10

Двумерные степенные электронные спектрографы с плоскостью симметрии

© Н.К. Краснова

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: n.k.krasnova@mail.ru

(Поступило в Редакцию 31 августа 2010 г. В окончательной редакции 25 ноября 2010 г.)

Изучены электронно-оптические характеристики двумерных электрических полей с комплексным потенциалом вида $\Omega = i(x+iy)^n$, где n — вещественное число. Исследование динамики частиц производится в плоскости симметрии и ее окрестности с целью построения эффективного спектрографа электронных потоков. Показано, что в диапазоне показателей степенип $0 < n < 1$ в системе осуществляется пространственная фокусировка по углам влета конических пучков, имеющая II порядок в плоскости симметрии и, как минимум, I порядок поперек нее. Линия изображений точечного источника (линия фокусов) имеет вид прямой, лежащей в плоскости симметрии, причем порядок фокусировки не зависит от энергии частиц W. Таким образом, реализуется спектрографический принцип, появляется возможность одновременной фиксации парциальных потоков электронов на позиционно-чувствительном детекторе в широком диапазоне изменения энергий. Электродная конфигурация этих систем довольно простая и может быть использована для практической реализации спектрографа. Анализируются перспективы применения данных спектрографов в энергоанализе.

Введение

В работах [1,2] описан общий подход к выбору электрических полей, реализующих спектрографический принцип энергоанализа потоков заряженных частиц. В качестве наиболее простого и в то же время практически эффективного класса предложены однородные по Л. Эйлеру электрические поля с плоскостью симметрии. Обширность этого класса и математические трудности не позволяют решить все вопросы в рамках одной статьи. Поэтому авторы остановились на изучении семейства таких полей, допускающие точное аналитическое интегрирование уравнений движения в плоскости симметрии. Это позволило успешно решить прямыми методами вопрос о фокусировке потоков частиц, выявить условия реализации фокусировок I и II порядков, что необходимо для повышения чувствительности спектрографов.

Двумерные степенные спектрографы

Рассмотрим электрические поля с безразмерным комплексным потенциалом вида

$$\Omega = \psi(x,y) + i\varphi(x,y) = i(x+iy)^n, \tag{1}$$

где n — положительное вещественное число. Скалярный потенциал $\varphi(x,y)$, очевидно, симметричен по координате y

$$\varphi(x,y) = \varphi(x,-y). \tag{2}$$

В полярных координатах $r = \sqrt{x^2+y^2}$, $\gamma = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$ потенциал приобретает вид

$$\varphi(r,\gamma) = r^n \cos n\gamma. \tag{3}$$

В плоскости симметрии потенциал φ имеет степенную зависимость

$$\varphi|_{y=0} = x^n. \tag{4}$$

Класс полей (1) содержит в себе хорошо известные типы полей: например, при $n = 1$ — поле плоского конденсатора, при $n = 2$ — поле квадрупольного конденсатора, при $n = -1$ — поле касающихся цилиндров, а при $n = -2$ — поле цилиндров с сечением в виде лемнискат Бернули. Наиболее яркий пример с уникальными свойствами и для нашей темы представляет вариант $n = 1$. Будучи однородными по Л. Эйлеру, все указанные поля могут реализовать спектрографический принцип разделения и фокусировки потоков заряженных частиц, причем уже случай плоского электростатического поля $(n = 1)$ исключительно эффективен. Нами будет изучен спектр показателей $0 < n < 2$, в котором поле имеет в нуле интегрируемую особенность. Это позволяет выпускать частицы из начала координат $x = y = z = 0$, причем в условиях, когда появляется поперечная фокусирующая сила. Сначала изучим движение в средней плоскости (x,z) при $y = 0$. Уравнения динамики и начальные данные в безразмерной модели движения [3]

$$\begin{cases} \ddot{x} = -nx^{n-1}, \\ \ddot{z} = 0, \end{cases} \tag{5}$$

$$x|_{\tau=0} = 0, \quad y|_{\tau=0} = 0, \quad z|_{\tau=0} = 0,$$

$$\dot{x}|_{\tau=0} = \dot{x}_0, \quad \dot{y}|_{\tau=0} = 0, \quad \dot{z}|_{\tau=0} = \dot{z}_0.$$

Вдоль оси z имеем дрейф

$$z = \dot{z}_0\tau. \tag{6}$$

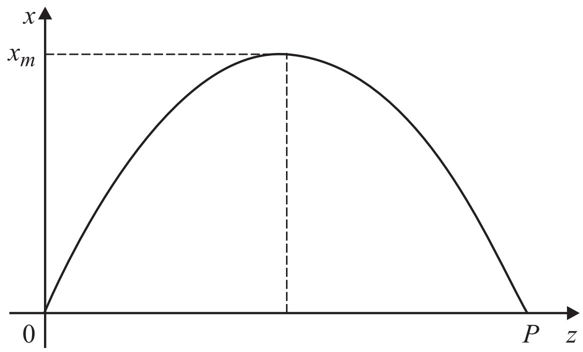

Рис. 1. Движение частицы в плоскости симметрии.

Выражение, описывающее движение частицы вдоль оси x, найдем, используя интеграл энергии,

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \int\limits_0^x \frac{dx}{\sqrt{A - x^n}}, \tag{7}$$

где $A = \dot{x}_0^2/2$ — x-компонента кинетической энергии $W = (\dot{x}_0^2 + \dot{z}_0^2)/2$. Интеграл (7), очевидно, берется в элементарных функциях для значений

$$n = 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \dots \tag{8}$$

Частица, стартующая из начала координат, в плоскости симметрии (x, z) под углом θ к оси z с энергией W описывает симметричную дугу и возвращается в точку $z = P$ (рис. 1). Время полета τ_P до точки P равно удвоенному времени полета до вершины траектории x_m и дается формулой

$$\tau_P = \sqrt{2} \int\limits_0^{x_m} \frac{dx}{\sqrt{A - x^n}}, \tag{9}$$

где координата вершины x_m определяется из условия $\dot{x}|_{x=x_m} = 0$, или

$$\sqrt{A - x^n} = 0. \tag{10}$$

Полагая $x = A^{1/n}p$, приведем интеграл (9) к виду

$$\tau_P = \sqrt{2} A^{1/n-1/2} \int\limits_0^1 \frac{dp}{\sqrt{1 - p^n}}. \tag{11}$$

Численное значение интеграла (11) легко вычисляется в элементарных функциях для всех показателей (8), а во всех остальных случаях выражается через Г-функцию Л. Эйлера.

Из (6) и (11), полагая $A = W \sin^2\theta$, $\dot{z}_0 = \sqrt{2W}\cos\theta$, выразим координату возврата частицы на ось z

$$P = \dot{z}_0 \tau_P = KW^{1/n} \cos\theta \, \sin^m\theta, \tag{12}$$

где введены обозначения

$$K = 2 \int\limits_0^1 \frac{dp}{\sqrt{1 - p^n}}, \quad m = \frac{2 - n}{n}.$$

При $n = 1$ имеет место вариант плоского электростатического зеркала с фокусировкой I порядка при угле старта $\theta = 45^\circ$

$$P = 2W \sin 2\theta.$$

Найдем условия фокусировки I порядка для любого $n > 0$

$$\frac{dP}{d\theta} = KW^{1/n}\big(-\sin^{m+1}\theta + m\cos^2\theta \sin^{m-1}\theta\big) = 0, \tag{13}$$

отсюда

$$\operatorname{tg}^2\theta = m = \frac{2 - n}{n}. \tag{14}$$

Это уравнение имеет вещественный корень θ в интервале показателей

$$0 < n < 2. \tag{15}$$

Угол фокусировки не зависит от энергии W. Следовательно, точечный источник, имеющий в своем спектре набор энергий W, при вырезании сектора по углу вылета с осевым значением (14) создаст вдоль оси z цепочку пространственно разделенных пятен изображений. Тем самым осуществляется режим спектрографа. Распределение этих локальных изображений получается из (12) подстановкой θ из (14):

$$P_f = \frac{K}{\sqrt{2}} W^{1/n} \sqrt{n} \left(\frac{n - 2}{2}\right)^{(2-n)/2}. \tag{16}$$

Таким образом, получено семейство однородных полей с фокусировкой I порядка, имеющее несомненную ценность для синтеза спектрографов, однако этого мало. Попытаемся получить общие условия фокусировки II порядка, помня, что таковые осуществляются в плоском конденсаторе при $\theta = 30^\circ$ [4].

Фокусировка II порядка

Переместим источник вдоль оси x вниз на величину h в область отрицательных значений $(x < 0)$, в дрейфовое пространство, полагая ось z границей поля (рис. 2).

Выражение для P в новых условиях

$$P = h \operatorname{ctg}\theta + KW^{1/n} \cos\theta \sin^m\theta. \tag{17}$$

Описав дугу в поле, частица вновь попадает в дрейфовое пространство $x < 0$ и летит по прямой PR, уравнение которой

$$x = -\operatorname{tg}\theta(z - P). \tag{18}$$

Пересечем поток этих прямых секущей прямой — экраном $x = -\xi$ — и будем изучать след траекторий.

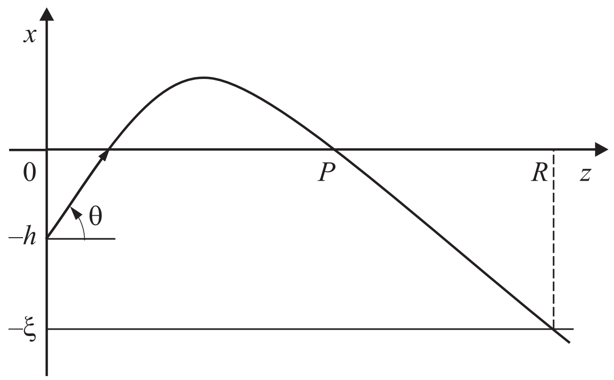

Рис. 2. Траектория частицы в плоскости симметрии поля с учетом дрейфового пространства.

Полагая в (18) $x = -\xi$ и $z = R$, получим выражение для R

$$R = \xi \operatorname{tg}\theta + P = (h+\xi)\operatorname{ctg}\theta + KW^{1/n}\cos\theta\sin^m\theta. \quad (19)$$

Потребуем от R выполнения условий фокусировки II порядка по углу θ:

$$\begin{cases} \dfrac{dR}{d\theta} = -\dfrac{h+\xi}{\sin^2\theta} + KW^{1/n}(-\sin^{m+1}\theta \\ \qquad + m\cos^2\theta\sin^{m-1}\theta) = 0, & (20) \\ \dfrac{d^2R}{d\theta^2} = \dfrac{2(h+\xi)\cos\theta}{\sin^3\theta} + KW^{1/n}\cos\theta[-(3m+1)\sin^m\theta \\ \qquad + m(m-1)\cos^2\theta\sin^{m-2}\theta] = 0. & (21) \end{cases}$$

Выразим величину $(h+\xi)/\sin^2\theta$ из (20) и подставим в (21). Образуется уравнение, в котором присутствует общий множитель $KW^{\frac{1}{n}}\cos\theta\sin^m\theta$, его можно сократить в предположении, что $\theta \neq 0$ и $\theta \neq \pi/2$.

$$2(-\sin^2\theta + m\cos^2\theta) + [-(3m+1)\sin^2\theta + m(m-1)\cos^2\theta] = 0. \quad (22)$$

Оно приводится к виду

$$\operatorname{tg}^2\theta = \frac{m}{3} = \frac{2-n}{3n}, \quad \operatorname{tg}\theta_f = \sqrt{\frac{2-n}{3n}}. \quad (23)$$

Это уравнение имеет вещественный корень только при $0 < n < 2$. Итак, для угла фокусировки II порядка имеем очень простое выражение

$$\theta_f = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2-n}{3n}}. \quad (24)$$

Встраивая θ_f из (24) в (18) и (19), найдем координаты точек фокусировки II порядка в дрейфовом пространстве. Окончательные формулы выглядят как

$$-\xi|_{\theta=\theta_f} = x_f = h - K\frac{1}{2^{1/n}}\left(\frac{2-n}{1+n}\right)^{(1+n)/n} W^{1/n}, \quad (25)$$

$$R|_{\theta=\theta_f} = z_f = K\frac{3\sqrt{3n}}{2^{1/n}}\frac{(2-n)^{1/n-1/2}}{\left(1+n^{1/n+1}\right)} W^{1/n}. \quad (26)$$

При фиксированном показателе n линия изображений (фокусная линия) представляет собой наклонную прямую с углом δ, вдоль которой движутся сфокусированные пятна изоэнергетических струй при изменении энергии W (рис. 3):

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{dx_f}{dz_f} = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(2-n)^3}{3n}}. \quad (27)$$

Сравнив (27) и (23), видим, что

$$\operatorname{tg}\delta = -\frac{2-n}{3}\operatorname{tg}\theta_f. \quad (28)$$

При $W = 0$ в условиях фокусировки II порядка изображение мнимое и расположено в точке $x = h$, $z = 0$, далее с ростом W оно скользит вниз к границе поля, оставаясь мнимым, пока W не достигнет критического значения, при котором x_f из (25) не обратится в нуль

$$h - K\frac{1}{2^{1/n}}\left(\frac{2-n}{1+n}\right)^{(1+n)/n} W^{1/n} = 0. \quad (29)$$

Отсюда

$$W_{kr} = \frac{2h^n}{K^n}\left(\frac{1+n}{2-n}\right)^{1+n}. \quad (30)$$

При дальнейшем увеличении энергии изображение становится действительным и движется по прямой, задаваемой (25) и (26), вниз в дрейфовое пространство (рис. 4).

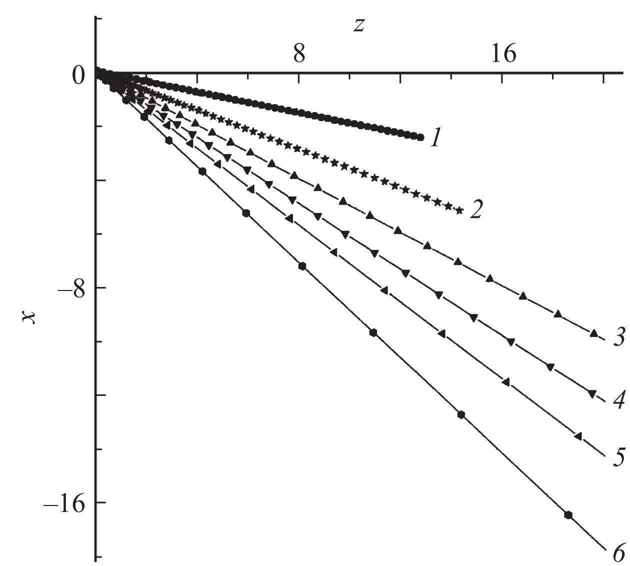

Рис. 3. Линии фокусов, полученные в плоскости (x, z) при вынесенном источнике $h = -0.1$, для разных показателей n: *1* — 1; *2* — 2/3; *3* — 1/2; *4* — 2/5; *5* — 1/3; *6* — 1/4.

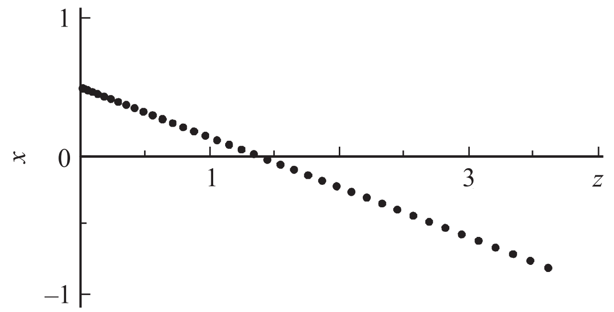

Рис. 4. Фокусная линия при вынесенном источнике $h = -0.5$ для показателя $n = 2/3$.

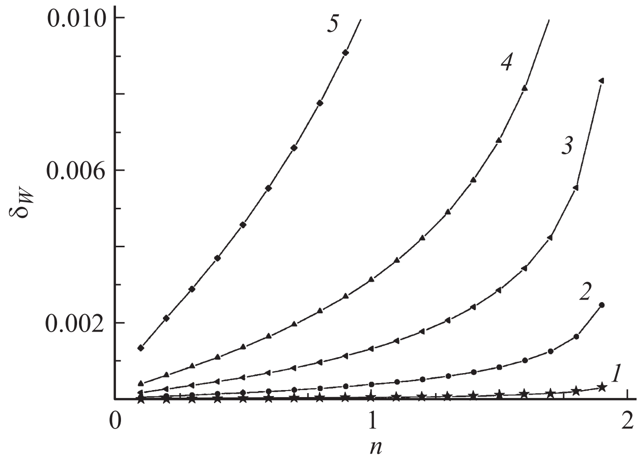

Рис. 5. Удельная дисперсия в условиях фокусировки II порядка для пучков с разным разбросом начальных углов $2\Delta\theta$: *1* — 2, *2* — 4, *3* — 6, *4* — 8, *5* — 12°.

Если вдоль этой прямой расположить позиционно-чувствительный детектор (ПЧД), то в системе реализуется спектрографический режим энергоанализа при одновременной фиксации широкого диапазона энергий.

Пусть спектр вылета частиц из источника имеет угловой раствор $2\Delta\theta$ и симметричен относительно оси θ_0, где θ_0 — угол фокусировки II порядка. Высчитаем величину $d^3R/d\theta^3$ в этих условиях, чтобы оценить ширину размытия изображения ΔR. Опуская достаточно длинные, но тривиальные алгебраические вычисления, приведем только окончательную формулу. Она имеет весьма просте выражение

$$\Delta R \approx -8\,\frac{K}{n}\left(\frac{W}{2}\right)^{1/n}\left(\frac{2-n}{1+n}\right)^{1/n-1}(\Delta\theta)^3. \qquad (31)$$

Дисперсия по энергии W дается выражением

$$D = W\,\frac{dR}{dW} = \frac{K}{n}\,W^{1/n}\cos\theta\sin^m\theta. \qquad (32)$$

В условиях фокусировки II порядка получим

$$D\Big|_{\theta=\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{m}{3}}} = \sqrt{\frac{3}{n}}\,K\left(\frac{W}{2}\right)^{1/n}\frac{(2-n)^{1/n-1/2}}{(1+n)^{1/n}}. \qquad (33)$$

Удельная дисперсия в данном случае, выражающая возможное энергетическое разрешение при точечном источнике, примет вид

$$\delta_W \cong \frac{|\Delta R|}{D} = \frac{8(1+n)}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{n}{2-n}}\,(\Delta\theta)^3. \qquad (34)$$

Зависимость этой очень важной функции в интересующем нас интервале показателей $0 < n < 2$ приведена на рис. 5. Видно, что при малых показателях разрешение существенно возрастает по сравнению с плоским зеркалом ($n = 1$), однако реализовать показатели $n < 1/2$ мы не сможем по топологическим условиям для электродной конфигурации. Но можно дать оценку

$$\min\delta_W = \delta_W\Big|_{n=\frac{1}{2}} = 4(\Delta\theta)^3. \qquad (35)$$

При $2\Delta\theta = 6^\circ$ можно получить разрешение порядка 0.06%. Это в 2.3 раза превышает разрешение плоского конденсатора при тех же условиях. Следует заметить, что при расположении ПЧД вдоль линии фокусов (изображений) рост дисперсии с увеличением энергии W и распухание пятна изображения взаимно компенсируются, как и в плоском зеркале, поэтому и сбор электронов для сохранения светосилы должен производиться по такой же схеме.

Поперечная фокусировка

До сих пор речь шла о движении в плоскости симметрии $y = 0$ для данного класса полей, но для практической реализации нам необходимо знать поведение боковых траекторий, для которых $\dot{y}_0 \neq 0$, конечно, предполагая, что поперечный угловой разброс достаточно мал.

В окрестности плоскости симметрии разложим скалярный потенциал в обычный ряд по степеням y, тогда

$$\varphi = x^n - \frac{n(n-1)x^{n-2}}{2}\,y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)x^{n-4}}{24}\,y^4 - \ldots \qquad (36)$$

В предположении, что по y частица не слишком удаляется от плоскости симметрии, можно пренебречь высшими степенями и записать стандартные уравнения параксиальных траекторий

$$\begin{cases} \ddot{x} = -nx^{n-1}, \\ \ddot{y} = n(n-1)x^{n-2}y. \end{cases} \qquad (37)$$

Из этих уравнений следует, что при $n < 1$ сила вдоль y притягивает частицы к плоскости симметрии, а при $n > 1$, напротив, отталкивает, расфокусирует пучок. Случай $n = 1$, когда эта сила равна нулю, следует считать также „расфокусированным“. Значит, существует и промежуточный вариант: при показателе $n = 0.936$

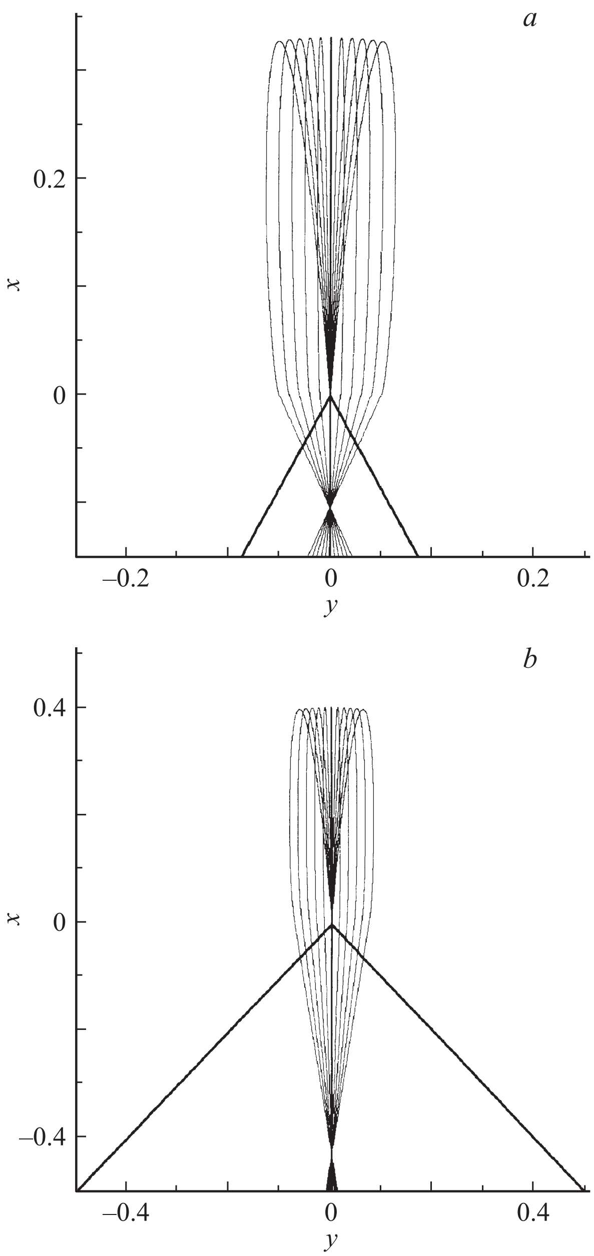

Рис. 6. Поперечная фокусировка в полях с различными показателями n: a — 3/5; b — 2/3. Начальные условия движения частиц: $x_0 = 0.001$, $y_0 = 0$, $W = 0.5$, $-5 < \alpha < 5°$.

пучок, выходящий из точки, преобразуется полем в параллельный.

Итак, в области $0 < n < 1$ следует ожидать появления поперечной фокусировки. Здесь более удобно воспользоваться прямым компьютерным моделированием, поскольку аналитическими методами данные уравнения при $n \neq 1$ интегрируются с большими трудностями и только в приближенной форме. Опуская технические детали моделирования, приведем серию траекторных портретов, из которых явно виден эффект поперечной фокусировки (рис. 6) и его динамика в зависимости от n.

Качество фокусировкки не превышает I порядка в силу „параксиального" приближения для траекторий, но этого достаточно для определения объемной фокусировки пучка. Точки фокусировки в плоскости (x, z) и поперечной не совпадают в пространстве. Изображение точечного объекта в поле с фиксированным значением показателя n получается стигматичным. Однако можно при выбранных начальных условиях движения добиться минимального размера пучка в продольном и поперечном направлениях в некой области пространства, отличной от точных условий фокусировки как в плоскости (x, z), так и плоскости (x, y), и тем самым обеспечить объемную фокусировку пучка.

Для этого можно фиксировать энергию W и угол фокусировки в плоскости (x, z) и далее, меняя n, можно заставить переместиться точку поперечной фокусировки в плоскости (x, z) в соответствующую точку фокусировки, о которых сказано выше. В результате этих вычислительных процедур находим, что в системе реализуется пространственная фокусировка II порядка в направлении z и I порядка в направлении y.

Между показателем поля n и углом фокусировки II порядка существует взаимнооднозначное соответствие (24), поэтому каждому углу ввода пучка найдется по выше описанной методике свой показатель поля n, при котором реализуется объемная фокусировка. Например, при $\theta = 45°$, что соответствует условию фокусировки II порядка в плоскости (x, z) в поле с показателем $n_0 = 1/2$, объемная фокусировка достижима при $n = 0.7948$ (рис. 7), а при $\theta = 35°$ $(n_0 = 0.8094)$ — $n = 0.8536$.

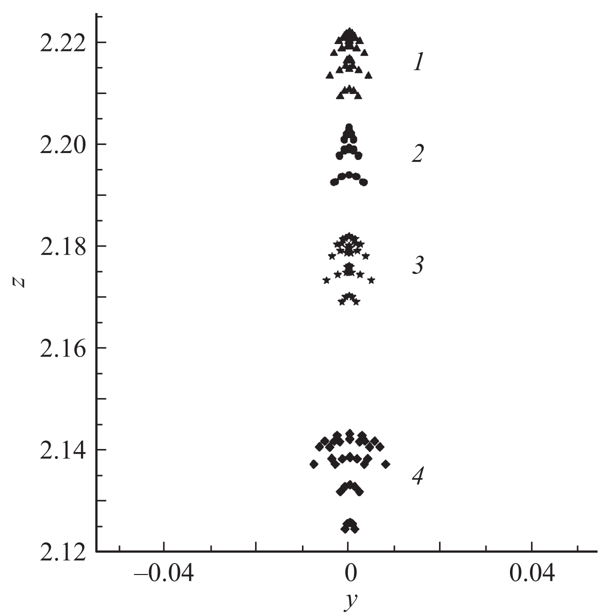

Рис. 7. Эффект объемной фокусировки в дрейфовой области при условиях ввода пучка $x_0 = -0.1$, $y_0 = 0$ и $W = 1$; $42 < \theta < 48°$, $-2 < \alpha < 2°$, поле с показателем $n = 0.7948$. След пучка на различных плосокостях x: *1* — 0.48, *2* — −0.46136, *3* — −0.44, *4* — −0.4.

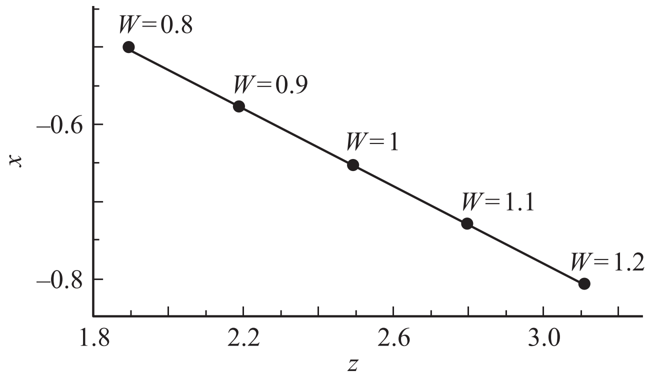

Рис. 8. Объемная фокусировка в дрейфовой области при условиях ввода пучка с параметрами: $x_0 = -0.1$, $y_0 = z_0 = 0$, $32 < \theta < 38^\circ$, $-2 < \alpha < 2^\circ$; поле с показателем $n = 0.8536$. Значения энергии частиц W указаны на рисунке.

При вариации энергии W этот „объемный" фокус скользит вдоль прямой в дрейфовом пространстве (рис. 8) в соответствии с принципом подобия. Вдоль нее и следует расположить плоский ПЧД. Этот режим отличается особенной простотой управления и сбора информации о спектре.

О геометрии электродов

Для определения формы электродов, задающих пространственное распределение поля, следует изучить эквипотенциальные портреты для показателей степени n в наиболее интересном для задач спектрографии интервале $0 < n < 2$, в котором реализуется фокусировка II порядка в плоскости симметрии $y = 0$. В данной статье рассмотрен интервал $0 < n < 1$, гарантирующий появление пространственной фокусировки, однако не исключается возможная польза интервала $1 < n < 2$, где имеет место расфокусировка по направлению оси y, так что вдоль прямой с фокусами II порядка по θ образуется система поперечных полосок изображения, отвечающих разным значениям энергии W.

Комплексные степенные потенциалы Ω имеют особенность при $x = y = 0$, характер которой определяется знаком и алгебраической природой числа n. Для целых положительных n — это обычная регулярная точка, для отрицательных целых n — полюса различных порядков, но для дробных n, и тем более трансцендентных, начало координат становится существенной особенностью и, в частности, для рациональных n — это точка ветвления с конечным числом листов римановой поверхности. Это обстоятельство отражается и на топологии эквипотенциальных портретов

$$r^n \cos n\gamma = \mathrm{const}. \qquad (38)$$

На рис. 9 приведены эквипотенциальные портреты для значений $1/2 \le n < 2$. В интервале $0 < n < 1/2$ не удается выделить однозначную ветвь аналитической функции с разумной физической структурой эквипотенциалей для реализации электродов, охватывающих найденные нами потоки сфокусированных траекторий. Но для $1/2 < n < 1$ обнаруживается множество профилей, обеспечивающих удобную реализацию электрдов в условиях стигматичной пространственной фокусировки пучков. На рис. 10 приведен в аксонометрии чертеж возможных полезадающих электродов и ход пучков в них. По существу, это принципиальная электронно-оптическая схема спектрографа, возможно, еще не оптимального.

Исследованный класс двумерных полей, относящийся к однородным по Л. Эйлеру полям, не является един-

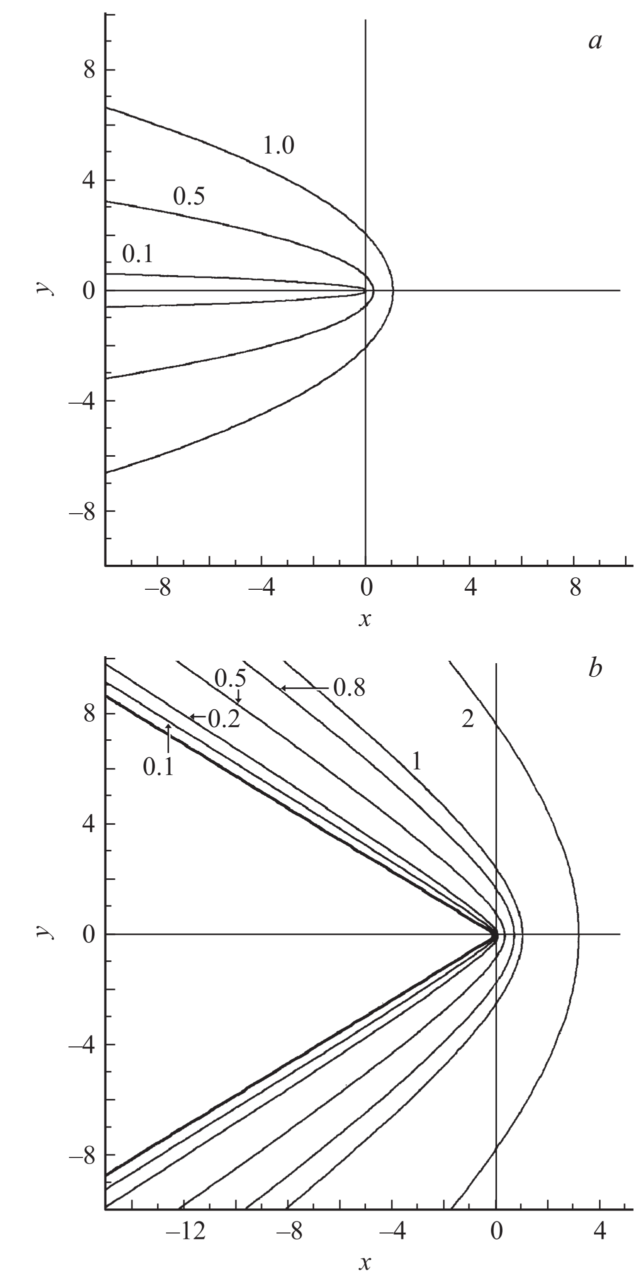

Рис. 9. Эквипотенциальные портреты полей с разными показателями n: a — 1/2; b — 3/5.

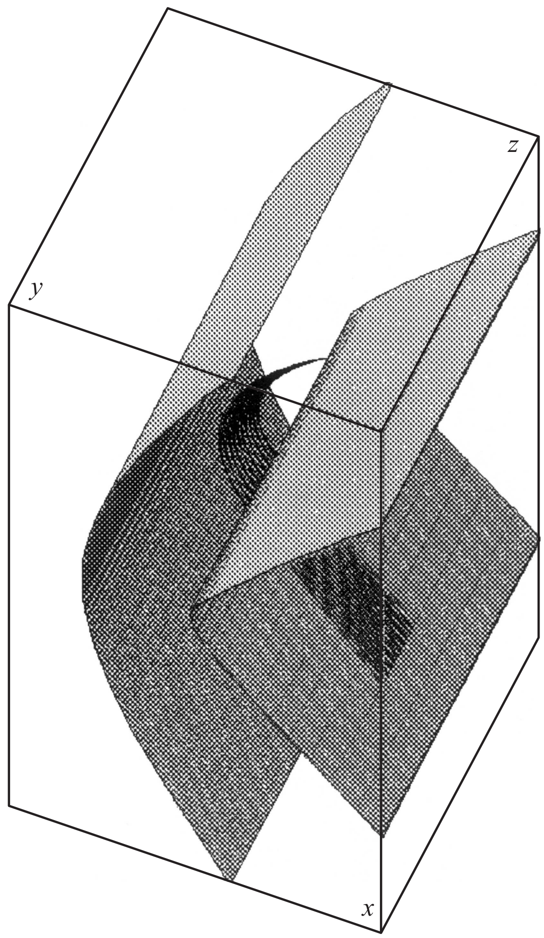

Рис. 10. Конструкция двумерного электронного спектрографа с плоскостью симметрии и траектории частиц в нем.

ственным для реализации спектрографического принципа разделения потока заряженных частиц. Среди класса двумерных полей с плоскостью симметрии можно найти и другие, где поток электронов разделяется на парциальные струи. Например, на базе поля, сформированного между электродами простой формы — кругового цилиндра и двугранного угла ([5]), может быть реализован спектрограф, у которого осуществляется фокусировка II порядка в плоскости дисперсии и поперечная фокусировка II порядка, что гораздо лучше, чем у степенных спектрографов. Заслуживает внимание и спектрограф на основе усеченного конуса ([6]). В режиме с фокусировкой поперечной электронно-оптические параметры весьма умеренные. Однако здесь фокусы располагаются на кривой, в отличие от рассмотренных в статье.

Заключение

Данное исследование показало, что класс симметричных двумерных электрических полей со степенным комплексным потенциалом имеет несоменные достоинства как база для создания весьма эффективных по дисперсии, светосиле и разрешающей способности спектрографов заряженных частиц с максимально широким диапазоном измеряемых энергий. Источник частиц предполагается по возможности близким к точечному, из которого высекается телесный угол прямоугольного или овального поперечного сечения так, что образуется поток, концентрирующийся в окрестности плоскости симметрии. Несомненным удобством предлагаемого класса спектрографов является возможность применения в качестве коллектора плоского позиционно-чувствительного детектора с сохранением энергетического разрешения по всему фиксируемому диапазону энергий. Данный класс полей следует считать весьма перспективным для решения общих задач спектрографии.

Список литературы

[1] *Голиков Ю.К., Краснова Н.К.* // Прикладная физика. 2007. № 2. С. 5–11.

[2] *Голиков Ю.К., Краснова Н.К.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 2. С. 9–15.

[3] *Голиков Ю.К., Уткин К.Г., Чепарухин В.В.* Расчет элементов электростатических электронно-оптических систем: Учеб. пособие. Л.: Изд-во ЛПИ, 1984. 79 с.

[4] *Афанасьев В.П., Явор С.Ч.* Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. 224 с.

[5] *Фишкова Т.Я.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 7. С. 1358–1364.

[6] *Овсянникова Л.П., Фишкова Т.Я.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 133–135.