# 01;05;07 Об одной особенности кинематической дифракции немонохроматических расходящихся рентгеновских пучков в кристалле с периодически деформированной решеткой

© П.Н. Жукова,<sup>1</sup> А.Г. Мкртчян,<sup>2</sup> А.Р. Мкртчян,<sup>2</sup> Н.Н. Насонов<sup>1</sup>

 <sup>1</sup> Белгородский государственный университет, 308015 Белгород, Россия
 <sup>2</sup> Институт прикладных проблем физики НАН республики Армении, Ереван, Армения
 e-mail: nnn@bsu.edu.ru

#### (Поступило в Редакцию 2 июня 2010 г.)

В рамках кинематического подхода описан процесс когерентного рассеяния немонохроматического расходящегося пучка рентгеновских квантов в кристалле, возбужденном акустической волной. На основе развитого подхода предсказана возможность проявления своеобразного эффекта усиления акустической волной дифрагированного рентгеновского пучка.

## Введение

Рост интереса к исследованию электромагнитных процессов при высокой энергии в кристаллах, находящихся под воздействием внешних полей (например, акустических волн), обусловлен возможностью управления выходами таких процессов, а также выявлением новых важных для приложений эффектов, среди которых особый интерес представляет эффект усиления интенсивности рентгеновских пучков, дифрагированных в кристалле, возбужденном акустической волной. Впервые о наблюдении обсуждаемого эффекта сообщалось еще в 1930-е гг. В последующих экспериментах наблюдалось значительное увеличение интенсивности дифрагированных пучков с ростом амплитуды акустической волны [4–7]. Теоретический анализ эффекта показал, что в рамках кинематической дифракции усиления интегральной интенсивности рассеянного в брэгговский рефлекс излучения не происходит, т.е. эффект является чисто динамическим (см., например, [8]). Развитие теоретических методов исследования динамической дифракции рентгеновских лучей в деформированных кристаллах [9–12] позволило описать рассматриваемый эффект в деталях [13–15].

В настоящей работе привлекается внимание к особенностям кинематической дифракции рентгеновских лучей в кристалле с периодически деформированной акустической волной решеткой, обусловленным конечностью спектральной ширины и угловой расходимости первичного пучка, а также спецификой схемы эксперимента, обычно используемой при изучении эффекта усиления, и заключающейся в фиксированности оси первичного пучка фотонов, падающего на исследуемый образец, и положения детектора излучения. Рассматривается случай высокочастотной модуляции [16], означающей малость длины акустической волны по сравнению с сечением первичного пучка рентгеновских квантов. Показывается, что в определенных условиях может наблюдаться своеобразный аналог эффекта усиления рассеянного излучения за счет возбуждения в кристалле акустической волны, причем становится возможным весьма значительный рост интегрального выхода.

В работе используется релятивистская система единиц $\hbar=c=1.$ 

## Интегральный выход излучения, рассеянного в брэгговский рефлекс

Рассмотрим дифракцию рентгеновского излучения в кристалле, основываясь на волновом уравнении для фурье-образа электрического поля

$$(k^2 - \omega^2)\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}) + \int d^3k' G(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}'} = 0,$$

$$G(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) = \frac{Ze^2}{2\pi^2 m} \frac{1}{1 + (\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2 R^2} \sum_{l} \exp(i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{r}_l,$$
(1)

где последнее слагаемое в уравнении пропорционально индуцированному току электронов мишени, вычисленному в высокочастотном приближении  $\omega \gg I$ , в рамках которого атомные электроны могут считаться свободными в процессе рассеяния излучения; I — средний потенциал ионизации атома, Z — число электронов в атоме, R — радиус электронного экранирования ядра атома: суммирование в (1) ведется по всем атомам мишени.

Разделяя функцию G на усредненную ( $\bar{G}(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) = \omega_0^2 \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$ ,  $\omega_0$  — плазменная частота мишени) составляющую, отвечающую за преломление фотонов, и на флуктуационную составляющую  $\tilde{G}(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$ , ответственную за дифракцию фотонов, будем решать (1) итерациями по степеням  $\tilde{G}$ . В нулевом приближении

из (1) следует выражение для первичного поля в мишени

$$\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}^{(i)} = \int d^2\theta_i f(\theta_i) \sum_{j=1}^2 \mathbf{e}_{ij}(\theta_i) E_{\omega j} \delta(\mathbf{k} - \omega \sqrt{\varepsilon} \mathbf{n}_i(\theta_i)), \quad (2)$$

где функция  $f(\theta_i)$  описывает угловой разброс в пучке первичных квантов, спектр определяется функцией  $E_{\omega j}$ , векторы  $\mathbf{e}_{ij}$  и  $\mathbf{n}_i$  обозначают поляризацию и направление распространения фотонов,  $\mathbf{e}_{ij}\mathbf{n}_i = 0$ ,  $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_0(1 - \theta_i^2/2) + \theta_i$ ,  $\mathbf{n}_0\theta_i = 0$ ,  $\mathbf{n}_0$  — ось пучка первичных фотонов,  $\varepsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2$  — обычная диэлектрическая проницаемость среды в рентгеновском диапазоне частот. С учетом статистической независимости фотонов имеют место соотношения

$$\langle f(\boldsymbol{\theta}_1) f^*(\boldsymbol{\theta}_2) \rangle = f_0(\boldsymbol{\theta}_1) \delta(\boldsymbol{\theta}_1 - \boldsymbol{\theta}_2),$$

f<sub>0</sub> — функция распределения первичных фотонов по углам,

$$\langle E_{\omega j} E_{\omega l}^* \rangle = \frac{1}{2} |\mathbf{E}_{\omega}|^2 \delta_{ij}.$$

В следующем приближении получаем дифрагированном поле

$$\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}^{(S)} = -\frac{1}{k^2 - \omega^2 \varepsilon} \int d^2 \theta_i f(\theta_i) \tilde{G}(\omega \sqrt{\varepsilon} \mathbf{n}_i - \mathbf{k})$$
$$\times \sum_{j=1}^2 \left( \mathbf{e}_{ij} - \mathbf{k} \frac{\mathbf{k} \mathbf{e}_{ij}}{\omega^2 \varepsilon} \right) E_{\omega j}. \tag{3}$$

Следующее из (3) спектрально-угловое распределение рассеянных квантов имеет вид

$$\omega \frac{dN}{d\omega d\Omega} = 2\pi^2 |\mathbf{E}_{\omega}|^2 \int d^2 \theta_i f_0(\theta_i) \left(1 + (\mathbf{n}_S \mathbf{n}_i)^2\right) \\ \times \left\langle \left| \tilde{G} \left( \omega \sqrt{\varepsilon} (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_S) \right)^2 \right\rangle, \qquad (4)$$

где  $\mathbf{n}_{S} = \mathbf{n}_{1}(1 - \theta_{S}^{2}/2) + \boldsymbol{\theta}_{S}$  — единичный вектор в направлении распространения рассеянного кванта, **n**<sub>1</sub> ось пучка рассеянных фотонов, двумерный угол  $\theta_S$ описывает угловое распределение рассеянных квантов; угловые скобки означают усреднение по положениям атомом мишени. При усреднении учтем, что в кристалле, решетка которого модулирована акустической волной, положения атомов задаются формулой  $\mathbf{r}_l = \mathbf{r}_l + \mathbf{u}_l + \mathbf{a} = \sin(\boldsymbol{\xi} \mathbf{R}_l)$ , в которой величины  $\mathbf{R}_l$  означают периодически расположенные равновесные положения атомов,  $\mathbf{u}_l$  — тепловые смещения, а **a** и  $\boldsymbol{\xi}$  амплитуда и волновой вектор акустической волны. Результат усреднения состоит из суммы некогерентного (малого) и когерентного слагаемых, причем последнее слагаемое имеет вид суммы рефлексов, каждый из которых отвечает вкладу в рассеяние кристаллографической плоскости, задаваемой фиксированным вектором обратной решетки g.



**Рис. 1.** Геометрия рассеяния рентгеновского пучка. **n**<sub>0</sub> и **n**<sub>1</sub> — оси падающего и рассеяного пучков соответственно,  $\varphi$  — фиксированный угол излучения,  $\theta'$  — изменяемые с помощью гониометра угол ориентации образца,  $\theta_{i\parallel}$  и  $\theta_{S\parallel}$  — лежащие в плоскости дифракции составляющие двумерных углов, описывающих угловую структуру падающего и рассеянного пучков соответственно, R — отражающая кристаллографическая плоскость, **g** — задающий ее вектор обратной

В рассматриваемом случае длинноволновых колебаний решетки  $\xi \ll \mathbf{g}$  распределение когерентно рассеянных фиксированной плоскостью фотонов имеет вид

$$\omega \frac{dN_g}{d\omega d^2 \theta_S} \approx \frac{\pi}{4} V \omega_g^4 (1 + \cos^2 \varphi) |\mathbf{E}_{\omega}|^2 \sum_p J_p^2(\mathbf{ga})$$
$$\times \int d^2 \theta_i f_0(\theta_i) \delta \big( \omega \sqrt{\varepsilon} (\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_S) + p \boldsymbol{\xi} - \mathbf{g} \big), \qquad (5)$$

где V — объем мишени,  $\omega_g^2 = \omega_0^2 \exp(-g^2 u^2/2) \times \times (1 + g^2 R^2)^{-2}$ ,  $\varphi$  — фиксированный угол рассеяния, как показано на рис. 1, на котором приведена геометрия процесса рассеяния.

Обсуждаемый эффект модуляции пучка рассеянных квантов обусловлен изгибными колебаниями отражающей плоскости (только составляющая амплитуды *a*, перпендикулярная плоскости, входит в (5)).

Рассмотрим ориентационную зависимость интегрального выхода квантов в фиксированный рефлекс. Полагая угловое и частотное распределения пучка первичных квантов гауссовыми

$$f_0(\theta_i) = \frac{1}{\pi \theta_0^2} \exp\left(-\frac{\theta_i^2}{\theta_0^2}\right),$$
$$\mathbf{E}_{\omega}|^2 = \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{\sqrt{\pi}\Delta\omega} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \bar{\omega}}{\Delta\omega}\right)^2\right]$$
$$\equiv |E_{\max}|^2 \exp\left[-\left(\frac{\omega - \bar{\omega}}{\Delta\omega}\right)^2\right],$$

 $\eta_p$ 

получаем из (5) окончательную формулу

-- 1

$$N_{g}(\theta') = N_{0} \frac{\theta_{*}}{\sqrt{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}} \sum_{p} J_{p}^{2}(\mathbf{g}\mathbf{a}) \exp\left(-\frac{\eta_{p}^{2}}{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}\right)$$
$$\times \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta\theta_{\perp}}{2\theta_{0}}\right) \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}}{\theta_{0}\theta_{*}}\left(\frac{\Delta\theta_{\parallel}}{2} + \mu_{p}\right)\right] + \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}}{\theta_{0}\theta_{*}}\left(\frac{\Delta\theta_{\parallel}}{2} - \mu_{p}\right)\right] \right\}, \tag{6}$$

$$N_0 = rac{\pi}{4} rac{V \omega_g^*}{g^2 \omega_{
m B}} |\mathbf{E}_{
m max}|^2 (1 + \cos^2 arphi),$$
  
 $= heta' - z - rac{p}{g \cos(arphi/2)} (\mathbf{n}_0 \xi \cos arphi + \mathbf{n}_2 heta \sin arphi),$ 

$$\mu_{p} = \frac{\theta_{0}^{2} + 2\theta_{*}^{2}}{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}\theta' + \frac{\theta_{0}^{2}}{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}z - \frac{p}{g\cos(\varphi/2)} \left(\mathbf{n}_{0}\xi \frac{\theta_{0}^{2} + 2\theta_{*}^{2}\cos^{2}(\varphi/2)}{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}} + \mathbf{n}_{2}\xi \frac{\theta_{*}^{2}\sin\varphi}{\theta_{0}^{2} + \theta_{*}^{2}}\right)$$

где  $\omega_{\rm B} = g/2 \sin(\varphi/2)$  — брэгговская частота, в окрестности которой сосредоточен спектр рефлекса,  $\Delta \theta_{\perp}$  и  $\Delta \theta_{\parallel}$  — угловые размеры коллиматора излучения,  $\theta_* = \frac{\Delta \omega}{\omega_{\rm B}} \operatorname{tg}(\varphi/2), \ z = \frac{\omega_{\rm B} - \tilde{\omega}}{\omega_{\rm B}} \operatorname{tg}(\varphi/2)$ . Последние коэффициенты характеризуют влияние конечности ширины спектра первичных фотонов и расстройки брэгговского резонанса для средней частоты пучка на обсуждаемую ориентационную зависимость выхода рассеянного излучения.

#### Общий анализ рассеянного излучения

Проанализируем полученный результат. Прежде всего, необходимо отметить, что влияние волны может быть существенным только при достаточно большой амплитуде волны, когда выполняется условие  $\mathbf{ga} > 1$ , означающее сравнимость амплитуды с межплоскостным расстоянием в кристалле. Действительно, в случае  $\mathbf{ga} \ll 1$  в сумме (6) остается существенным только слагаемое, пропорциональное  $J_0^2(\mathbf{ga}) \approx 1$ . Можно показать, что оптимальные для управления ориентационной кривой условия реализуются при распространении волны вдоль отражающей кристаллографической плоскости и отсутствии расстройки z = 0. При этом

$$\eta_p= heta'-prac{\xi}{g}, \ \ \mu_p=rac{ heta_0^2+2 heta_*^2}{ heta_0^2+ heta_*^2}\eta_p$$

и ориентационная кривая представляет собой сумму идентичных пиков с различными амплитудами, смещенных относительно друг друга на величину, кратную  $\xi/g$ .

Ясно, что присутствие акустической волны приводит к уширению ориентационной зависимости. Легко оценить степень уширения. Поскольку существенный вклад в сумму по *p* в (6) вносят слагаемые с  $|p| \leq \mathbf{ga}$  (свойства функций Бесселя), то искомое уширение можно оценить как  $\Delta \theta' \approx 2\mathbf{ga}\xi/g \approx 2\xi a$ , т. е. уширение растет с увеличением амплитуды акустической волны и с уменьшением ее длины волны. Наиболее просто зависимость  $N_g(\theta')$  выглядит в случаях широкополосного ( $\theta_0^2 \ll \theta_*^2$ ) или узкополосного ( $\theta_0^2 \gg \theta_*^2$ ) пучка первичных фотонов. Согласно (6), в рассматриваемых условиях экспонента в (6) становится медленной функцией по сравнению с комбинацией функций ошибок в квадратных скобках (6). Более того, в окрестности максимума указанной комбинации экспонента мало отличается от единицы и может быть опущена. Например, в первом предельном случае общая формула (6) сводится к простому результату

$$N_{g}(\theta') = N_{0} \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta \theta_{\perp}}{2\theta_{0}}\right) \sum_{p} J_{p}^{2}(\mathbf{ga}) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\Delta \theta_{\parallel}}{2\theta_{0}} + \frac{2\theta'}{\theta_{0}} - \frac{2p\xi}{g\theta_{0}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta \theta_{\parallel}}{2\theta_{0}} + \frac{2\theta'}{2p\xi}\right)\right]$$
(7)

$$+ \operatorname{erf}\left(\frac{2\theta_{\parallel}}{2\theta_{0}} + \frac{2\theta}{\theta_{0}} - \frac{2\rho_{5}}{g\theta_{0}}\right) \bigg], \tag{7}$$

показывающему, что характерным масштабом элементарных пиков, составляющих зависимость  $N_g(\theta')$ , является в рассматриваемых условиях угловой разброс в пучке первичных фотонов. Отметим, что в случае  $2\xi/g\theta_0 < 1$  отдельные сателлиты в (7) перекрываются. При том зависимость  $N_g(\theta')$  является плавной. С другой стороны, в противоположном случае указанная зависимость становится осциллирующей.

Функция  $N_g(\theta')$  представлена на рис. 2 кривыми, рассчитанными по формуле (7) при различных значениях параметров задачи. Кривые подтверждают экспериментально обнаруженный эффект значительного изменения ориентационной зависимости выхода дифрагированных фотонов при возбуждении в кристалле акустической волны [17,18]. Отметим также, что характерная форма ориентационных кривых, обусловленная поведением



**Рис. 2.** Ориентационная зависимость выхода рассеянного излучения. Приведенные кривые рассчитаны по формуле (7) при фиксированных значениях параметров  $2\Delta\theta/\theta_0 = 0.2$ , **ga** = 2 и различных значениях параметра  $2\xi/g\theta_0$ : 1 - 0.1, 2 - 1, 3 - 3.

функций Бесселя в окрестности точки равенства порядка и аргумента, совпадает с наблюдавшейся в эксперименте [18].

# Усиление дифрагированного рентгеновского пучка акустической волной

Обратимся теперь к анализу возможности проявления эффекта усиления акустической волной выхода рассеянного кристаллической мишенью рентгеновского излучения. Прежде всего, отметим, что полный выход рассеянного периодически деформированной системой атомных плоскостей кристалла не превышает аналогичной величины в случае невозмущенной системы (указанное утверждение следует из (6) в пределе  $\Delta \theta_{\perp}, \Delta \theta_{\parallel} \rightarrow \infty$  с учетом соотношения  $\sum_{p} J_{p}^{2}(\mathbf{ga}) = 1$ ). Таким образом, в рамках кинематической дирфакции эффект усиления в чистом виде не реализуется.

Тем не менее некий аналог усиления может проявляться благодаря особенностям обычно используемой схемы эксперимента, в котором фиксированными являются оси падающего и рассеянного пучков (угол  $\varphi$  задан фотонными каналами для первичного и рассеянного пучков в случае эксперимента в вакуумной камере либо заданным положением детектора излучении с конечными размерами). В таком эксперименте необходимо как можно точнее выполнить условие брэгговского резонанса  $\bar{\omega} = \omega_{\rm B}$ , или z = 0. Однако это не всегда легко выполнить (например, в случае первичного пучка с несимметричным распределением по частотам). Подстройкой криталла по ориентационному углу  $\theta'$  можно скомпенсировать указанную неточность, однако при этом рассеянный пучок может выйти за пределы фиксированного коллиматора. Отражением обсуждаемой особенности является структура формулы (6), содержащей произведение двух ориентационного зависимых колоколообразных множителей — экспоненту и комбинацию функций ошибок в квадратных скобках. Положения максимумов этих множителей, определяемые условиями  $\eta_p = 0, \, \mu_p = 0, \, в$ общем случае не совпадают. В случае невозмущенного кристалла угловое расстояние между максимумами  $\delta \theta' = 2z$  может оказаться достаточным для полного либо частичного подавления выхода рассеянного данной кристаллографической плоскостью излучения. С другой стороны,  $\delta \theta'$  может быть скомпенсировано в соответствующих пиках суммы (6). Нетрудно показать, что положения максимумов экспоненты и р-го слагаемого в сумме (6) совпадают при выполнении условия

$$z = \frac{p}{g} \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left[\mathbf{n}_0 \xi \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \mathbf{n}_2 \xi \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right]. \quad (8)$$

При этом выход рассеянного излучения может резко возрасти. Пример реализации эффекта существенного увеличения выхода рассеянного пучка под влиянием



**Рис. 3.** Влияние акустической волны на выход рассеянного излучения. Кривые рассчитаны по общей формуле (6) при фиксированных значениях параметров  $\varphi = \pi/2$ ,  $2\Delta\theta_{\parallel}/\sqrt{2}\theta_0 = 0.3$ ,  $\theta_0 = \theta_*$ ,  $\mathbf{ga} = 2$ ,  $\xi/2g\theta_0 = 1.5$ ,  $\mathbf{n}_0\xi = \xi$ . Резонансное условие (8) было выполнено для сателлита с номером p = 1. Кривая I соответствует рассеянию в невозмущенном кристалле, 2 описывает ориентационную зависимость выхода рассеянного излучения в присутствии акустической волны.

акустической волны представлен на рис. 3, кривые на котором демонстрируют зависимость  $N_g(\theta')$  в случае невозмущенного кристалла и в случае кристалла с модулированной волной решеткой.

Следует иметь в виду, что рассматриваемый эффект может быть реализован только в условиях, когда влияние угловой расходимости и конечности ширины спектра первичного пучка примерно одинаково ( $\theta_0^2 \approx \theta_*^2$ ), поскольку в случае преобладания одного из приведенных параметров становится несущественной роль экспоненциального множителя в (6). В этом случае выражение (6) переходит в формулу (7), предсказывающую лишь сдвиг максимума в ориентационной зависимости при  $z \neq 0$ .

#### Заключение

Таким образом, в настоящей работе на основе простого кинематического подхода в теории дифракции проанализированы возможные результаты экспериментов по дифракции немонохроматических расходящихся рентгеновских пучков в кристаллах с периодически деформированной акустической волной решеткой. Основной результат работы — формула (6) позволяет учесть влияние на выход рассеянных квантов всех параметров падающего пучка и условий эксперимента, а также определить оптимальные условия управления характеристиками рассеянного пучка в коротковолновом случае [16], когда сечение падающего рентгеновского пучка существенно превышает длину волны акустического возмущения.

Проведенный анализ показал существенную зависимость характеристик рассеянного рентгеновского пучка от соотношения между угловым и частотным разбросами в первичном пучке, а также от отстройки средней частоты первичного пучка от брэгговской частоты для фиксированной отражающей плоскости и заданного конструкцией установки среднего угла рассеяния.

Развитый подход позволяет указать конкретные условия эксперимента, в которых не выполняется общий вывод кинематической теории об отсутствии эффекта усиления интегрального выхода рассеянного излучения за счет модуляции кристаллической решетки акустической волной. Показано, что наблюдаемый эффект усиления может быть весьма значительным.

Настоящая работа выполнена при поддержке фонда РФФИ (грант № 09-02-97528) и ФЦП Министерства образования и науки РФ (ГК 02.740.11.0545 и ГК № П2317).

### Список литературы

- [1] Fox G.W., Cork J.M. // Phys. Rev. 1931. Vol. 38. P. 1430.
- [2] Nishikawa S., Sakisaka Y., Sumoto I. // Proc. Phys. Math. Soc. Jpn. 1934. Vol. 25. P. 20.
- [3] Fox G.W., Freser W.A. // Phys. Rev. 1935. Vol. 47. P. 899.
- [4] White J.E. // J. Appl. Phys. 1950. Vol. 21. P. 355.
- [5] Haruta K. // J. Appl. Phys. 1967. Vol. 38. P. 3312.
- [6] Klein A.G., Prager P., Wagenfeld Y., Ellis P., Sabine N.V. // Appl. Phys. Lett. 1967. Vol. 10. P. 293.
- [7] Pertmer A., Hansen D.A., Parkinson T.E. // Appl. Phys. Lett. 1974. Vol. 45. P. 925.
- [8] Ассур К.П., Энтин И.Р. // ФТТ. 1982. Т. 24. С. 2122.
- [9] *Penning P., Polder D.* // Phillips Res. Repts. 1961. Vol. 16. P. 419.
- [10] Kato N. // J. Phys. Soc. Jpn. 1963. Vol. 15. P. 1355.
- [11] Tokagi S. // Acta Cryst. 1962. Vol. 25. P. 1311.
- [12] Слободский И.Ш., Чуховский Ф.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 8. № 2. С. 95.
- [13] Gabrielyan R.G., Mkrtchyan A.R., Aslanyan A.A., Kotandyan Kh.V. // Phys. Stat. Sol. A. 1985. Vol. 92. P. 367.
- [14] Мкртчян А.Р. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. С. 1981.
- [15] Варданян Д.М., Манукян А.М. // Изв. АН Арм. ССР. 1983.
   Т. 18. С. 286.
- [16] Благов А.Е., Ковальчук М.В., Кон В.Г., Лидер В.В., Писаревский Ю.В. // ЖЭТФ. 2005. Т. 126. С. 893.
- [17] Благов А.Е., Ковальчук М.В., Кон В.Г., Писаревский Ю.В. // Кристаллография. 2006. Т. 51. С. 700.
- [18] Благов А.Е., Ковальчук М.В., Писаревский Ю.В., Просеков П.А. // Тез. докл. РСНЭ-07. М., 2007. С. 443.