь C, C₂, C₃, C₄, C₅, возникающую)

в результате диссоциации и ассоциации многоатомных молекул $C_2 \rightleftharpoons 2C$, $C_3 \rightleftharpoons 3C$, $C_4 \rightleftharpoons 4C$, $C_5 \rightleftharpoons 5C$. При температурах выше 0.5 eV начинается ионизация, приводящая к образованию положительно заряженных ионов $C^+ + e \rightleftharpoons C$, $C_2^+ + e \rightleftharpoons 2C$ и электронов. При еще более высоких температурах концентрация молекулярных компонент становится исчезающе малой, и плазма является трехкомпонентной смесью атомов, ионов углерода и электронов C, C⁺, *e*. Для получения количественных данных по ионизованным компонентам и обеспечения плавного перехода между двумя диапазонами температур рассмотрим смесь, состоящую из 8 компонент C, C_2 , C_3 , C_4 , C_5 , C^+ , C_2^+ , *e*.

Уравнения равновесия реакций, содержащие 8 неизвестных [8]

$$\frac{p^{j}(C_{1})}{p(C_{j})} = K_{j}(T) \quad (j = 2, \dots, 5),$$

$$p_{1}/(p_{8}p_{6}) = K_{6}, \quad p_{1}^{2}/(p_{8}p_{7}) = K_{7}, \quad (1)$$

замыкаются законом Дальтона и условием электронейтральности

$$\sum_{j=1}^{5} p(C_j) + p_6 + p_7 + p_8 = P, \quad p_8 = p_6 + p_7.$$
(2)

Здесь P — полное давление, компоненты C, C⁺, C⁺₂, e обозначены индексами 1, 6, 7, 8. Считается, что плазма является идеальным газом, а температура электронов равна температуре тяжелых частиц. Вводя мольные доли компонент $x_j = p_j/P$, j = 1, ..., 8, получаем из (1) выражения

$$x_j = x_1^j \varphi_j, \quad \varphi_j = P^{j-1}/K_j \quad (j = 2, ..., 5),$$

 $x_6 x_8 = x_1 \varphi_6, \quad x_7 x_8 = x_1^2 \varphi_7, \quad \varphi_6 = (K_6 P)^{-1}, \quad \varphi_7 = K_7^{-1}$ (3)

содержащие функции φ_j , которые явно зависят от температуры и давления. Мольные доли нейтральных компонент выражаются через концентрацию атомов углерода $x_1 \equiv x(C)$. Используя условие электронейтральности $x_8 = x_6 + x_7$, получаем аналогичные выражения для концентраций x_6 , x_7 , x_8 через концентрацию x_1 :

$$x_6 = \left(\frac{x_1\varphi_6}{1 + x_1\varphi_7/\varphi_6}\right)^{1/2}, \ x_7 = x_1\varphi_7/\varphi_6x_6, \ x_8 = x_6 + x_7.$$
(4)

Последняя находится из закона Дальтона, который представляет собой нелинейное уравнение, эффективно решаемое методом Ньютона

$$F(x_1) = \sum_{1}^{8} x_j - 1, \quad \frac{\partial F}{\partial x_1} = 1 + \sum_{j=2}^{5} j x_1^{j-1} \varphi_j + 2 \sum_{6}^{7} \frac{\partial x_j}{\partial x_1}.$$
(5)

При малой концентрации ионизованных компонент третье слагаемое в выражении для $\partial F/\partial x_1$ можно опустить без ущерба для сходимости итераций. 1.2. Определим теперь величину эффективного значения показателя адиабаты γ . Для случая теплоемкости, зависящей от температуры, существуют различные способы вычисления γ [10]. Для частично ионизованного газа γ определялось как отношение мольных значений энтальпии и внутренней энергии $\gamma = h^{(M)}/\varepsilon^{(M)}$, позволяющее записать $\varepsilon^{(M)}$ в виде, совпадающем с записью для случая постоянных значений теплоемкостей $\gamma - 1 = RT/\varepsilon^{(M)}$ [11] (далее обозначение (M) опускается).

Для смеси идеальных газов выражение для *h* и *є* имеет вид

$$\varepsilon = h - RT, \quad h = \sum_{j=1}^{\circ} x_j h_j,$$

 $h_j = h_j^0(T) - h_j^0(0) + \Delta_r H_j^0(0).$ (6)

Величина $\Delta h^T = h_j^0(T) - h_j^0(0)$ учитывает энергию поступательных, колебательных, вращательных степеней свободы и электронного возбуждения. Величина $\Delta_r H_j^0(0)$ — энтальпия образования *j*-го компонента из исходных компонент. Для реакции $jC \rightarrow C_j$ энтальпия образования равна $\Delta_{rj}H^0(0) = -D_j^{(c)}$, где $D_j^{(c)} > 0$ — энергия полной диссоциации молекулы C_j на атомы углерода. Значения $h_j^T = h_j^0(T) - h_j^0(0)$, энергии $\Delta_r H_j^0(0)$ и константы равновесия $K_p(T)$ реакций приведены в справочнике [8].

При низких температурах для смесей, состоящих из многоатомных молекул, внутренняя энергия ε может стать отрицательной. Определение $\gamma = h/\varepsilon$ в этом случае дает физически бессмысленные значения в окрестности температур, соответствующих нулю внутренней энергии. Поэтому при рассмотрении смесей многоатомных молекул следует пользоваться другим выражением эффективного значения показателя адиабаты, следующим из определения адиабатической скорости звука и первого начала (при dQ = 0):

$$a^{2} = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{s} = \frac{p}{\rho} \frac{dh}{d\varepsilon}, \quad \gamma = (dh/dT)/(d\varepsilon/dT) = C_{p}/C_{v}.$$
(7)

Такое же выражение для γ может быть получено из соотношения $p/\rho^{\gamma} = C$.

При известном составе $x_j(T)$ и значениях $h_j^T(T) = h_j^0(T) - h_j^0(0)$, взятых из таблиц, величины C_p , C_v и γ находились численным дифференцированием функции h(T), по формулам второго порядка точности.

2. Результаты расчета

2.1. На рис. 1 и 2 для диапазона $3000 \le T \le 8000 \text{ K}$ и двух значений давления приведены зависимости от температуры молярных концентраций C, C₂, C₃, C₄, C₅. На нижней границе интервала температуры присутствует только пентауглерод, который с повышением температуры распадается на компоненты с меньшим числом



Рис. 1. Зависимость концентраций компонент x_j от температуры при давлении P = 10 kPa. I - C, $2 - C_2$, $3 - C_3$, $4 - C_4$, $5 - C_5$.



Рис. 2. Зависимость концентраций компонент x_j от температуры при давлении P = 0.1 МРа. 1 - C, $2 - C_2$, $3 - C_3$, $4 - C_4$, $5 - C_5$.

атомов и фактически исчезает уже при T > 5000 К. Зависимости от температуры концентраций x_2 , x_3 , x_4 немонотонны. Увеличение концентраций этих молекул при низких температурах результат диссоциации C_5 , а убывание при более высоких температурах связано с их диссоциацией. Тетрауглерод C₄ присутствует в смеси в малых количествах. При рассмотренных давлениях и $T \approx 6000$ К диссоциация завершается, молярная концентрация атомарного углерода достигает максимума, после чего начинает убывать из-за ионизации атомов. При повышении давления граница области полного исчезновения C₅ и положения максимумов C, C₂, C₃ сдвигаются в область более высоких температур, а убывание концентрации атомов углерода происходит более медленно (рис. 2). Полученный эффект преобладания C_5 при низких температурах связан с ограничениями рассматриваемой модели. В реальных условиях вместо преобладания одной из компонент происходит лавинообразный процесс появления группы многоатомных кластеров.

При температурах около и свыше 6000 К в рассматриваемом диапазоне давлений концентрация молекул становится пренебрежимо малой, и все параметры смеси могут быть рассчитаны в рамках трехкомпонентной модели C, C⁺, e [2], использующей уравнение Саха и расчет константы равновесия с учетом электронного возбуждения атомов и ионов по данным [8].

2.2. На рис. 3 и 4 для "низкотемпературного" и "высокотемпературного" диапазонов температур и различных давлений представлены зависимости эффективного показателя адиабаты от температуры. Для "высокотемпературного" диапазона (рис. 4) молекулы не учитывались. Две основные особенности зависимости $\gamma(T)$ видны из этих рисунков (см. кривые 1-3). Первая — это близость величины у к 1 в области с достаточно значительной концентрацией немонотонных кластеров (см. также рис. 1 и 2). Вторая — немонотонность этой зависимости, насчитывающей несколько экстремумов, положение и величина которых зависят от давления. Немонотонность функции $\gamma(T)$ — следствие влияния на внутреннюю энергию смеси соотношения энергии поступательных степеней свободы и химической энергии. В частности, уменьшение у при малых значениях электронной концентрации (рис. 4) определяется преобладающим вкладом энергии ионизации, а рост увеличением от-



Рис. 3. Зависимость эффективного показателя адиабаты γ от температуры при различных давлениях P: I - 2, 2 - 10, 3 - 100 kPa. Кривые 4, 5 рассчитаны при P = 100 kPa без учета кластеризации (трехкомпонентная модель C, C⁺, e). Кривая 4 — расчет γ по формуле (7), $5 - \gamma = h/\varepsilon$.

Журнал технической физики, 2011, том 81, вып. 8



Рис. 4. Зависимость эффективного показателя адиабаты $\gamma(T)$ (формула 7) при $T \ge 7000$ К для трехкомпонентной модели C, C⁺, *е* при различных давлениях *P*: *I* — 10; *2* — 100 kPa, *3* — 1, *4* — 10 MPa.

носительного вклада энергии поступательных степеней свободы (рис. 4 при $x_e \rightarrow 0.5$). Область, где $d\gamma/dT > 0$ (рис. 3), связана с уменьшением отрицательной химической энергии (распад кластеров). С началом ионизации компонент (T > 5000-6000 K) действие этого фактора прекращается и увеличение γ сменяется уменьшением его значения. Увеличение давления задерживает развал кластеров (см. рис. 1 и 2) и сдвигает положение максимума γ в область более высоких температур. Поведение γ вблизи 3000 K определяется свойствами пентауглерода, так как C₅ это наиболее крупный кластер, рассматриваемый моделью.

Несколько замечаний по поводу метода расчета у. Кривая 4 на рис. З получена для трехкомпонентной модели С, С⁺, е [2], не рассматривающей при низких температурах кластеризацию атомов углерода. При вычислении у по формуле (7) производные по температуре электронной концентрации $\partial x_e/\partial T$ и энергии электронного возбуждения атомов и ионов рассчитывались аналитически. При T > 8000 К, когда при всех давлениях концентрация кластеров пренебрежимо мала, обе модели дают одинаковые результаты. Полное совпадение расчетных значений у, полученных совершенно различными способами, положительно тестирует обе используемые модели. Кривая 5 на рис. 3 также рассчитана для трехкомпонентной модели, однако по формуле $\gamma = h/\varepsilon$. В области начала ионизации кривые 4 и 5 заметно различаются, однако при низких температурах дают достаточно близкие значения у и стремятся к значению $\gamma = 5/3$ для одноатомного газа.

2.3. На рис. 5, 6 представлены зависимости концентрации электронов и положительно заряженных ионов C_2^+ . Число молекулярных ионов C_2^+ на несколько порядков

меньше числа ионов углерода C⁺. При T = 6000 K и P = 10 kPa плотность электронов примерно равна $n_e \approx 2.5 \cdot 10^{14}$ cm⁻³. В области температур, соответствующих началу ионизации, концентрация $x_1 \approx 1$, и молярные концентрации заряженных компонент определяются из соотношений

$$x(\mathbf{C}^+) \approx x_e = \varphi_6^{1/2}, \quad x(\mathbf{C}_2^+) = \varphi_7 \varphi_6^{-1/2}.$$
 (8)

2.4. Сильная зависимость концентрации многоатомных кластеров от температуры влияет на величину молярной массы и скорости звука в смеси. С увеличением температуры молярная масса уменьшается от 60 до 12 g/mol, а скорость звука (рис. 7) возрастает от 0.7 km/s при T = 3000 K до 2.5 km/s при $T \approx 8000$ K.



Рис. 5. Зависимость молярной концентрации электронов от температуры при различных давлениях *P*: *1* — 2, *2* — 10, *3* — 50 kPa.



Рис. 6. Зависимость концентрации ионов C_2^+ от температуры при различных давлениях *P*, atm: I = 2, 2 = 10, 3 = 50 kPa.



Рис. 7. Зависимость скорости звука от температуры при различных давлениях *P*: *1* — 2, *2* — 10 kPa, *3* — 0.1 MPa.

В диапазоне температур, где происходит образование кластеров, скорость звука зависит от давления и уменьшается с температурой гораздо быстрее из-за увеличения молярной массы смеси и уменьшения показателя γ . Данный эффект, как и близость значения γ к 1, должен иметь газодинамические проявления. При температурах выше характерного диапазона образования кластеров в области малой ионизации скорость звука изменяется значительно медленней и практически не зависит от давления.

Заключение

Полученные результаты указывают диапазон параметров, в котором при охлаждении струи плазмы в смеси появляются молекулы диуглерода и триуглерода, а при еще более низких температурах происходят реакции ассоциации с образованием многоатомных кластеров. Переход в область более низких температур требует использования полуэмпирических методов квантовой химии или рассмотрения упрощенных моделей для выявления общих закономерностей процесса кластеризации.

Эффективный показатель адиабаты γ является немонотонной функцией температуры и отражает химические превращения в смеси — образование многоатомных молекул при низких температурах и ионизацию атомов углерода при температурах, бо́льших 6000 К. В диапазоне температур, где преобладают многоатомные молекулы, величина γ заметно ниже характерного диапазона значений для однократно ионизованной газовой плазмы и при $T \leq 5000$ К весьма близка к единице. Данный вывод не зависит от числа кластеров, учитываемых моделью при более низких температурах.

При низких температурах, меньших 4000 К, изменение концентрации многоатомных кластеров не описывается моделью равновесных химических реакций, и в газовом потоке возможна конденсация. Это означает, что количественные результаты по составу плазмы в этом диапазоне температур являются весьма приблизительными. Однако и в этом случае вывод об аномально низких значениях показателя адиабаты остается. Эти аномалии могут быть обнаружены в эксперименте по обтеканию тел потоком низкотемпературной углеродной плазмы и могут служить подтверждением образования многоатомных молекул в расширившейся и охлажденной струе плазмы, генерируемой в канале рельсотрона.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН П-12, гранта РФФИ № 09-08-00964-а и Федеральной целевой программы "Научные и научнопедагогические кадры инновационной России" (гос. контракт № 02.740.11.0201).

Список литературы

- Бобашев С.В., Жуков Б.Г., Куракин Р.О., Поняев С.А., Резников Б.И., Розов С.И. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 2. С. 54–59.
- [2] Бобашев С.В., Жуков Б.Г., Куракин Р.О., Поняев С.А., Резников Б.И., Розов С.И. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 12. С. 45-50.
- [3] Palmer H.B., Shelef M. // Chem. & Phys. of Carbon. 1968. Vol. 4. P. 85–135.
- [4] Крестинин А.В., Моравский А.П., Теснер П.А. // Хим. физ. 1998. Т. 17. Вып. 9. С. 71–84.
- [5] Крестинин А.В., Моравский А.П. // Хим. физ. 1999. Т. 18. Вып. 3. С. 58-66.
- [6] Алексеев Н.И., Дюжев Г.А. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 5. С. 121–129.
- [7] Афанасьев Д.В., Блинов И.О., Богданов А.А., Дюжев Г.А., Каратаев В.И., Кругликов А.А. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 10. С. 76-85.
- [8] Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Т. 4. М.: Наука, 1982.
- [9] Минкин В.И., Симкин Б.Я., Миняев Р.М. Квантовая химия органических соединений. Механизмы реакций. М.: Химия, 1986. 248 с.
- [10] Тарнавский Г.А., Шпак С.И. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2001. Т. IV. № 1(7). С. 177-197.
- [11] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.