

02,13

Исследование свойств сверхпроводящих пластин толщиной порядка длины когерентности ξ в рамках теории Гинзбурга—Ландау

© П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Москва, Россия

E-mail: bezpi@sci.lebedev.ru, lykov@lebedev.ru

(Поступила в Редакцию 10 сентября 2014 г.
В окончательной редакции 28 декабря 2014 г.)

Свойства сверхпроводящих пластин толщиной порядка длины когерентности ξ исследованы путем решения численными методами системы одномерных уравнений Гинзбурга—Ландау. При решении уравнений были использованы граничные условия общего вида на параметр порядка, что позволяет учесть влияние границ пластины на ее сверхпроводящие свойства. Проанализировано поведение критического тока и критического магнитного поля в зависимости от внешних параметров. Показано, что учет влияния границы при расчетах приводит к результатам, лучше согласующимся с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-08-31278) и Учебно-научного комплекса ФИАН.

1. Введение

Теория Гинзбурга—Ландау (ГЛ) [1] имеет большое значение для изучения электромагнитных свойств сверхпроводящих структур. Практически сразу после своего появления применение теории ГЛ дало результат для описания и объяснения смешанного состояния сверхпроводников [2]. Теория ГЛ позволяет анализировать свойства сверхпроводящего состояния объектов различной геометрии [3–24]. Развитие компьютерной техники обеспечивает возможность находить численными методами решения системы уравнений ГЛ для ряда сверхпроводящих систем [7–20], что позволяет лучше понять процессы, происходящие в реальных структурах из сверхпроводящих материалов. Кроме того, численное решение уравнений теории ГЛ может быть весьма полезно для предложения новых [20] и совершенствования уже существующих методов и подходов к определению параметров сверхпроводящих структур. Одним из направлений развития численного моделирования в рамках теории ГЛ является учет влияния границы на сверхпроводящие свойства структур конечного размера, таких как тонкие пленки и пластины [19,20]. Вопрос выбора граничных условий имеет особое значение для таких объектов, поскольку их свойства во многом зависят от свойств их границ. Большое внимание уделялось исследованию сверхпроводников конечных размеров различной геометрии с помощью решения уравнений ГЛ [13–24]. Выбор граничных условий также важен при решении уравнений ГЛ в случае высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), в том числе обладающих слоистой структурой [25–27].

Граничное условие общего вида на параметр порядка (Ψ) было получено в [25] исходя из принципа минимума

свободной энергии, и оно имеет вид

$$\mathbf{n} \left(-\nabla + \frac{2ei}{c\hbar} \mathbf{A} \right) \Psi|_s = \frac{1}{\Lambda} \Psi_s, \quad (1)$$

где e — заряд электрона, c — скорость света в вакууме, \hbar — постоянная Планка, Λ — феноменологический коэффициент размерности длины, иногда называемый длиной экстраполяции (коэффициент Λ определяется свойствами материала, с которым граничит сверхпроводник). В работах [28–31] аналитически исследовано влияние граничных условий общего вида на сверхпроводящие свойства образцов и показано, что такое условие приводит к уменьшению критической температуры тонких сверхпроводящих пленок.

В случае обычных низкотемпературных сверхпроводников для их границы с диэлектриком справедливо условие вида

$$\mathbf{n} \left(-\nabla + \frac{2ei}{c\hbar} \mathbf{A} \right) \Psi|_s = 0, \quad (2)$$

которое, как правило, используется в аналитических и численных расчетах. Для ВТСП Λ принимает конечные значения [25], и при расчетах для таких сверхпроводников необходимо использовать граничные условия общего вида (1).

Нами изучались свойства сверхпроводящей пластины толщиной порядка длины когерентности ξ . Внешнее магнитное поле было направлено параллельно поверхности пленки, а транспортный ток — перпендикулярно направлению внешнего магнитного поля. В этом случае задача становится одномерной. Отметим, что даже в рамках одномерной задачи возможно получение решений, соответствующих наличию вихрей в пленке [6], поэтому в рамках настоящей работы, в частности, нами

были рассмотрены случаи, когда пленка находится в смешанном состоянии. Считалось, что критический ток эквивалентен току распаривания. На основе такого подхода были получены и проанализированы зависимости критического тока I_c (его плотности) от величины внешнего магнитного поля, температуры и толщины пластины; зависимости критического магнитного поля H_c от температуры и толщины пластины, а также распределение параметра порядка по толщине пластины. При этом учитывалось влияние границы путем использования различных значений длины экстраполяции Λ .

2. Формулировка задачи

Ранее мы уже подробно описывали постановку задачи [19,20]. В рамках настоящей работы численными методами решались уравнения ГЛ для случая длинной и широкой сверхпроводящей пластины толщиной D в магнитном поле H . Задача рассматривалась в декартовой системе координат (x, y, z) с осями y и z , направленными параллельно плоскости поверхности пластины, причем ось z направлена параллельно внешнему магнитному полю, а транспортный ток течет вдоль оси y . На основе самосогласованного решения системы уравнений ГЛ находились значения критического тока I_c (плотности критического тока J_c) и критического магнитного поля H_c при различных значениях температуры, толщины пластины и других параметров. Используя обычный метод выбора калибровки вектор-потенциала \mathbf{A} , можно записать уравнения ГЛ в следующем виде

$$\frac{d^2\psi}{dx_\xi^2} + (\psi - \psi^3) - \frac{U^2}{k^2} \psi = 0, \tag{3}$$

$$\frac{d^2U}{dx_\xi^2} - \frac{\psi^2}{k^2} U = 0, \tag{4}$$

где $k = \lambda/\xi$ — параметр ГЛ, λ — глубина проникновения магнитного поля, ψ — нормированный параметр порядка

$$\psi = \frac{\Psi}{\Psi_0},$$

где Ψ_0 — параметр порядка в глубине сверхпроводника при нулевом внешнем магнитном поле. При этом векторный потенциал имеет лишь y -компоненту, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$. Вместо размерных значений потенциала A , индукции поля B и плотности тока j_s в сверхпроводнике здесь введены безразмерные величины $U(x_\xi)$, $b(x_\xi)$ и $j(x_\xi)$

$$A = \frac{\phi_0}{2\pi k \xi} U, \quad B = \frac{\phi_0}{2\pi k^2 \xi^2} b, \quad j_s = \frac{c\phi_0}{8\pi^2 k^3 \xi^3} j, \tag{5}$$

где ϕ_0 — квант потока.

Для уравнения (3) выберем граничные условия в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dx_\xi} \Big|_{x_\xi=0} &= \frac{\psi(0)}{\Lambda}, \\ \frac{d\psi}{dx_\xi} \Big|_{x_\xi=d} &= -\frac{\psi(d)}{\Lambda}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $x_\xi = x/\xi$ и $d = D/\xi$. Отметим, что $\Lambda = \infty$ соответствует обычно используемым граничным условиям. Поскольку транспортный ток I_t в пластине создает магнитное поле

$$H_I = \frac{2\pi}{c} I_t,$$

полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия к уравнению (4) имеют вид

$$b \Big|_{x_\xi=0} = h - h_I, \quad b \Big|_{x_\xi=d} = h + h_I,$$

где

$$h = \frac{H}{H_\xi}, \quad h_I = \frac{H_I}{H_\xi}, \quad H_\xi = \frac{\phi_0}{2\pi k^2 \xi^2}.$$

Глубина проникновения магнитного поля λ и длины когерентности ξ зависят от температуры, поэтому приведенные выражения являются неявными функциями температуры и формально справедливы при любой температуре T . Однако сами уравнения ГЛ применимы лишь в пределе $T \rightarrow T_c$. Остановимся более подробно на области применимости теории ГЛ. Формально такое условие в области низких температур (в некотором отдалении от T_c) формулируется в виде $T_c - T \ll T_c$. С учетом относительности понятия „малости“ данный критерий дает весьма размытую границу применимости метода. При этом существуют примеры, когда формулы и зависимости, полученные в предельном случае, дают верные результаты в случае формально не удовлетворяющем рассматриваемому пределу. В частности, формула для тока распаривания, полученная в пределе сверхтонких пластин с толщиной много меньше как длины когерентности ξ , так и глубины проникновения магнитного поля λ , может давать результат, практически совпадающий с точным расчетом для пластин толщиной порядка ξ и λ [17]. В этой связи в настоящей работе нами представлены расчеты и для случая температур, достаточно отдаленных от T_c .

Вернемся к вопросу о температурных зависимостях ξ и λ . Как правило, при расчетах в рамках теории ГЛ используются следующие температурные зависимости, применимые вблизи T_c

$$\xi = \frac{\xi(0)}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \quad \lambda = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - T/T_c}}, \tag{7}$$

где $\xi(0)$ и $\lambda(0)$ — длина когерентности и глубина проникновения магнитного поля при $T = 0$. Тем не менее, для глубины проникновения магнитного поля λ существует эмпирическая формула, описывающая поведение λ для всего температурного диапазона

$$\lambda = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - (T/T_c)^4}}, \tag{8}$$

Для реальных сверхпроводящих структур (особенно ВТСП) температурные зависимости λ и ξ могут отличаться от описанных выше [32], а в ряде случаев и параметр ГЛ k , считающийся в теории не зависящим от температуры, может изменяться при ее изменении [33,34]. В нашей работе используются температурные зависимости λ и ξ в виде (7). При этом применяемый нами подход к решению системы уравнений ГЛ позволяет использовать различные виды температурных зависимостей λ , ξ , а также, в случае необходимости, и k .

Применялась следующая итерационная процедура нахождения самосогласованных решений системы уравнений (3), (4). Первоначально задавалась некоторая пробная функция параметра порядка $\psi(x_\xi)$ и находилось решение уравнения (4) для функции $U(x_\xi)$. Найденная $U(x_\xi)$ подставлялась затем в уравнение (3), и с учетом граничных условий (5) находилась новая функция $\psi(x_\xi)$. Далее вновь решалось уравнение (4), и вся процедура повторялась, пока функции $\psi(x_\xi)$ и $U(x_\xi)$ не переставали меняться и, таким образом, представляли собой самосогласованное решение системы уравнений. Найденное таким методом решение устойчиво, поскольку оно не меняется при малых первоначальных возмущениях. Значения критического тока I_c (плотности критического тока J_c) и критического поля H_c сверхпроводящей пластины принималось равным значению транспортного тока I_t (плотности транспортного тока J_t) или внешнего поля H , при котором параметр порядка становится равным нулю, $\psi(x_\xi) = 0$. Таким методом находились зависимости критического тока I_c (плотности критического тока J_c), а также зависимости критического поля H_c от различных параметров (толщины, температуры и других).

Отметим, что все приведенные ниже значения длины (в том числе на графиках), представлены в единицах $\xi(0)$. Значения магнитного поля представлены в единицах H_{ξ_0} , где $H_{\xi_0} = \phi_0/2\pi k^2 \xi(0)^2$. Значения тока (плотности критического тока) в рамках модели представляются через H_t (см. выше), и поэтому, также как и магнитное поле, выражены в единицах H_{ξ_0} .

3. Результаты численных расчетов

Примеры зависимостей $I_c(h)$, рассчитанных при граничных условиях вида (1) для $\Lambda = 10$ и при граничных условиях вида (2) для $\Lambda = \infty$, приведены на рис. 1. Расчеты проведены для параметра ГЛ $k = 10$ (сверхпроводники второго рода), а также для нескольких значений толщины d сверхпроводящей пластины. Ранее были представлены результаты аналогичных расчетов для случая $k = 2$ с $\Lambda = 2$ и с $\Lambda = \infty$ [19].

Сравнение зависимостей $I_c(h)$ при соответствующих магнитных полях для различных граничных условий показывает, что при конечных Λ значения критического тока меньше, чем при $\Lambda = \infty$. При этом, чем меньше Λ , тем меньше критический ток и его плотность при заданном внешнем магнитном поле.

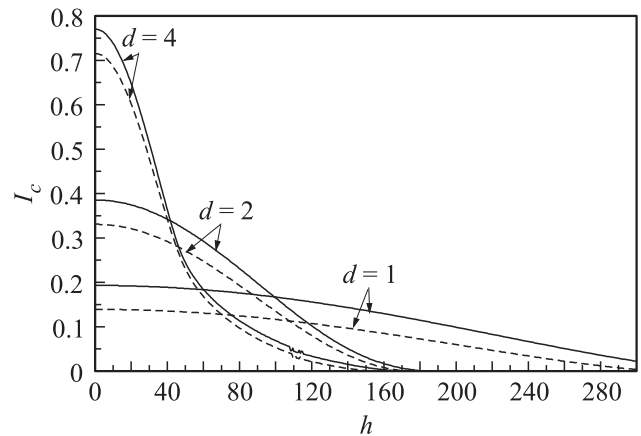


Рис. 1. Зависимости критического тока I_c от магнитного поля h для сверхпроводящих пластин различной толщины d с параметром границы $\Lambda = \infty$ (сплошная линия) и $\Lambda = 10$ (пунктирная линия). В данном случае $k = 10$.

Известно, что значение критического тока, получаемое при решении системы уравнений ГЛ, представляет собой ток распаривания Гинзбурга–Ландау, который является оценкой сверху для реального значения критического тока сверхпроводника. Например, в работе [35] была осуществлена попытка экспериментального достижения тока распаривания Гинзбурга–Ландау для тонких оловянных пленок, однако, этого не удалось сделать. Значения критического тока (его плотности), получаемые при расчетах с использованием граничных условий вида (2), ощутимо превосходят соответствующие их значения, получаемые экспериментально. При этом использование в численных расчетах граничных условий вида (1) с конечными Λ позволяет получить значения критического тока более близкие к экспериментальным данным.

Нами был произведен анализ распределения параметра порядка по толщине пластины для пластин разной толщины вплоть до $d = 4$. При этом рассматривался случай $k = 10$ и нулевого транспортного тока. Также использовались различные значения длины экстраполяции Λ ($\Lambda = 10$ и $\Lambda = \infty$). Проведенный анализ показывает, что в рассмотренном случае в пленке в зависимости от величины внешнего магнитного поля реализуются два состояния — „мейснеровское“ и „вихревое“. В случае вихревого состояния решение системы уравнений ГЛ дает для параметра порядка два асимметричных решения у каждой из границ пластины (рис. 2). Данный случай трактуется как возникновение вихрей в тонких пленках [6]. Подтверждением такой трактовки может служить то, что согласно результатам расчета случай двух асимметричных решений реализуется только при значениях k , превосходящих значение $1/\sqrt{2}$, что является фундаментальной границей, разделяющей сверхпроводники первого и второго родов. Распределением параметра порядка в случае наличия двух асимметричных решений является суперпозиция таких решений с учетом комплексной части параметра порядка [6].

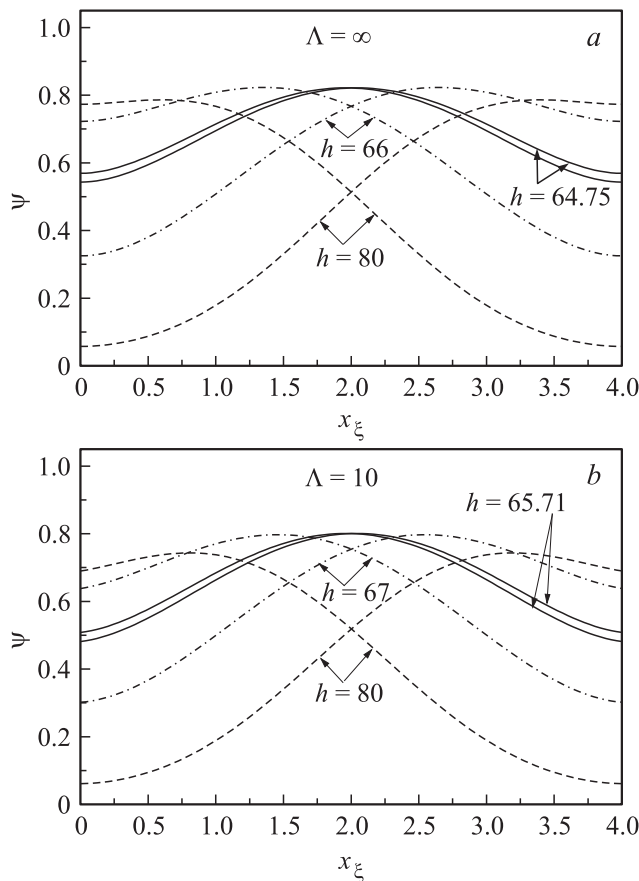


Рис. 2. Распределение параметра порядка ψ по толщине сверхпроводящей пластины с параметром границы $\Lambda = \infty$ (a) и $\Lambda = 10$ (b) для различных значений внешнего магнитного поля h . Толщина пластины $d = 4$, $k = 10$.

Отметим, что качественно поведение параметра порядка совпадает при различных значениях Λ . При этом наблюдается количественное отличие полученных результатов, что приводит к количественному отличию макроскопических параметров, таких как критическая температура, критический ток и критическое магнитное поле. Распределения параметра $\psi(x_\xi)$ для случая „мейснеровского“ состояния, а также более подробное описание вихревого состояния приведены нами в [19]. Дополнительно для „мейснеровского“ состояния нами был проведен анализ распределения магнитного поля и плотности сверхпроводящего тока по толщине пластины. Примеры таких зависимостей, рассчитанных при граничных условиях вида (2), представлены в работе [18]. Учитывая толщину пластины (порядка длины когерентности ξ и глубины проникновения магнитного поля λ), внешнее магнитное поле не вытесняется из нее полностью, а лишь ослабляется внутри. Плотность сверхпроводящего экранирующего тока в данном случае распределена симметрично относительно середины пленки.

Расчеты для сверхпроводников первого рода были представлены ранее [19]. Здесь отметим, что, как и ожи-

дается, для сверхпроводников первого рода реализуется лишь „мейснеровское“ состояние, аналогичное тому, которое описано выше. При этом учет влияния границы на сверхпроводящее состояние пластины (использование конечных Λ в расчетах) для сверхпроводников первого рода приводит к еще более ошутимому изменению параметров такого сверхпроводящего состояния по сравнению со сверхпроводниками второго рода.

Помимо расчета зависимостей критического тока от внешнего магнитного поля и распределений параметров по толщине пластины, в настоящей работе были произведены расчеты зависимостей плотности критического тока и критического магнитного поля от толщины пленки, а также температурные зависимости критического тока и критического магнитного поля. Расчет произведен для случая $k = 10$. В [19] нами были представлены результаты расчета для случая $k = 2$. Учитывая, что большинство сверхпроводящих материалов, применяемых в практике, имеют параметр ГЛ на уровне 10 и

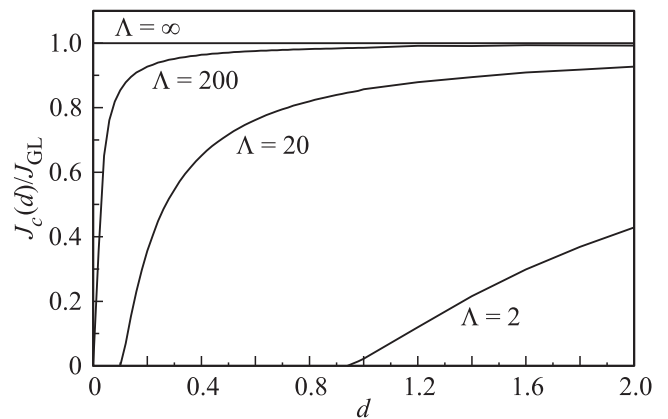


Рис. 3. Зависимость плотности критического тока J_c (отношение критического тока I_c к толщине пластины d), нормированной на плотность тока распаривания Гинзбурга–Ландау J_{GL} , от толщины пластины d при различных значениях параметра границы Λ . Внешнее магнитное поле $h = 0$ и $k = 10$.

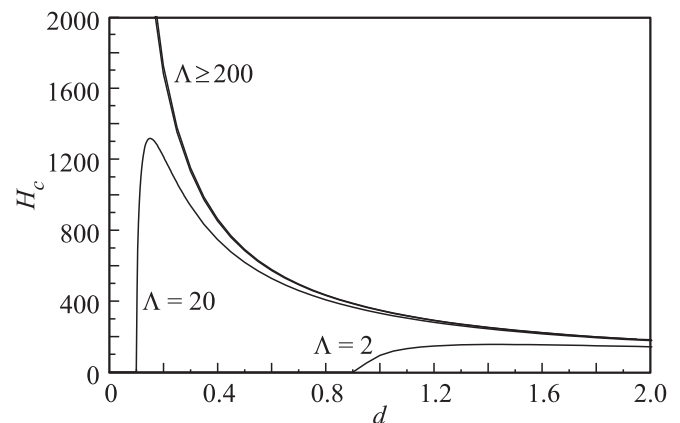


Рис. 4. Зависимость критического поля H_c от толщины пластины при различных значениях параметра границы Λ . Транспортный ток отсутствует, $k = 10$.

более, то случай $k = 10$ более интересен чем $k = 2$ с точки зрения близости к практически применяемым материалам.

На рис. 3 представлен график зависимости плотности критического тока от толщины пластины. Как правило, считается, что плотность критического тока не изменяется при уменьшении толщины пленки. При этом на практике неоднократно наблюдалось уменьшение плотности критического тока для достаточно тонких пленок. Однако это связывалось исключительно с ухудшением структуры образцов: сверхтонкие пленки перестают быть однородными и приобретают островковый характер. Тем не менее, результаты численного решения системы уравнений Гинзбурга–Ландау с граничными условиями общего типа с конечными Λ обнаруживают аналогичную зависимость плотности критического тока от толщины пластины, а для случая $\Lambda = \infty$ получается известный результат постоянства плотности критического тока с изменением толщины пленки.

Зависимость критического магнитного поля, параллельного поверхности пластины, от толщины такой пластины показана на рис. 4. Простые аналитические расчеты (в предположении постоянства параметра порядка по толщине пластины) показывают, что параллельное поверхности пластины критическое поле возрастает с уменьшением ее толщины по закону $1/d$, где d — толщина пластины. Действительно, наши расчеты при $\Lambda = \infty$ также дают такой результат. Тем не менее, при конечных Λ наблюдается другая зависимость: существует максимум критического магнитного поля при некоторой толщине. При дальнейшем уменьшении толщины значение критического поля начинает резко уменьшаться.

Анализ зависимостей критического поля и плотности критического тока от толщины показывает, что существует некоторая критическая толщина пленки, начиная с которой критический ток обращается в ноль, и, таким образом, сверхпроводимость перестает существовать в такой пленке. Ее величина зависит от Λ (сравните рис. 3 и 4). Формула для такой толщины была получена ранее аналитически [25]. Рассчитанные по аналитической формуле критические толщины совпадают с теми, которые видны на графиках зависимостей, полученных при численных расчетах.

На рис. 5, 6 отражены температурные зависимости параллельного поверхности критического магнитного поля и плотности критического тока j_c в степени $2/3$. Нами уже были представлены результаты расчета таких зависимостей для случая $k = 2$ и был проведен их анализ [20]. Здесь отметим, что, начиная с некоторой толщины, на температурной зависимости параллельного критического магнитного поля наблюдается изгиб, связанный с началом проникновения вихрей в пластину. Наличие такого изгиба может быть использовано для оценки длины когерентности ξ пленки, поскольку отношение толщины пленки к длине когерентности в точке изгиба связано с отношением температуры,

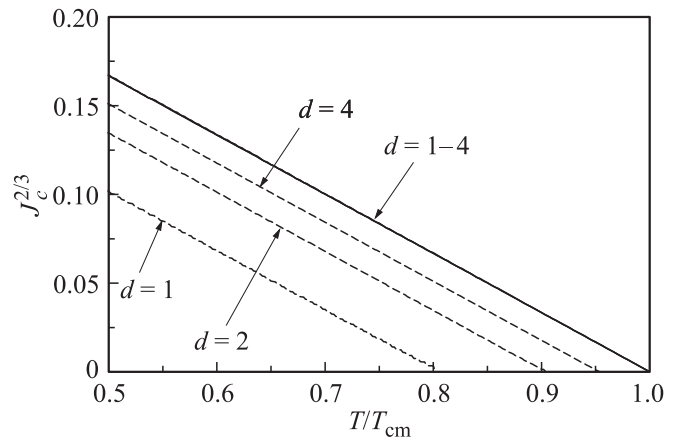


Рис. 5. Зависимость плотности критического тока J_c в степени $2/3$ от отношения T/T_{cm} для сверхпроводящих пластин различной толщины d с параметром границы $\Lambda = \infty$ (сплошная линия) и $\Lambda = 10$ (пунктирная линия). Сплошной линией также показана плотность тока распаривания Гинзбурга–Ландау (график совпадает с графиками для случая $\Lambda = \infty$). T_{cm} — критическая температура массивного образца, $k = 10$.

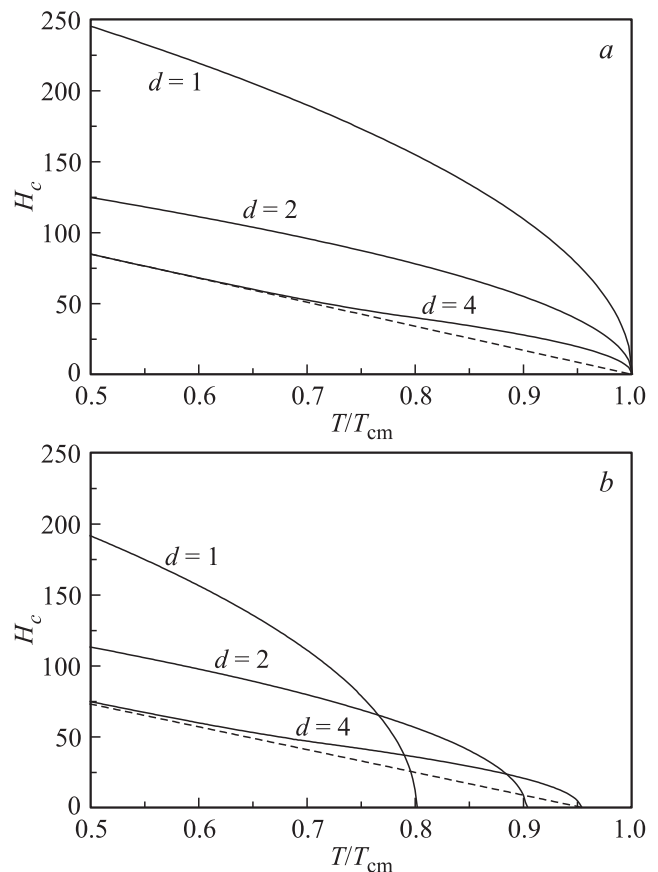


Рис. 6. Зависимость параллельного поверхности пластины критического магнитного поля H_c от отношения T/T_{cm} , для сверхпроводящих пластин различной толщины d с параметром границы $\Lambda = \infty$ (a) и $\Lambda = 10$ (b). Точка, при которой сплошные линии начинают расходиться с пунктирными линиями для пластин с $d = 4$ — точка изгиба, связанная с зарождением вихрей в образце.

соответствующей изгибу, к критической температуре образца. Наличие описанной выше особенности ранее наблюдалось на эксперименте [36]. Отметим также, что анализ температурных зависимостей критических параметров наглядно демонстрирует уменьшение критической температуры пленки при учете влияния ее границы на сверхпроводящие свойства, о чем упоминалось выше.

Остановимся на виде температурных зависимостей плотности критического тока и критического поля тонкой сверхпроводящей пластины. Из теории известно, что вблизи критической температуры данные зависимости ведут себя как $(T_c - T)^{3/2}$ и $(T_c - T)^{1/2}$ соответственно. Эти зависимости получены в предположении постоянства параметра порядка по толщине пластины. При конечных значениях Λ (в нашем случае $\Lambda = 10$), как показывают расчеты, вид температурной зависимости сохраняется. Данный результат является не совсем тривиальным. Вид температурной зависимости задается температурными зависимостями глубины проникновения магнитного поля λ и длины когерентности ξ , а точнее связан с тем, как данные длины когерентности расходятся вблизи T_c . В случае учета влияния границы (конечные значения Λ) критическая температура пластины уменьшается, а температурные зависимости параметров λ и ξ расходятся не вблизи критической температуры пластины, а вблизи критической температуры массивного сверхпроводника T_{cm} . В работе [31] такой характер зависимостей $H_c(T)$ объясняется с помощью учета дополнительного поверхностного члена в функционале свободной энергии ГЛ, который и приводит к граничным условиям вида (1). В этой работе получено следующее соотношение в обычных размерных единицах для температурной зависимости параллельного поверхностного критического магнитного поля вблизи критической температуры

$$H_c = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{\pi D} \left[\frac{1}{\xi^2(T)} - \frac{2}{\Lambda D} \right]^{0.5} = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{\pi D \xi(0)} \left[\frac{T_c - T}{T_{cm}} \right]^{0.5}. \quad (9)$$

Формула получена в предположении, что толщина пластины много меньше глубины проникновения магнитного поля λ и длины когерентности ξ . Наши численные расчеты показывают, что такой корневой характер зависимости $H_c(T)$ сохраняется в широком диапазоне температур и толщин пленок.

4. Заключение

В настоящей работе представлены некоторые результаты численного решения уравнений ГЛ в одномерном случае для пластин толщиной порядка длины когерентности ξ . Учет влияния границы на сверхпроводящие свойства таких пластин, что выражается в применении граничных условий общего вида (1) на параметр порядка с конечными значениями длины экстраполяции Λ , приводит к следующим результатам:

— установлено, что значения критического тока, полученные в результате решения системы уравнений ГЛ

в случае конечных значений Λ , ближе к экспериментальным данным, чем для случая $\Lambda = \infty$;

— обнаружено наличие особенностей поведения зависимостей критического тока и параллельного поверхностного критического магнитного поля от толщины пластины, не описываемых стандартными формулами для тонких пленок [37];

— отмечено, что характер температурных зависимостей плотности критического тока и параллельного поверхностного критического магнитного поля не изменяется при учете влияния границ пластины, несмотря на изменение ее критической температуры;

— установлено, что для сверхпроводников второго рода на расчетной температурной зависимости критического поля, параллельного поверхности пластины, при некоторой температуре (зависящей, в том числе, и от применяемых граничных условий) наблюдается изгиб. Данная особенность связана с началом зарождения вихрей в пленке.

Список литературы

- [1] В.Л. Гинзбург, Л.Д. Ландау. ЖЭТФ **10**, 1064 (1950).
- [2] А.А. Абрикосов. ЖЭТФ **32**, 1442 (1957).
- [3] P.G. De Gennes. Superconductivity of metals and alloys W.A. Benjamin. N.Y.–Amsterdam (1966). 280 p.
- [4] P. Tholfsen, H. Meissner. Phys. Rev. **169**, 413 (1968).
- [5] R.S. Thompson. Phys. Rev. B **1**, 327 (1970).
- [6] M. Tinkham. Introduction to superconductivity. McGraw-Hill Book Company (1975). P. 149–151.
- [7] G.J. Carty, D.P. Hampshire. Phys. Rev. B **77**, 172 501 (2008).
- [8] G.R. Berdiyrov, A.K. Elmurodov, F.M. Peeters. Phys. Rev. B **79**, 174 506 (2009).
- [9] К.С. Гришаков, П.Н. Дегтяренко, Н.Н. Дегтяренко, В.Ф. Елесин, В.С. Круглов. Изв. вузов. Физика **11**, 92 (2009).
- [10] A.N. Zotova, D.Y. Vodolazov. Phys. Rev. B **85**, 024 509 (2012).
- [11] И.Н. Аскерзаде. ЖТФ **80**, 6, 144 (2010).
- [12] K.S. Grishakov, P.N. Degtyarenko, N.N. Degtyarenko, V.F. Elesin, V.S. Kruglov. Phys. Procedia **36**, 1206 (2012).
- [13] G.F. Zharkov, V.G. Zharkov, A.Yu. Tsvetkov. Phys. Rev. B **61**, 12 293 (2000).
- [14] Г.Ф. Жарков, В.Г. Жарков, А.Ю. Цветков. Кр. сообщ. по физике ФИАН **11**, 35 (2001).
- [15] Г.Ф. Жарков, В.Г. Жарков, А.Ю. Цветков. Кр. сообщ. по физике ФИАН **12**, 31 (2001).
- [16] А.Ю. Цветков, Г.Ф. Жарков, В.Г. Жарков. Кр. сообщ. по физике ФИАН **2**, 42 (2002).
- [17] А.Ю. Цветков, Г.Ф. Жарков, А.Н. Лыков. Кр. сообщ. по физике ФИАН **6**, 25 (2004).
- [18] А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков, Г.Ф. Жарков. ЖЭТФ **128**, 392 (2005).
- [19] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. Кр. сообщ. по физике ФИАН **6**, 3 (2014).
- [20] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. Кр. сообщ. по физике ФИАН. **12**, 26 (2014).
- [21] H.J. Fink, A.G. Presson. Phys. Rev. **151**, 219 (1966).

- [22] V.V. Moshchalkov, X.G. Qiu, V. Bruyndoncx. Phys. Rev. B **55**, 11 793 (1997).
- [23] P.S. Deo, V.A. Schweigert, F.M. Peeters, A.K. Geim. Phys. Rev. Lett. **79**, 4653 (1997).
- [24] V.A. Schweigert, F.M. Peeters. Phys. Rev. B **57**, 13 817 (1998).
- [25] Е.А. Андришин, В.Л. Гинзбург, А.П. Силин. УФН **163**, 105 (1993).
- [26] A. Lykov. Phys. Lett. A **372** (2008).
- [27] A. Lykov. Int. J. Mod. Phys. B **23**, 4269 (2009).
- [28] P.O. Зайцев. ЖЭТФ **48**, 644 (1965).
- [29] P.O. Зайцев. ЖЭТФ **48**, 1759 (1965).
- [30] P.O. Зайцев. ЖЭТФ **50**, 1055 (1966).
- [31] J. Simonin. Phys. Rev. B **33**, 7830 (1986).
- [32] Sreeparna Mitra, J.H. Cho, W.C. Lee, D.C. Johnston, V.G. Kogan. Phys. Rev. B **40**, 2674 (1989).
- [33] N. Sluchanko, S. Gavrilkin, K. Mitsen, A. Kuznetsov, I. Sannikov, V. Glushkov, S. Demishev, A. Azarevich, A. Bogach, A. Lyashenko, A. Dukhnenko, V. Filipov, S. Gabani, K. Flachbart, J. Vanacken, Gufei Zhang, V. Moshchalkov. J Supercond. Nov. Magn. **26**, 1663 (2013).
- [34] K. Flachbart, S. Gabani, K. Gloos, M. Meissner, M. Opel, Y. Paderno, V. Pavlik, P. Samuely, E. Schuberth, N. Shitsevalova, K. Siemensmeyer, P. Szabo. J. Low Temp. Phys. **140**, 339 (2005).
- [35] В.Н. Губанков, К.К. Лихарев, Н.Б. Павлов. ФТТ **14**, 3186 (1972).
- [36] Н.П. Шабанова, С.И. Красносвободцев, А.В. Варлашкин, А.И. Головашкин. ФТТ **49**, 990 (2007).
- [37] В.В. Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. МЦНМО, М. (2000). 397 с.