# 05,12

# О моделировании броуновского движения доменной стенки в нанопроволоках

© А.А. Иванов<sup>1</sup>, В.А. Орлов<sup>2</sup>

 <sup>1</sup> Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия
 <sup>2</sup> Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, Красноярск, Россия
 E-mail: orlhome@rambler.ru
 (Поступила в Редакцию 16 июня 2014 г.)

Предложен метод компьютерного моделирования термофлуктуационного движения доменных стенок в ферромагнитных поликристаллических нанопроволоках с учетом их взаимодействия с полем магнитных неоднородностей. В алгоритме используется стохастическая функция Ланжевена и учтено слагаемое, описывающее случайный силовой рельеф закрепления доменной стенки на магнитных неоднородностях. На основе предложенного алгоритма получены различные статистические характеристики процесса смещения стенок: распределения скачков намагниченности, энергии активации, времен ожидания срывов и времен скачков. Показано, что уравнение Эйнштейна-Смолуховского неприменимо для описания термофлуктуационного движения частицы в случайном силовом рельефе.

#### 1. Введение

Как правило, движение доменной стенки (ДС) в ферромагнетике является основным механизмом намагничивания [1]. Характер этого движения определяется особенностями магнитной структуры, которая в свою очередь зависит от разного рода магнитных неоднородностей, формы образца, механических напряжений, рельефа поверхности и т.п. Эти факторы затрудняют описание поведения доменной стенки в микро- и наноразмерных материалах. По-прежнему актуальной и одной из наиболее сложных является задача учета влияния на процесс смещения и закрепления ДС магнитных неоднородностей, которые в большинстве случаев носят случайный характер. Взаимодействие магнитной подсистемы с термостатом усложняет задачу теоретического описания процесса намагничивания ферромагнетика.

При изучении флуктуационного поведения традиционно рассматривают термоактивированное и туннельное перемагничивание [2,3]. Движение ДС, стимулированное тепловыми флуктуациями, осуществляется в широком диапазоне температур [4], а эффект квантового туннелирования через энергетический барьер становится существенным только при низких температурах [5,6] и очень тонких проволоках. В отсутствие флуктуаций происходит безактивационное смещение ДС под действием увеличивающегося внешнего магнитного поля [7].

Ранее в работах [8–12] мы провели довольно подробное исследование процесса закрепления ДС в структурно-неоднородных нанопроволоках и влияния этого процесса на безактивационное смещение ДС. В настоящей работе мы продолжаем описание поведения доменной стенки в магнитонеоднородных нанопроволоках с учетом взаимодействия магнитной подсистемы и термостата и предлагаем метод численного моделирования скольжения ДС в поле дефектов, вынуждаемого тепловыми толчками.

Доменная стенка в нанопроволоках представляет собой область плавного разворота намагниченности от направления в одном домене к направлению в другом. При наличии магнитных неоднородностей (локальные флуктуации магнитной анизотропии, локальные напряжения, неоднородные магнитные поля рассеяния и т.п.) энергия ДС зависит от ее положения, поэтому возникает силовой профиль, закрепляющий ДС в механически устойчивых положениях.

Рассмотрим нанопроволоку, состоящую из кристаллитов, размеры которых много меньше толщины ДС. В этом случае доменная стенка охватывает большое число кристаллитов. Следовательно, влияние отдельного кристаллита незначительно. Это позволяет предположить, что по мере смещения ДС ее профиль практически не меняется. Поэтому далее рассматривается случай жесткой стенки. В качестве частного случая положим, что магнитными неоднородностями являются флуктуации направлений легких осей кристаллитов. Пусть **m** — единичный вектор намагниченности, **l** — единичный вектор локальной оси легкого намагничивания кристаллита, тогда энергию анизотропии стенки можно приближенно представить в виде

$$W_a = -aSK \sum_n \left(\mathbf{m}_n(z)\mathbf{l}_n\right)^2. \tag{1}$$

Здесь K — константа кристаллографической анизотропии, S — площадь сечения проволоки, a — характерная длина неоднородности анизотропии вдоль длинной оси проволоки z. Суммирование в (1) производится по объему, охваченному доменной стенкой. Очевидно, что направление намагниченности в кристаллитах, а следовательно, и энергия (1) зависят от координаты стенки *z*.

С учетом (1) можно записать выражение для силы взаимодействия ДС с неоднородностями анизотропии

$$F(z) = -\frac{\partial W_a}{\partial z} = 2aSK \sum_n \left( \mathbf{l}_n \frac{\partial \mathbf{m}_n(z)}{\partial z} \right).$$
(2)

Поскольку ДС охватывает большое число кристаллитов, силовой профиль F(z) оказывается статистически универсальным: в соответствии с центральной предельной теоремой [13] он описывается гауссовской случайной функцией [12]. Заметим, что магнитные неоднородности могут быть любого вида (необязательно флуктуирующие направления локальных осей анизотропии). Функция F(z) будет гауссовой, если стенка охватывает большое число дефектов.

Сила F(z) представляет собой случайную функцию, выбросы которой являются центрами закрепления. При увеличении внешнего магнитного поля H стенки отрываются от точек закреплений, в результате происходят скачки Баркгаузена. Этот процесс необратим, т.е. при выключении поля ДС не возвращается в исходную координату.

Безактивационное смещение ДС в силовом поле F(z)удовлетворительно описывается с помощью теории выбросов случайных процессов [14]. В работе [12] на основе теории выбросов получены усредненные уравнения кривой намагничивания и петли гистерезиса. При нулевом внешнем магнитном поле в зависимости от предыстории ДС занимает одно из многих возможных положений, соответствующих механическому равновесию. Включение внешнего поля Н вдоль оси z не уничтожает положений равновесия. По-прежнему имеет место их чередование. Внешнее поле создает внешнюю силу, которая смещает положения равновесия. Это есть безактивационное движение ДС. При заданном внешнем поле возможные равновесные положения образуют поток выходов случайной функции F(z) на уровень  $h = 2HM_SS$ , где  $M_S$  — намагниченность насыщения. Величина безактивационного скачка ДС  $\Delta z$  близка к среднему расстоянию между выходами гауссовской случайной функции. Можно рассчитать среднее значение перемещения  $\langle \Delta z \rangle$  при данном h или зависимость среднего значения намагниченности от внешнего поля.

Ранее в работах [8–12] не учитывалось взаимодействие намагниченности с термостатом. Но описание теплового движения ДС в ферромагнитных нанопроволоках является актуальной задачей, поскольку тепловая устойчивость записанной информации является важнейшим критерием пригодности материала для использования в устройствах магнитной памяти.

#### 2. Модель

Рассмотрим модель нанопроволоки столь малого диаметра, что изменением намагниченности вдоль ее диаметра можно пренебречь. Механизм теплового движения ДС может быть следующим. В состоянии теплового равновесия в магнетике возбуждаются фононы, магноны и тепловые колебания электронов проводимости. Бегущие магноны и фононы рассеиваются на ДС. Аналогичное действие создают носители теплового тока. При рассеивании передается импульс. ДС испытывает тепловые толчки. В результате ДС совершает движение, аналогичное броуновскому одномерному движению частицы.

Как известно, ДС подобна частице с некоторой эффективной массой  $\mu$  [15]. При этом тепловые колебания ДС можно рассматривать как броуновское движение квазичастицы. Существует известное решение задачи стохастического описания преодоления частицей энергетического барьера, предложенное Чандрасекаром [16]. Но возможен другой подход, в котором описание можно провести, используя элементы теории абсолютных скоростей химических реакций [17]. В обоих подходах существует одна и та же проблема, заключающаяся в том, что приходится задавать силовой профиль F(z)подходящей модельной функцией.

Другой путь состоит в проведении компьютерного моделирования теплового движения. Он дает наглядную картину эволюции намагниченности из первых принципов. В моделировании физически оправдано использование уравнения Ланжевена, в котором взаимодействие с термостатом аппроксимируется стохастической силовой функцией, зависящей от времени [15,18–20].

Уравнение Ланжевена для ДС как частицы имеет вид

$$\mu \frac{dv}{dt} + \beta v - (F(z) - h) = L(t).$$
(3)

Здесь  $\beta$  — коэффициент вязкого трения, v — скорость ДС, L(t) — сила Ланжевена (случайная функция, зависящая от времени t, которая моделирует взаимодействие магнитной системы с термостатом).

Описание случайной функции L(t) является отдельной самостоятельной задачей. В настоящее время детально исследованы уравнения, подобные (3), для свободной частицы или для линейной функции F(z) (см., например, [21]). Важный результат этих исследований состоит в установлении связи между коэффициентом вязкости среды  $\beta$ , абсолютной температурой и величиной силы Ланжевена.

Задача настоящей работы состоит в моделировании броуновского движения ДС в нелинейном силовом поле F(z) по специальному алгоритму и выявлении особенностей термоактивированного движения ДС в случайном поле дефектов.

# 3. Сила Ланжевена

Обычно при использовании уравнения Ланжевена полагают, что L(t) представляет собой белый шум.

Это означает, что  $\langle L(t_1)L(t_2)\rangle = L_0^2\delta(t_1-t_2).$  Кроме того,  $\langle L(t)\rangle = 0.$ 

В качестве упрощенной модели силы Ланжевена можно взять последовательность прямоугольных импульсов ничтожно малой длительности  $\varepsilon$  и случайной высоты  $L_{0k}$ . Пусть  $v_L$  – средняя частота следования импульсов. Значения  $v_L$  могут лежать в пределах  $10^8 - 10^{13} \text{ s}^{-1}$ . На промежутке времени  $\Delta t$  будет содержаться  $\eta = v_L \Delta t$  импульсов. Тогда можно записать

$$\int_{t}^{t+\Delta t} L(t)dt = \varepsilon \sum_{k=1}^{\eta} L_{0k}.$$
(4)

Сумма в правой части (4) имеет нормальное распределение практически при любом распределении амплитуд выбросов  $L_{0k}$ .

Разумно предположить, что  $1/v_L$  много меньше любого характерного времени задачи. При этом можно считать, что модель прямоугольных выбросов приближенно дает требуемую корреляционную функцию. Отметим полезное обстоятельство: можно положить, что  $L_{0k}$  — равномерно распределенные случайные величины. Тогда в компьютерной программе легко генерируется фигурирующий в моделировании импульс силы Ланжевена

$$p(t,\Delta t) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\eta} L_{0k}.$$
 (5)

Интеграл  $p(t, \Delta t)$  является реализацией случайной функции. Выражение (5) лежит в основе алгоритма получения реализаций нормально распределенных случайных величин.

#### 4. Закрепляющий силовой профиль

Первым шагом моделирования является генерирование силовой функции F(z), описывающей закрепление ДС. Для решаемой в настоящей работе задачи конкретный механизм закрепления несуществен. Для примера мы выбрали один из очевидных механизмов, обусловленный флуктуациями направлений осей легкого намагничивания при переходе от кристаллита к кристаллиту. Поскольку размер кристаллита много меньше толщины ДС, закон изменения углов намагниченности в отдельном кристаллите можно аппроксимировать квадратичной функцией [22]. В этом приближении энергия анизотропии в отдельном кристаллите выражается через положение намагниченности на его краях. Например, энергии *n*-го и (*n*+1)-го кристаллитов зависят от направления намагниченности на границах этих кристаллитов. Поэтому величину силы можно вычислить приближенно

$$F(z) = \frac{KSa}{a} \sum_{n} \left[ \left( \mathbf{m}_{n+1} \mathbf{l}_{n+1} \right)^2 - \left( \mathbf{m}_n \mathbf{l}_n \right)^2 \right]$$
$$= KS \sum_{n} \left[ \left( \mathbf{m}_{n+1} \mathbf{l}_{n+1} \right)^2 - \left( \mathbf{m}_n \mathbf{l}_n \right)^2 \right].$$
(6)

Проведем численную оценку F(z). Пусть значение коэрцитивной силы нанопроволоки равно 100 Ое. При намагниченности насыщения, равной 1000 G, сила давления, преодолевающая максимальный выброс F(z), при сечении проволоки  $3.15 \cdot 10^{-11}$  cm<sup>2</sup> равна  $h_C = 2H_C M_S S \approx 7 \cdot 10^{-6}$  din. Это характерное максимальное значение F(z) для рассматриваемой нанопроволоки. При перемещении ДС на расстояние, равное размеру кристаллита a (~ 10 nm), изменение энергии равно ~ 4 eV, т. е. при коэрцитивной силе 100 Ое, характерные значения энергии, связанной с закрепляющим рельефом, имеют порядок 1 eV.

Прямые измерения эффективной массы и коэффициента вязкого трения уединенной ДС в нанопроволоке сечением 3150 nm<sup>2</sup> проведены в работе [23]. Доменная стенка в нанопроволоке со слабым закрепляющим силовым профилем, согнутой в форме полуокружности, раскачивалась переменным током. Регистрировалось сопротивление проволоки в разных положениях ДС. Зависимость сопротивления участка проволоки с ДС от частоты имела резонансный вид. Измерения в [23] дали оценку  $\mu = 6.6 \cdot 10^{-23}$  kg и  $\beta = 1.65 \cdot 10^{-15}$  kg/s, т.е. примерное значение параметра затухания равно  $\lambda = 1.25 \cdot 10^7 \, \mathrm{s}^{-1}$ , соответственно время релаксации  $\tau \approx 8 \cdot 10^{-8}$  s. В состоянии теплового равновесия средняя кинетическая энергия ДС при комнатной температуре имеет порядок  $k_{\rm B}T/2 \approx 0.025\,{\rm eV}$ . Движущаяся ДС с тепловой скоростью  $\sqrt{\langle v^2 
angle} = \sqrt{k_{\rm B}T/\mu} pprox 8$  m/s при перемещении на характерное расстояние, равное размеру кристаллита *a* = 10 nm, теряет энергию порядка  $\beta a \sqrt{\langle v^2 \rangle} \approx 0.001 \, \text{eV}.$ 

### 5. Алгоритм моделирования

В основе моделирования лежит уравнение Ланжевена. После домножения уравнения (3) на *dt* получаем

$$udv + \beta dz - (F(z) - h)dt = L(t)dt.$$
(7)

Величины z, v, F(z) изменяются со временем много медленнее, чем L(t). Проинтегрируем обе части уравнения по такому маленькому промежутку времени  $\Delta t$ , что z, v, F(z) на этом промежутке останутся практически неизменными, но L(t) совершит большое число колебаний, тогда

$$\mu\Delta v + \beta\Delta z = \left(F(z) - h\right)\Delta t + \int_{t}^{t+\Delta t} L(t)dt.$$
 (8)

На интервале времени  $\Delta t$  функция L(t) успеет изменить знак большое число раз, поэтому в соответствии с центральной предельной теоремой суммирование L(t) дает нормально распределенную случайную функцию  $p(t, \Delta t)$  (импульс силы Ланжевена (4), (5)).

Таким образом, после интегрирования по промежутку времени, при котором ничто, кроме силы Ланжевена, не

2349

успевает существенно измениться, получаем

$$\Delta z = \frac{1}{\beta} \left[ p(t, \Delta t) + \left( F(z) - h \right) \Delta t \right] - \tau \Delta v.$$
 (9)

Так как  $\Delta z = v \Delta t$ , решением уравнения (9) относительно v будет

$$v = \frac{1}{\beta(\tau + \Delta t)} \left[ p(t, \Delta t) + \left( F(z) - h \right) \Delta t \right] + \frac{\tau v_0}{\tau + \Delta t}.$$
 (10)

Здесь  $v_0$  — значение скорости ДС на предыдущем итерационном шаге. Тогда для величины смещения ДС можно записать

$$\Delta z = \frac{\Delta t}{\beta(\tau + \Delta t)} p(t, \Delta t) - \frac{F(z) - h}{\tau + \Delta t} + \frac{\tau \Delta t v_0}{\tau + \Delta t}$$

Предел  $\tau \to 0$  соответствует пренебрежению инерционным членом в уравнении движения по сравнению с членом вязкого трения. Учет инерционного члена ( au 
eq 0) должен проводиться при малой вязкости. Исследуем чувствительность алгоритма к значениям времени релаксации. Эта процедура важна потому, что в настоящее время существует огромное количество материалов с различными свойствами и их параметрами, в то время как измерения массы ДС и коэффициента вязкости в нанопроволоках [23] проведены только на одном материале. Интерес представляет сравнение параметров теплового движения с учетом и без учета инерционного члена в уравнении движения ДС. Далее параллельно исследуются оба случая: а) пренебрежение инерцией ДС  $(\tau = 0)$ ; b) движение с учетом инерции, время релаксации равно 100 временным шагам.

#### 6. Распределение энергии активации

Несмотря на ограниченность области применимости исследований, проведенных в [8-12], полученные результаты и развитые в них методы имеют ценность. Во-первых, при временах изменения внешнего магнитного поля, много меньших характерных времен термофлуктуационных скачков ДС, модель безактивационного перемагничивания близка к природным процессам. Во-вторых, для описания броуновского движения ДС в реальных магнитонеоднородных материалах необходимо предварительное исследование силового профиля, закрепляющего ДС. Одной из важных задач в этом направлении является описание энергии активации ДС U при отрыве от барьеров.

При описании процесса безактивационного смещения основной характеристикой закрепляющего поля является сила взаимодействия ДС с магнитными неоднородностями. В исследовании флуктуационного смещения (и теплового, и квантового) важным объектом является энергия активации. Энергия активации в исследуемой одномерной модели равна площади фигуры, заключенной между графиком F(z) и уровнем силы давления внешнего поля на ДС.



**Рис. 1.** Отрезок характерного силового профиля, закрепляющего ДС. Положения устойчивого равновесия обозначены точками 1, 3, 5.

Примеры этих площадей показаны на рис. 1. Для скачка вперед (в направлении действия силы давления внешнего поля) это заштрихованные площади на уровнем h, для скачка назад — площади под уровнем h. На этом и следующих рисунках, а также далее в тексте используются безразмерные величины: параметры F и h измерены в величинах KS, координаты z — в величинах a, энергия активации U — в величинах KSa. Скачки ДС могут осуществляться так, что домен с направлением намагниченности, совпадающим с внешним полем, будет расти. Будем называть такие скачки "выгодными", скачки в обратном направлении — "невыгодными". В результате взаимодействия с термостатом даже при наличии внешнего поля возможны скачки обоих типов. Нетрудно догадаться, что при ненулевом значении давления внешнего поля невыгодные скачки должны иметь большую энергию активации, чем выгодные. Различие растет с увеличением силы давления внешнего магнитного поля.

Численный эксперимент дал распределение энергии активации силового профиля, созданного флуктуациями поля анизотропии. На рис. 2 изображены нормированные графики распределений. При нулевом уровне, как и следовало ожидать, распределения энергии активации в выгодном и невыгодном направлениях одинаковы. Распределение при выгодных скачках изображено сплошной линией, при невыгодных — пунктиром. При уровне, равном примерно 1/3 от среднеквадратичной силы, в распределении энергии активации ( $\sigma^2 = \langle F^2(z) \rangle$ ) невыгодных скачков намечается максимум и увеличивается доля больших значений энергии. При уровне, равном 2/3 среднеквадратичной силы, большие значения энергии активации имеют преимущественную долю. Когда уровень h равен среднеквадратичной закрепляющей силе, большие значения энергии активации скачков назад имеют подавляющую вероятность.

Отношение средних значений энергии активации для скачков вперед и назад при h = 0 равно единице, при  $h = \sigma/3$  — 2.36, при  $h = 2\sigma/3$  — 5.63, при  $h = \sigma$  — 12.12.



**Рис. 2.** Распределения энергий активации для термоактивируемых скачков вдоль выгодного (сплошная линия) и невыгодного (пунктир) направлений при разных силах давления внешнего магнитного поля *h*.

# 7. Термоблуждание ДС

При наличии силы давления h движение ДС представляет собой суперпозицию хаотических колебаний и дрейфа. При h = 0 ДС совершает тепловые колебания около начального положения. Такое движение представляет собой случайные одномерные блуждания по хаотично расположенным положениям устойчивого равновесия. Рассмотрим этот режим движения с учетом и без учета инерционного члена в уравнении движения.

Как известно, броуновское движение свободной частицы подчиняется закону Эйнштейна–Смолуховского:  $\langle z^2 \rangle \sim t$ . На малых расстояниях, гораздо меньших толщины ДС, с учетом инерционного члена, если время релаксации  $\tau$  составляет 100 элементарных времен, имеет место степенная зависимость квадрата смещения

от времени, подобная зависимости для гармонического осциллятора. Показатель степени начального участка от реализации к реализации колеблется в интервале (1.7–2.0) Если инерционный член не учитывать, то и на начальном участке зависимость изображается хаотической линией даже при усреднении по 10<sup>5</sup> реализаций. Характерная зависимость  $\langle z^2 \rangle$  от времени показана на рис. 3. В целом закон Эйнштейна–Смолуховского не выполняется.

Из-за наличия слагаемого F(z) уравнение движения ДС является нелинейным. Статистическое исследование тем не менее показало, что с высокой степенью точности, как и для свободной частицы, распределение длин элементарных смещений оказывается нормальным. Интересный результат состоит в том, что дисперсия элементарных смещений при учете инерции почти в 200 раз



**Рис. 3.** Зависимость квадрата перемещения ДС от времени при h = 0. Усреднение проведено по  $10^5$  реализаций траекторий.



**Рис. 4.** Распределение длин последовательностей одного знака. *1* — распределение, полученное при моделировании движения ДС без учета инерционного слагаемого, *2* — распределение длин последовательности при разыгрывании событий с двумя равновероятными исходами, *3* — распределение, полученное при моделировании движения ДС с учетом инерционного слагаемого.

меньше, чем без учета. Этого следовало ожидать, так как слагаемое, пропорциональное второй производной от смещения по времени, сглаживает зависимость z(t).

С точки зрения механики можно ожидать, что, несмотря на высокочастотную тряску, из-за инерции в момент времени  $t + \Delta t$  более вероятно, что скорость имеет тот же знак, что и в момент времени t. Для термоактивируемых смещений это эквивалентно ожиданию цепочек элементарных смещений одного знака. При попытке наблюдать этот эффект мы получили обескураживающий результат: средняя длина таких цепочек при моделировании вязкого движения без учета инерции больше, чем при моделировании с учетом инерции. Причина

состоит в том, что сами элементарные перемещения без инерции длиннее, чем при движении с инерцией. Проверка не тотального среднего, а только длинных цепочек скачков в моделировании показала, что вклад в среднее смещение ДС с учетом инерции более чем в 2 раза превышает вклад от таких же цепочек, но без инерции.

Эффект инерции наиболее полно проявляется, если регистрировать количество последовательностей из смещений одного знака. При движении ДС без учета инерции средняя длина такой последовательности *n* почти равна средней длине последовательности в опыте по разыгрыванию событий с двумя равновероятными исходами (средняя длина равна 2). Средняя длина последовательности скачков ДС с учетом инерции равна 14.8. Различие средних длин хорошо видно в статистическом распределении этих величин, показанных на рис. 4. Очевидно, что при описании движения ДС как броуновской частицы важен учет инерционного слагаемого.

# 8. Наблюдение дрейфа ДС

Включение внешнего магнитного поля изменяет картину броуновского движения ДС. Несмотря на то что плотности распределения элементарных перемещений во внешнем поле неотличимы от соответствующих распределений при выключенном поле, различие энергий активации для выгодных и невыгодных скачков из состояния механического равновесия в соответствии с выводами раздела 6 приводит к систематическому дрейфу. На рис. 5 изображен отрезок траектории ДС при силе давления внешнего поля, равной 0.25 . Соседние точки на рис. 5 отстоят по времени друг от друга на 20 элементарных времен  $\Delta t$ . В течение одного элементарного промежутка времени  $\Delta t$  доменная стенка испытывает 200 тепловых толчков. На рис. 5 сплошными горизонтальными линиями показаны механически устойчивые состояния ДС. Номера этих состояний соответствуют номерам устойчивых положений, показанных



**Рис. 5.** Зависимость координаты ДС от времени при  $h = 0.25\sigma$ . Светлыми кружками отмечены моменты смены положений равновесия.

на рис. 1. В окрестности устойчивых состояний ДС наблюдаются стохастические колебания вблизи положения механического равновесия. Время такого движения можно назвать временем жизни ДС в метастабильном состоянии. Длительность времени жизни определяется энергией активации силового барьера и температурой термостата.

Вернемся к рис. 1. Видно, что энергии активации скачков вперед на интервалах 1-2 и 3-4 меньше, чем на интервале 5-6. Это приводит к тому, что положение 5 оказывается более прочным, чем положения 1 и 3. Срывы из этих положений совершаются сравнительно легко. Поскольку энергия активации скачка назад из положения 3 также невелика, ДС "прыгает" между положениями 1 и 3, что мы и наблюдаем для зависимости координаты стенки от времени (рис. 5). В положении 5 происходит длительная остановка ДС. Даже небольшое повышение энергии активации значительно увеличивает время жизни.

Наблюдение теплового движения ДС с ростом силы давления внешнего поля показывает следующую картину. Во-первых, количество скачков уменьшается. Данное обстоятельство легко понять из анализа зависимости закрепляющей силы F(z). Количество выбросов силовой функции уменьшается с ростом высоты, поэтому расстояния между ними увеличиваются и на единицу длины нанопроволоки приходится меньшее число высоких выбросов. Длины скачков растут. Во-вторых, число скачков назад уменьшается из-за увеличения энергии активации скачка назад, как видно из рис. 2. Уменьшение числа скачков



Рис. 6. Зависимость числа скачков в единицу времени от силы давления внешнего поля в логарифмическом масштабе.



**Рис. 7.** Зависимость скорости дрейфа ДС от силы давления внешнего магнитного поля. Кривые 1 и 2 соответствуют соотношению температур  $T_2 = 2T_1$ . Скорость ДС измеряется в единицах  $a/\Delta t$ .

вперед. Наблюдения согласуются с выводами раздела 6. Так, при сравнительно высокой температуре  $U/k_{\rm B}T \approx 1$  отношение среднего числа скачков назад к среднему числу скачков вперед при  $h = 0.1\sigma$  равно 0.808, при  $h = 0.5\sigma$  — 0.332, при  $h = \sigma$  — 0.032. На рис. 6 в логарифмическом масштабе изображена зависимость числа скачков от h. Эта зависимость при  $h \rightarrow 0$  подчиняется критическому закону. С учетом инерционного члена критический показатель близок к -1.5. Число скачков аналогично среднему числу кластеров в задаче о протекании на квадратной решетке.

Внешнее магнитное поле обеспечивает регулярный дрейф ДС на фоне хаотических колебаний. Скорость дрейфа определяется как отношение длины пройденного участка проволоки к полному времени прохождения. Скорость сноса растет с ростом поля. Измерения показали, что при малых размерах участка  $\Delta L$ , на котором происходит измерение, случайные значения скорости испытывают гигантские флуктуации. Объяснить это можно следующим образом. На малом  $\Delta L$  помещается малое число барьеров. Происходит рост флуктуаций числа барьеров, подобный росту флуктуаций плотности газа при уменьшении концентрации молекул. А так как время жизни в механически устойчивом состоянии является быстрой функцией энергии активации, даже небольшим колебаниям энергии активации отвечают большие различия времен движения и соответственно скоростей сноса, что создает гигантские флуктуации. Флуктуации уменьшаются на участках такой длины, на которой умещается большое число барьеров.

На рис. 7 изображены зависимости скорости дрейфа от силы давления внешнего поля, измеренной на длине интервала порядка длины проволоки при абсолютных температурах, различающихся в 2 раза. Рисунок пока-



**Рис. 8.** Распределение времени ожидания скачка. Кривые *1* и 2 построены для температур, подчиняющихся соотношению  $T_2 = 2T_1$ .

зывает, что при силах давления, меньших  $\sigma$ , определяющим фактором для скорости дрейфа является абсолютная температура. При давлениях, бо́льших, чем  $\sigma$ , более существенным параметром оказывается сила давления внешнего поля.

На скорость дрейфа влияет соотношение количества выгодных и невыгодных скачков, причем при малой энергии активации доменная стенка может многократно совершать возвратные движения. После совершения невыгодного скачка повторяется процедура ожидания скачка выгодного. Невыгодные скачки увеличивают время движения, и соответственно уменьшают скорость дрейфа. При малых значениях силы давления внешнего поля невыгодные скачки не являются редкими событиями.

Скорость дрейфа как функция силы давления внешнего поля, как и число скачков, подчиняется критической зависимости, причем критический показатель примерно один и тот же при учете инерции и без учета и равен примерно 1.1, т.е. является универсальным.

В процессе моделирования было получено статистическое распределение времен ожидания скачка. Оно измерялось в единицах элементарного времени, которое в ходе эксперимента было фиксированным. Время ожидания равнялось числу элементарных времен, которое накапливалось до совершения скачка. На рис. 8 показаны два распределения времени ожидания при абсолютных температурах, различающихся в 2 раза. Сила давления внешнего магнитного поля составляет  $0.4\sigma$ . Отношение высокотемпературного среднего времени ожидания к низкотемпературному равно 0.113. Как и следовало ожидать, ширина распределения увеличивается с понижением температуры.

Важным этапом теплового движения является скачок Баркгаузена после преодоления силового барьера. Скачок осуществляет смену метастабильных состояний. Правее точки 1 (рис. 1) ДС испытывает действие силы закрепляющего рельефа, ориентированной в направлении силы давления внешнего поля. Перевалив через точку 1, ДС, казалось бы, должна начать катастрофическое движение к точке 2. Как показывает численный эксперимент, действие силы Ланжевена искажает предполагаемую картину. Во время скачка, как и при ожидании, происходят тепловые колебания. Наблюдаются короткие остановки на встречных слабых неудерживающих барьерах. Иногда скачок прекращается и происходит возвратное движение: ДС может возвратиться назад через только что преодоленный силовой барьер. После возврата все начинается сначала: продолжается ожидание скачка и последующее преодоление. Могут происходить многократные движения ДС через один и тот же барьер.

Наблюдения показывают, что скачки бывают полные и частичные. Полный скачок завершается в новом метастабильном состоянии. При неполном скачке ДС с половины пути возвращается в положение, из которого начался скачок. Мы исследовали статистическое распределение только полных скачков. Для получения распределения длительности скачка выполнялась следующая процедура. Создавался массив значений координат ДС от момента попадания в механически устойчивое состояние до входа в следующее соседнее устойчивое состояние. Расстояние между этими состояниями условно можно считать длиной скачка. Область значений координат для выгодных скачков сокращалась. Чтобы отсечь участок траектории, принадлежащий колебаниям около положений равновесия, вырезалась часть массива координат, меньших



**Рис. 9.** Распределение длительности скачка при  $h = 0.4\sigma$ . Кривые 1 и 2 построены для соотношения температур  $T_2 = 2T_1$ .

на 20% координаты конечного состояния (с которого начинался пересчет) и больших начального на 15%. Происходило исключение части времени ожидания скачка. На выделенном участке пересчитывалось число элементарных времен. Аналогичная процедура выполнялась для невыгодных скачков.

Распределения длительностей скачков t<sub>i</sub> менее чувствительны к изменению температуры, чем время ожидания. Но, как видно из рис. 9, с понижением температуры длительность скачка все же растет, а ширина распределения практически неизменна. Отношение средних длительностей скачка при заданном отношении температур немногим отличается от 1/2. На первый взгляд увеличение длительности скачка при понижении температуры не имеет физической причины. Но при внимательном рассмотрении зависимости координаты ДС от времени z(t) можно увидеть, что иногда во время полного скачка наблюдается частичное возвратное движение. Обратное движение может охватывать участок выброса силовой функции F(z). Частичные возвраты гораздо чаще происходят при низких температурах, что приводит к увеличению среднего времени скачка.

#### 9. Заключение

Предложен алгоритм моделирования броуновского движения доменной стенки в случайном силовом закрепляющем поле нанопроволоки. В компьютерном эксперименте показано, что в отличие от моделирования броуновского движения частиц взвеси в жидкости в уравнении движения ДС в закрепляющем поле важен учет инерционного члена.

Установлено, что при термоактивированном блуждании ДС в случайном силовом рельефе не выполняется закон Эйнштейна–Смолуховского.

Получены статистические распределения времени жизни ДС в метастабильном состоянии и времени активированного скачка Баркгаузена для отдельных значений силы давления внешнего поля, вычислены их средние значения. Показано, что во время скачка происходят частичные возвраты ДС более частые при низких температурах.

Проведены численные расчеты средней скорости термоактивируемого движения ДС, равной скорости дрейфа. При малых силах давления (меньших  $\sigma$ ) определяющим фактором для скорости дрейфа является абсолютная температура. При давлениях, бо́льших, чем  $\sigma$ , более существенным параметром для скорости дрейфа оказывается сила давления внешнего поля.

Показано, что в пренебрежении инерционным слагаемым в уравнении Ланжевена распределение последовательностей элементарных перемещений ДС в одном направлении совпадает с распределением размера кластера состояний системы с двумя состояниями со средним, равным 2. Учет инерции ДС значительно удлиняет кластер.

### Список литературы

- Y. Henry, A. Iovan, J.-M. George, L. Piraux. Phys. Rev. B 66, 184430 (2002).
- [2] А.Г. Исавнин. ФТТ 43, 1216 (2001).
- [3] А.Ф. Попков. ФТТ 44, 135 (2002).
- [4] B.B. Maxpo. ΦΤΤ 40, 1855 (1998).
- [5] В.В. Добровицкий, А.К. Звездин. ЖЭТФ 109, 1420 (1996).
- [6] Э.К. Садыков, А.Г. Исавнин, А.Г. Болденков. ФТТ **40**, 516 (1998).
- [7] M. Bahiana, F.S. Amaral, S. Allende, D. Altbir. Phys. Rev. B 74, 174412 (2006).
- [8] A.A. Ivanov, V.A. Orlov, N.N. Podolsky. Solid State Phenom. 168–169, 230 (2011).
- [9] A.A. Ivanov, V.A. Orlov, M.V. Erementchouk, N.N. Podolsky. Eur. Phys. J. B 83, 83 (2011).
- [10] А.А. Иванов, В.А. Орлов. ФММ 111, 580 (2011).
- [11] А.А. Иванов, В.А. Орлов. ФТТ 53, 1266 (2011).
- [12] А.А. Иванов, В.А. Орлов. ФТТ 53, 2318 (2011).
- [13] В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Мир, М. (1963). Т. 1. 512 с.
- [14] В.И. Тихонов. Выбросы случайных процессов. Наука, М. (1970). 392 с.
- [15] W. Doring. Z. Naturforschung **3a**, 373 (1948).
- [16] С. Чандрасекар. Стохастические проблемы в физике и астрономии. ИИЛ, М. (1947). 168 с.
- [17] S. Glasstone, K.J. Laider, H. Eiring. The theory of rate processes. McGraw-Hill, N Y (1941). 611 p.
- [18] А.А. Мигдал. УФН 149, 3 (1986).
- [19] W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov, J.T. Waldron. The Langevin equation, with applications to stochastic problems in physics, chemistry and electrical engineering. World Scientific Publ. Co, Ltd, Singapore (2004). 680 p.
- [20] F. Reif. Fundamentals of statistical and thermal physics. McGraw-Hill, NY (1965). 668 p.
- [21] O.B. Zaslavskii. Phys. Rev. B 42, 992 (1990).
- [22] А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев. ФММ 84, 47 (1997).
- [23] E. Saitoh, H. Miyajima, T. Yamaoka, G. Tatara. Nature 432, 203 (2004).