Физика твердого тела, 2015, том 57, вып. 7

01

Гигантские квантовые осцилляции магнитного затухания Ландау в алюминии

© В.Г. Скобов[1], А.С. Чернов[2]

[1] Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
Москва, Россия
E-mail: vskobov@mail.ru, v.skobov@yahoo.com

(Поступила в Редакцию 12 января 2015 г.)

Теоретически изучено влияние квантования энергии электронов в магнитном поле на бесстолкновительное затухание радиочастотных мод в алюминии. В геометрии когда вектор распространения $\mathbf{k}$ и постоянное магнитное поле $\mathbf{H}$ направлены вдоль оси C_4, в алюминии существует магнитное затухание Ландау, обусловленное электронами, орбиты которых наклонены относительно поперечной плоскости. Несмотря на относительно малую концентрацию электронов, это затухание может существенно влиять на затухание геликона и доплерона. Показано, что квантование энергии электронов приводит к гигантским осцилляциям затухания этих мод.

1. Введение

Поверхность Ферми алюминия содержит замкнутую дырочную поверхность, занимающую бо́льшую часть второй зоны Бриллюэна, и три квадратных электронных „кольца“ в третьей зоне Бриллюэна. Плоскости „колец“ перпендикулярны осям C_4. Относительная концентрация электронов мала: она составляет менее трех процентов от концентрации дырок. Несмотря на это, существуют явления, в которых электроны играют определяющую роль. К таким явлениям относится магнитное затухание Ландау (МЗЛ), которое в алюминии существует даже в геометрии, когда вектор распространения радиоволны $\mathbf{k}$ и постоянное магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельны и направлены вдоль оси C_4. Вследствие симметрии дырочной поверхности Ферми относительно этого направления дырки не вносят вклада в МЗЛ и обеспечивают только слабое столкновительное затухание радиочастотных (РЧ) мод. По отношению к дыркам ситуация похожа на имеющую место при продольном распространении геликонов в щелочных металлах [1]. Для электронов ситуация является иной. Электронные „трубки“ (или „сосиски“), образующие квадратные кольца, ориентированы вдоль [011] и эквивалентных направлений. В геометрии $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel [001] \parallel z$ восемь из двенадцати „сосисок“ наклонены к полю $\mathbf{H}$ под углом $\pi/4$ и орбиты электронов, соответствующие центральным сечениям „сосисок“ плоскостями, перпендикулярными вектору $\mathbf{H}$, оказываются наклоненными относительно плоскости xy. В [2] было показано, что электроны на таких наклонных орбитах движутся в неоднородном волновом поле и воздействия этого поля на противоположных участках компенсируются лишь частично. В результате электроны на орбитах центральных сечений „сосисок“ эффективно поглощают энергию волны и обусловливают МЗЛ — бесстолкновительное поглощение носителями, движущимися в среднем в фазе с волной [3,4] (фазовая скорость РЧ-волны в металле на несколько порядков меньше характерных скоростей электронов, так что эффективными оказываются электроны центральных сечений „сосисок“). В условиях сильной пространственной дисперсии, когда длина свободного пробега носителей превосходит длину РЧ-волны в металле, бесстолкновительное поглощение намного эффективнее столкновительного. Поэтому, несмотря на относительно малую концентрацию электронов в алюминии, МЗЛ может существенно превосходить столкновительное затухание, обусловленное дырками. Как было показано в [2], МЗЛ может вносить определяющий вклад в затухание геликона в окрестности его порога и в затухание беспорогового доплерона, поле которого вращается в сторону, противоположную направлению вращения дырок.

Существенное отличие МЗЛ от столкновительного затухания состоит в том, что оно определяется малой группой электронов центрального сечения, в то время как в столкновительное затухание вносят вклад все дырки на поверхности Ферми. Поэтому столкновительное затухание малочувствительно к внешним факторам. На величину же МЗЛ могут влиять внешние воздействия. Так, при больших амплитудах возбуждающего поля магнитное поле волны может „захватывать“ эффективные электроны и существенно уменьшать МЗЛ [2]. Другая возможность изменить МЗЛ состоит в переходе к квантовому режиму, когда расстояние между соседними уровнями Ландау $\hbar\omega_c$ велико по сравнению с тепловой энергией k_0T, где $\omega_c = eH/cm_c$ — циклотронная частота электрона, m_c — циклотронная масса, $-e$ — заряд, k_0 — постоянная Больцмана. Квантование поперечной энергии приводит к тому, что продольные импульсы электронов p_z на поверхности Ферми имеют дискретные значения

$$p_n = \sqrt{2m\left(\varepsilon_{\mathrm{F}} - \hbar\omega_c n\right)}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots, N, \tag{1}$$

где m — продольная масса (по отношению к магнитному полю), ε_{F} — энергия Ферми, n — номер уровня Ландау, N — наибольшее значение n, при котором подкоренное выражение в (1) положительно ($N = [\varepsilon_{\mathrm{F}}/\hbar\omega_c]$ — число уровней Ландау на поверхности Ферми). Если среди p_n есть нулевое значение, то на поверхности Ферми имеются электроны, которые в среднем движутся в фазе с волной и эффективно поглощают ее энергию. В противном случае эффективных электронов на поверхности Ферми нет, и МЗЛ резко падает. Из (1) видно, что значения p_n зависят от H. С ростом H значения p_n уменьшаются и поочередно уходят в нуль. При этом величина МЗЛ испытывает осцилляции, аналогичные гигантским квантовым осцилляциям поглощения ультразвука в металлах [5]. Гигантские осцилляции МЗЛ в щелочных металлах при распространении геликонов под углом к магнитному полю $\mathbf{H}$ были теоретически изучены в [6], а затем экспериментально обнаружены в [7]. Благодаря наличию наклонных экстремальных орбит подобный эффект должен иметь место и в алюминии в геометрии $\mathbf{k}\|\mathbf{H}\|$ [001]. Теоретическому изучению этого эффекта и посвящена настоящая работа.

2. МЗЛ в квантовом режиме

Для вычисления МЗЛ в алюминии в [2] была использована модель, в которой квадратные электронные кольца состоят из четырех вытянутых эллипсоидов вращения. Так, кольцо, плоскость которого перпендикулярна к оси [100], содержит два эллипсоида с длинной осью в направлении [011] и два в направлении [$0\bar{1}1$]. Закон дисперсии электронов этих эллипсоидов в системе координат xyz, оси которой направлены вдоль [100], [010] и [001], дается уравнением

$$\varepsilon\left(\mathbf{p}\right) = \frac{p_x^2}{2m_1} + \frac{m}{2m_1 m_2}\left(p_y \pm \alpha p_z\right)^2 + \frac{p_z^2}{2m}, \tag{2}$$

где m_1 и m_2 — поперечная и продольная массы электрона в системе координат $x'y'z'$, в которой оси y' и z' направлены вдоль главных осей эллипсоида,

$$m = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right), \qquad \alpha = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}, \tag{3}$$

знак плюс в (2) относится к двум эллипсоидам, длинные оси которых параллельны [011], а знак минус — к эллипсоидам, длинные оси которых параллельны [$0\bar{1}1$].

В классической механике состояние электрона в магнитном поле $\mathbf{H} \parallel z$ определяется его энергией ε, продольной составляющей импульса p_z и фазой φ, характеризующей его положение на орбите. Составляющие импульса $\mathbf{p}$ и скорости электрона $\mathbf{v} = \partial\varepsilon/\partial\mathbf{p}$ имеют вид

$$p_x = p\cos\varphi, \quad p_y \pm \alpha p_z = \left(\frac{m_2}{m}\right)^{1/2} p\sin\varphi, \tag{4}$$

$$v_x = \frac{p}{m_1}\cos\varphi, \quad v_y = \frac{p}{m_c}\sin\varphi, \tag{5}$$

$$v_z = \frac{p_z}{m} \pm \alpha v_y = \frac{p_z}{m} \pm \alpha\frac{p}{m_c}\sin\varphi, \tag{6}$$

$$p = \left[2m_1\left(\varepsilon - \frac{p_z^2}{2m}\right)\right]^{1/2}, \quad m_c = m_1\sqrt{\frac{m_2}{m}}. \tag{7}$$

Важно, что продольная скорость v_z является функцией φ, вследствие чего орбита электрона с $p_z = 0$ наклонена относительно поперечной плоскости xy. Это следствие того, что направление вектора $\mathbf{H}$ не совпадает с главной осью эллипсоида.

В [2] было вычислено МЗЛ в отсутствие квантования электронов. Рассматривался случай низких частот: $\omega \ll \nu_e$ (ω — круговая частота волны, ν_e — частота столкновений электронов с рассеивателями), сильной пространственной дисперсии и сильного магнитного поля, когда

$$\nu_e \ll k\,\frac{p_{\mathrm{F}}}{m} \ll \omega_c. \tag{8}$$

Здесь $p_{\mathrm{F}} = \sqrt{2m\varepsilon_F}$ — значение продольного импульса электрона в опорной точке эллипсоида. Первое неравенство (8) означает, что длина РЧ-волны в металле мала по сравнению с длиной свободного пробега электронов $l = p_{\mathrm{F}}/m\nu_e$, а второе — то, что она велика по сравнению с размерами электронных орбит. Было показано, что вклад электронов одного эллипсоида в элемент тензора нелокальной проводимости $\sigma_{xx}(k, H)$ дается выражением

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{\pi e^2 k^2 m_c}{\left(2\pi\hbar\right)^3 m_1^2}\int\limits_0^\infty d\varepsilon\frac{df}{d\varepsilon_{\mathrm{F}}}$$

$$\times \int\limits_{-p_{z\ \max}}^{p_{z\ \max}} dp_z\, p^2\left(\varepsilon, p_z\right) L^2\left(\varepsilon, p_z\right)\frac{1}{\nu_e + ikp_z/m}, \tag{9}$$

где f — функция Ферми от аргумента $\left(\varepsilon - \varepsilon_{\mathrm{F}}\right)/k_0T$,

$$L\left(\varepsilon, p_z\right) = \alpha\,\frac{cp\left(\varepsilon, p_z\right)}{eH}. \tag{10}$$

В квантовой механике финитность движения электрона поперек поля $\mathbf{H}$ приводит к квантованию его поперечной энергии. Собственные значения энергии электрона имеют вид

$$\varepsilon_{np_z} = \hbar\omega_c n + \frac{p_z^2}{2m}, \quad n = 0, 1, 2, \ldots\,. \tag{11}$$

В (11) пренебрегается малым слагаемым $\hbar\omega_c/2$ ($n \gg 1$) и не учитывается спиновое расщепление уровней.

В металлах обычно реализуется условие квазиклассического квантования $\varepsilon_{\mathrm{F}} \gg \hbar\omega_c$. Выражение для проводимости в этом случае можно получить, если в (9) произвести замены

$$\varepsilon \to \varepsilon_{np_z}, \qquad \frac{p^2}{2m_1} \to \hbar\omega_c n, \tag{12}$$

$$\int_0^\infty d\varepsilon \cdots \to \hbar\omega_c \sum_{n=0}^{\infty} \ldots , \quad p_{z\ \max} \to \infty. \tag{13}$$

В результате получаем

$$\sigma_Q^{(1)} = \frac{4\alpha^2\pi k^2 c^2 m_c}{(2\pi\hbar)^3 H^2} (\hbar\omega_c)^3 \times \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{df(\varepsilon_{np_z} - \varepsilon_F)}{d\varepsilon_F} \frac{\nu_e}{\nu_e^2 + (kp_z/m)^2}. \tag{14}$$

В (14) мы учли, что мнимая часть подынтегральной функции в (9) является нечетной функцией p_z и не вносит вклада в интеграл. Записанное выражение для $\sigma_Q^{(1)}$ можно представить в форме

$$\sigma_Q^{(1)} = \sigma_{xx}^{(1)} Q(H), \tag{15}$$

где

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{3\pi}{8} \frac{n_1 ec}{H} \alpha^2 kR, \tag{16}$$

$$n_1 = \frac{m_1 (m_2)^{1/2} (2\varepsilon_F)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}, \quad R = \frac{c}{eH}\sqrt{2m\varepsilon_F}, \tag{17}$$

n_1 — концентрация электронов одного эллипсоида,

$$Q(H) = \frac{k}{\pi m} \frac{(\hbar\omega_c)^3}{\varepsilon_F^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{\nu_e}{\nu_e^2 + (kp_z/m)^2} \times \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \frac{df(\varepsilon_{np_z} - \varepsilon_F)}{d\varepsilon_F}. \tag{18}$$

Величина $\sigma_{xx}^{(1)}$ представляет проводимость в классическом пределе, а функция $Q(H)$ описывает эффект квантования.

Все четыре эллипсоида, образующих кольцо, вносят одинаковые вклады в σ_{xx} и, следовательно, $\sigma_{xx} = 4\sigma_Q^{(1)}$. Аналогичным образом, эллипсоиды, образующие кольцо, плоскость которого перпендикулярна оси [010], дают такие же вклады в σ_{yy}. Поэтому

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{3\pi}{2} \frac{n_1 ec}{H} \alpha^2 kRQ(H). \tag{19}$$

Эти элементы тензора нелокальной проводимости и представляют магнитное затухание Ландау в квантовом режиме.

В классическом случае $\hbar\omega_c \ll k_0T$ суммирование по n в (18) можно заменить интегрированием, и $Q = 1$. Нас интересует поведение функции Q в условиях квазиклассического квантования

$$k_0T \ll \hbar\omega_c \ll \varepsilon_F \tag{20}$$

и сильной пространственной дисперсии

$$kl \gg 1. \tag{21}$$

Выражение (18) для Q удобно переписать в форме

$$Q(H) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n, \tag{22}$$

$$Q_n = \frac{\Theta}{\pi}\left(\frac{n}{N+\Delta}\right)^2 K \int_0^\infty \frac{dz}{1+K^2z^2}\left[\mathrm{ch}\left(z^2 - z_n^2\right)\right]^{-2}, \tag{23}$$

где

$$\Theta = \frac{\hbar\omega_c}{2k_0T}, \qquad z_n^2 = \Theta(N+\Delta-n), \tag{24}$$

$$N = \left[\frac{\varepsilon_F}{\hbar\omega_c}\right], \qquad \Delta = \frac{\varepsilon_F}{\hbar\omega_c} - N, \qquad 0 < \Delta < 1, \tag{25}$$

$$K = \frac{kl}{\sqrt{\Theta(N+\Delta)}} = \frac{2k}{\nu_e}\left(\frac{k_0T}{m}\right)^{1/2} = kl\left(\frac{2k_0T}{\varepsilon_F}\right)^{1/2}. \tag{26}$$

В пределе $K \to \infty$ функция $K/\left(1+K^2z^2\right) \to \pi\delta(z)$, интеграл в (23) легко вычисляется, и получаем

$$Q(H) = \frac{\Theta}{2N^2}\sum_{n=0}^{\infty} n^2\left(\mathrm{ch}\, z_n^2\right)^{-2} \simeq \frac{\Theta}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\mathrm{ch}\, z_n^2\right)^{-2}. \tag{27}$$

Функция (27) описывает гигантские квантовые осцилляции магнитного затухания Ландау: при значениях H, соответствующих $\Delta = 0$, величина $Q = Q_{\max} \simeq \Theta/2$, а при значениях H, соответствующих $\Delta = 1/2$, величина $Q = Q_{\min} \simeq 4\Theta \exp(-\Theta)$. Таким образом, кривая зависимости Q от H представляет собой совокупность узких и высоких максимумов ($Q_{\max} \gg 1$), разделенных глубокими минимумами ($Q_{\min} \ll 1$). Эти осцилляции аналогичны квантовым осцилляциям бесстолкновительного поглощения ультразвука в металлах [5].

При $K \gg 1$ рассеяние электронов практически не влияет на поглощение, и характер осцилляций сохраняется. При уменьшении же длины пробега l параметр K становится меньше единицы, и рассеяние электронов существенно изменяет амплитуду и форму осцилляций. Для анализа поведения $Q(H)$ при малых K и при $K \sim 1$ перейдем в (23) к новой переменной интегрирования $x = z^2 - z_n^2$ и запишем выражение для Q_n в виде

$$Q_n = \frac{\Theta}{2\pi}\left(\frac{n}{N}\right)^2 K \int_{-z_n^2}^{\infty} \frac{dx}{(x+z_n^2)^{1/2}\left[1+K^2(x+z_n^2)\right](\mathrm{ch}\, x)^2}. \tag{28}$$

Основной вклад в интеграл (28) вносят окрестность нижнего предела и окрестность максимума функции $(\mathrm{ch}\, x)^{-2}$. Для слагаемых с $n \le N-1$ вклад окрестности нижнего предела экспоненциально мал, а вклад области $x \sim 1$ равен

$$Q_n = \frac{1}{\pi}\left(\frac{n}{N}\right)^2 \frac{\Theta K}{z_n\left(1+K^2z_n^2\right)}. \tag{29}$$

Переходя от n к переменной $s = N - n$, сумму этих слагаемых представим в форме

$$Q^{(s)} = \frac{\Theta K}{\pi} \sum_{s=1}^{N} \left(1 - \frac{s}{N}\right)^2 \times \left[\Theta (s + \Delta)\right]^{-1/2} \left[1 + \Theta K^2 (s + \Delta)\right]^{-1}. \quad (30)$$

При $\Theta K^2 \gg 1$ основной вклад в сумму вносят малые s, и

$$Q^{(s)} \simeq \frac{1}{\pi K \sqrt{\Theta}} \sum_{s=0}^{\infty} \left(s + 1 + \Delta\right)^{-3/2} \equiv \frac{1}{\pi K \sqrt{\Theta}} \xi \left(\frac{3}{2}, 1 + \Delta\right) \quad (31)$$

представляет собой монотонную слабо меняющуюся функцию (ξ — дзета-функция Римана). При $\Theta K^2 \ll 1$ основной вклад в $Q^{(s)}$ дает большое число слагаемых с $s \sim 1/\Theta K^2$ $(1 \ll s \ll N)$. Заменяя сумму интегралом, получаем

$$Q^{(s)} = \frac{2}{\pi} \int\limits_{K\sqrt{\Theta(1+\Delta)}}^{K\sqrt{\Theta(N+\Delta)}} \frac{dy}{1 + y^2} \simeq \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{dy}{1 + y^2} = 1. \quad (32)$$

Слагаемые Q_n с $n \geq N + 2$ экспоненциально малы. Поскольку $N \gg 1$, слагаемое Q_{N+1} получается из Q_N трансляцией на один период, т. е. $Q_{N+1}(\Delta) \simeq Q_N(\Delta - 1)$. Поэтому нужно вычислить Q_N при $-1 < \Delta < 1$. Для этого в (28) удобно перейти к переменной $t = x + \Theta\Delta$, что дает

$$Q_N = \frac{\Theta K}{2\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t}\,(1 + K^2 t)} \left[\mathrm{ch}\,(t - \Theta\Delta)\right]^{-2}. \quad (33)$$

Максимум множителя, содержащего гиперболический косинус, попадает в область интегрирования только при $\Delta > 0$. В случае $\Theta\Delta \gg 1$ вклад окрестности этого максимума равен

$$Q^{(a)} = \frac{\sqrt{\Theta} K}{\pi \sqrt{\Delta}\,(1 + K^2 \Theta \Delta)}. \quad (34)$$

В интервале $1/\Theta < \Delta < 1/K^2\Theta$ функция $Q^{(a)}$ убывает с ростом Δ как $\Delta^{-1/2}$, а затем в интервале $1/K^2\Theta < \Delta < 1$ — как $\Delta^{-3/2}$. При $\Delta = 1/\Theta$ и $\Delta = 1$ она имеет значения

$$Q^{(a)}\left(\frac{1}{\Theta}\right) = \frac{\Theta K}{\pi\,(1 + K^2)}, \quad Q^{(a)}(1) = \frac{\sqrt{\Theta} K}{\pi\,(1 + K^2 \Theta)}. \quad (35)$$

Сумма $Q^{(s)}(1) + Q^{(a)}(1)$ равна $\xi\left(\frac{3}{2}, 1\right)/\pi K \sqrt{\Theta}$ при $\Theta K^2 \gg 1$ и единице при $\Theta K^2 \ll 1$.

Вклад окрестности нижнего предела при $K \gg 1$ равен

$$Q^{(r)}(\Delta) = \frac{\Theta}{2} \left[\mathrm{ch}\,(\Theta\Delta)\right]^{-2}, \quad (36)$$

т. е. представляет собой слагаемое с $n = N$ из суммы (27).

При $K \ll 1$ и $\Theta\Delta \ll 1$ слагаемым $(-\Theta\Delta)$ в аргументе гиперболического косинуса в (33) можно пренебречь, и интеграл оказывается не зависящим от Δ:

$$Q_N = \frac{\Theta K}{2\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{dz}{z\,(\mathrm{ch}\,z)^2} = \frac{2^{3/2} - 1}{(2\pi)^{3/2}} \Theta K \xi \left(\frac{3}{2}\right). \quad (37)$$

При $K \ll 1$ и $\Theta\,|\Delta| \gg 1$ левое крыло функции (36) умножается на малую величину $K/\sqrt{2\pi}$, а правое вообще исчезает.

Проанализировав поведение Q при различных значениях K, можем описать эволюцию этой функции при изменении K. При $K \gg \Theta$ функция Q дается формулой (27). При уменьшении K пики сначала остаются неизменными, а между ними возникает асимметричная функция $Q^{(a)}$, левый край которой увеличивается значительно сильнее правого. Значение Q в минимуме, расположенном немного левее точки $\Delta = 1$, равное $\xi\,(3/2)\,/\pi\sqrt{\Theta}K \ll 1$, растет с уменьшением K. При $K \sim 1$ левый край функции $Q^{(a)}$ становится сравнимым с исходным пиком. При дальнейшем уменьшении K левая сторона $Q^{(a)}$ вместе с пиком начинает уменьшаться. При K порядка или меньше $1/\sqrt{\Theta}$ величина Q в минимуме становится равной единице и далее не меняется. При K порядка или меньше $1/\Theta$ асимметричная функция вместе с пиком исчезает. Остается лишь $Q^{(s)}$, которая при K порядка или меньше $1/\sqrt{\Theta}$, всюду равна единице.

Отметим два обстоятельства.

1. На каждом периоде от $N - 1/\Theta$ до $N + 1 - 1/\Theta$ пик и асимметричная функция $Q^{(a)}$ определяются слагаемым с $n = N$ суммы (22), и только плавная часть $Q^{(s)}$ представляет вклад всех остальных членов суммы.

2. Провалы в поглощении исчезают, т. е. значение в минимумах становится близким к единице, при $K^2\Theta \sim 1$, а относительная высота пиков оказывается меньше единицы только при $K^2\Theta^2 \sim 1$. Другими словами, квантовые пики являются большими при условии

$$K^2\Theta^2 = k^2 l^2 \frac{(\hbar\omega_c)^2}{2k_0 T \varepsilon_{\mathrm{F}}} \gg 1, \quad (38)$$

а провалы в поглощении становятся глубокими при условии

$$K^2\Theta = k^2 l^2 \frac{\hbar\omega_c}{\varepsilon_{\mathrm{F}}} \gg 1. \quad (39)$$

Неравенство (39) является более жестким, чем (38).

3. Квантовые осцилляции затухания геликона и доплерона

Для описания влияния квантования на свойства РЧ-мод в алюминии используем модель, в которой поверхность Ферми дырок представляет параболическую линзу [8]. В этой модели смещения всех дырок за циклотронный период одинаковы, вследствие чего особенность нелокальной проводимости, соответствующая доплер-сдвинутому циклотронному резонансу (ДСЦР) дырок, является полюсной. Эта исключительно простая модель позволяет описать основные свойства геликона и дырочного доплерона, поле которого вращается в сторону, противоположную направлению вращения дырок. Вывод дисперсионного уравнения для волновых мод в квантовом режиме полностью аналогичен, проведенному в [2]. Для мод, поле которых вращается по кругу ($E_\pm = E_x \pm iE_y$), дисперсионное уравнение имеет вид

$$q^2 = \xi\left[\pm\frac{I_\pm}{I_\pm^2 - q^2} + i\Gamma(q)\right], \tag{40}$$

где

$$q = \frac{kcp_0}{eH}, \quad \xi = \frac{4\pi\omega n_0 p_0^2 c}{eH^3}, \tag{41}$$

$$I_\pm = 1 \mp i\gamma, \quad \gamma = \frac{\nu_h}{\omega_{ch}}, \tag{42}$$

$$\Gamma(q) = \frac{3\pi}{2}\alpha^2\frac{n_1 p_{\mathrm F}}{n_0 p_0}|q|\,Q(H), \tag{43}$$

n_0 — концентрация резонансных дырок, ω_{ch} — их циклотронная частота, ν_h — частота столкновений с рассеивателями, p_0 — константа размерности импульса, определяющая их смещение за циклотронный период.

3.1. Геликон. Приближенное решение (40), определяющее спектр и затухание геликона (мода с круговой поляризацией „плюс“), может быть записано в форме

$$q_H = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(I_+^2 + i\xi\Gamma_H\right) - \sqrt{\left(I_+^2 - i\xi\Gamma_H\right)^2 - 4\xi I_+}\right]^{1/2}, \tag{44}$$

где

$$\Gamma_H = \Gamma(q_{H_0}), \quad q_{H_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[I_+ - \left(I_+^2 - 4\xi I_+\right)^{1/2}\right]^{1/2}. \tag{45}$$

В области сильных полей, $\xi \ll 1$, выражение для q_H упрощается

$$q_H = \xi^{1/2}\left[1 + \frac{i}{2}\left(\gamma + \Gamma\left(\xi^{1/2}\right)\right)\right]. \tag{46}$$

Мнимая часть q_H, определяющая затухание геликона, содержит слагаемое, пропорциональное частоте столкновений дырок (γ), и слагаемое, пропорциональное магнитному затуханию Ландау Г. Согласно (43), последняя величина содержит $Q(H)$ в качестве множителя. Поэтому при изменении H затухание геликона испытывает гигантские квантовые осцилляции.

В области $\xi \ll 1$ волновой вектор геликона

$$k_H = \frac{eH}{cp_0}\,\mathrm{Re}\,q_H = \left[\frac{4\pi\omega n_0 e}{cH}\right]^{1/2}. \tag{47}$$

Подставляя (47) в неравенство (39), представляющее условие того, что квантовые пики поглощения разделены глубокими провалами, запишем его в форме

$$\eta \equiv \Theta K^2 = \frac{8\pi\hbar\omega}{m_c c^2}\,\frac{n_0 e^2}{m\nu_e^2} \gg 1. \tag{48}$$

Величина η пропорциональна частоте волны и обратно пропорциональна квадрату частоты столкновений электронов. Она содержит квантовую постоянную $\hbar$, но не зависит от H. Последнее обстоятельство случайно: оно является следствием того, что волновой вектор геликона k_H обратно пропорционален $H^{1/2}$.

В алюминии концентрация дырок $n_h \approx 6\cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Примем, что доля резонансных дырок составляет одну треть, $n_0 = 2\cdot 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$, характеризующий смещение этих дырок параметр $p_0 = 1\,\hbar\cdot\mathrm{\AA}^{-1}$, концентрация электронов одного эллипсоида $n_1 = 1.3\cdot 10^{20}\,\mathrm{cm}^{-3}$, поперечная масса электрона $m_1 = 0.1\,\mathrm{m}_0$, а продольная масса $m_2 = 1.6\,m_0$ (m_0 — масса свободного электрона). При таких значениях параметров циклотронная масса электронов и период осцилляций де Гааза–ван Альфена в нашей модели совпадают с экспериментально наблюдаемыми [9,10]. В этом случае $\eta \sim 1.4\cdot 10^{12}\,\omega/\nu_e^2$. При частоте $\omega/2\pi = 1\,\mathrm{MHz}$ и $\nu_e = 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ величина $\eta \sim 10$, т. е. квантовые осцилляции оказываются гигантскими. При том же значении ω и $\nu_e = 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1}$ величина $\eta \sim 0.1$, неравенство (48) заменяется на обратное, и глубокие провалы в поглощении исчезают. В то же время параметр Θ^2K^2 (см. (38)) может быть больше или порядка единицы и соответственно высота пиков может оставаться большой. Например, при $T = 1\,\mathrm K$ и $H = 15\,\mathrm{kOe}$ величина $\Theta \sim 6$, параметр $\Theta^2K^2 \sim 1$, и высота пиков порядка единицы. Лишь при дальнейшем увеличении ν_e параметр Θ^2K^2 и высота пиков становятся малыми.

С ростом H величина МЗЛ, а вместе с ней и амплитуда квантовых осцилляций уменьшаются. Поэтому осцилляции лучше наблюдать в не слишком сильных полях. При уменьшении H вещественная часть подкоренного выражения в (44) уменьшается и при $\xi = 1/4$ обращается в нуль. Соответствующее значение магнитного поля

$$H_L = \left(\frac{16\pi\omega n p_0^2 c}{e}\right)^{1/3} \tag{49}$$

представляет собой пороговое поле геликона: при меньших значениях H геликон не может распространяться. В окрестности порога, где $H - H_L \ll H_L$, спектр и затухание геликона даются формулой

$$q_H \approx \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4}\left[6\,\frac{H - H_L}{H_L} - i\left(6\gamma_L + \Gamma\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)\right]^{1/2}, \tag{50}$$

где γ_L — значение γ при $H = H_L$. Отметим, что в области, где относительное расстояние от порога $(H - H_L)/H_L$ становится соизмеримым с Г, квантовые осцилляции испытывает не только затухание геликона, но и его фазовая скорость. В этой области квантовые осцилляции МЗЛ будут большими, если в ней выполняется основное условие квантового режима: $\hbar\omega_c \gg k_0T$. Если же в окрестности порога $\hbar\omega_c < k_0T$, то осцилляций здесь вообще не будет. Появятся они только в более сильных полях, где реализуется квантовый режим.

3.2. Д о п л е р о н с п о л я р и з а ц и е й „м и н у с“. Помимо геликона, в рассматриваемой геометрии в алюминии может распространяться доплерон — мода, обусловленная ДСЦР дырок [11]. Поле этого доплерона вращается в сторону, противоположную направлению вращения дырок в магнитном поле (поляризация „минус“). В модели, в которой поверхность Ферми дырок имеет форму параболической линзы, спектр и затухание доплерона определяются соотношениями [2]

$$q_D = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(I_-^2 + i\xi\Gamma_D\right) + \sqrt{\left(I_-^2 - i\xi\Gamma_D\right)^2 + 4\xi I_-}\right]^{1/2}, \tag{51}$$

$$\Gamma_D = \Gamma\left(q_{D_0}\right), \quad q_{D_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[I_-^2 + \left(I_-^4 + 4\xi I_-\right)^{1/2}\right]^{1/2}. \tag{52}$$

Доплерон существует как в области сильных полей, так и в области слабых полей. В области ниже порога геликона, где $\xi \gg 1$,

$$q_D \approx \xi^{1/4}\left[1 + \frac{i}{4}\left(\gamma + \xi^{1/2}\Gamma\left(\xi^{1/4}\right)\right)\right]. \tag{53}$$

В отличие от геликона, являющегося длинноволновой модой ($q_H < 1/2$), доплерон с поляризацией „минус“ имеет существенно меньшую длину волны ($q_D > 1$). При $\xi \gg 1$ величина $q_D \sim \xi^{1/4}$, и в затухание доплерона МЗЛ вносит больший вклад, чем в затухание геликона. По этой же причине амплитуда квантовых осцилляций здесь должна быть максимальной (разумеется, если выполняется условие $\hbar\omega_c \gg k_0T$). Отсюда следует, что гигантские осцилляции лучше всего проявляются в затухании доплерона при реализации квантового режима в полях ниже порога геликона. Это можно осуществить, если частота возбуждающего РЧ-поля настолько высока, что порог геликона H_L лежит в квантовой области. Так, при частоте 8 MHz величина $H_L \sim 30$ kOe. При $T = 1$ K, $H = 15$ kOe и $\nu_e = 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ осцилляции являются гигантскими. Поэтому квантовые осцилляции затухания доплерона должны хорошо наблюдаться в интервале полей от $H = 15$ до 30 kOe.

3.3. О з а т у х а ю щ и х м о д а х. Выше было рассмотрено влияние квантования электронных состояний в алюминии на затухание распространяющихся мод: геликона и доплерона. Помимо решений, описывающих эти моды, существуют решения дисперсионного уравнения (40), относящиеся к затухающим модам (две моды с поляризацией „плюс“ ниже порога геликона H_L и одна мода с поляризацией „минус“). Эти решения также зависят от МЗЛ и глубина проникновения затухающих мод должна испытывать квантовые осцилляции. Мы не стали приводить соответствующие решения дисперсионного уравнения и обсуждать свойства мод, поскольку зависимости, получаемые в модели параболической линзы для этих мод менее достоверны, чем для геликона и доплерона. Причина состоит в том, что в модели отсутствует циклотронное поглощение (именно это делает модель исключительно простой). На свойства распространяющихся мод это практически не влияет, поскольку они существуют в области полей и длин волн, где циклотронное поглощение отсутствует или является незначительным. В формировании же затухающих мод циклотронное поглощение играет весьма существенную роль. Поэтому для описания этих мод необходимо использовать более реалистическую модель поверхности Ферми, в которой резонансная особенность нелокальной проводимости, соответствующая ДСЦР дырок, является не полюсной, а корневой. В такой модели существует сильное циклотронное поглощение. При этом задача становится значительно сложнее, и ее решение должно быть предметом специального исследования.

4. Заключение

Мы изучили гигантские квантовые осцилляции магнитного затухания Ландау в алюминии. Ферми-поверхности электронов и дырок в индии похожи на соответствующие поверхности Ферми алюминия. Поэтому полученные выше результаты должны быть качественно справедливы и для индия.

Список литературы

[1] О.В. Константинов, В.И. Перель. ЖЭТФ **38**, 161 (1960).
[2] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФТТ **57**, 258 (2015).
[3] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **45**, 610 (1963).
[4] Э.А. Канер, В.Г. Скобов. ЖЭТФ **46**, 1106 (1964).
[5] В.Л. Гуревич, В.Г. Скобов, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ **40**, 786 (1961).
[6] В.Г. Скобов, Э.А. Канер. ЖЭТФ **46**, 1809 (1964).
[7] A. Libchaber, C.C. Grimes. Phys. Rev. **178**, 1145 (1969).
[8] R.G. Chambers, V.G. Skobov. J. Phys. **F 1**, 202 (1971).
[9] Р.Т. Мина, М.С. Хайкин. ЖЭТФ **48**, 111 (1965).
[10] S.W. Hui, J.A. Rayne. J. Low Temp. Phys. **10**, 635 (1973).
[11] В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин. ЖЭТФ **67**, 1218 (1974).