Физика твердого тела, 2013, том 55, вып. 3

14

Энергетика упругого нагружения ангармонического твердого тела

© А.И. Слуцкер [1], Ю.И. Поликарпов [2], Д.Д. Каров [2], И.В. Гофман [3]

[1] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
Санкт-Петербург, Россия
[3] Институт высокомолекулярных соединений РАН,
Санкт-Петербург, Россия
E-mail: Alexander.Slutsker@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 23 июля 2012 г.)

Измерены изменения температуры тела при адиабатическом упругом нагружении (термоупругий эффект), коэффициент термического расширения, модуль Юнга жесткоцепного застеклованного полимера — полиимида (ПМ). Установлены расхождения по знаку и по величине изменения энергии теплового происхождения в образцах и работы внешней силы. Построено объяснение энергетики термоупругого эффекта, основанное на влиянии ангармонического расширения тела, ведущего к выделению квазистатической потенциальной и динамической составляющих тепловой энергии тела. Нагружение внешней силой вызывает перераспределение составляющих тепловой энергии. Изменение температуры отвечает изменению динамической составляющей. Анализ энергетики адиабатически нагружаемого ангармонического осциллятора подтвердил заключение о механизме энергообмена, установив перераспределение при нагружении кинетической и потенциальной составляющих внутренней энергии осциллятора.

1. Введение

Упругое нагружение реальных тел вызывает не только обратимые изменения размеров и формы тела, но и изменение характеристик внутренней атомно-молекулярной динамики тел. Так, имеет место термоупругий эффект (эффект Джоуля) — изменение температуры адиабатически нагружаемых упругих тел [1].

Термодинамическая теория эффекта построена Кельвином [2]. Для случая одноосного нагружения изменение температуры ΔT нагружаемого при температуре T тела описывается формулой Кельвина

$$\Delta T = -\frac{\alpha T}{C}\sigma, \qquad (1)$$

где σ — одноосное напряжение, принимаемое положительным при растяжении и отрицательным при сжатии; α — коэффициент линейного термического расширения тела вдоль оси нагружения; C — теплоемкость единицы объема тела.

Выражение (1) дает возможность увидеть интересные особенности энергетического баланса термоупругости. При одноосном, упругом нагружении удельная (на единицу объема) работа, совершенная нагружающей силой, и тем самым — увеличение удельной внутренней энергии тела приближенно (без учета эффекта Пуассона) составит

$$\Delta W_{\text{int}}(\sigma) = \int_0^{\sigma} \sigma(\varepsilon)d\varepsilon, \qquad (2)$$

где ε — относительная упругая деформация тела.

Из выражения (1) следует представление об изменении величины удельной тепловой энергии нагружаемого тела

$$\Delta Q(\sigma) = C\Delta T = -\alpha T\sigma.$$

Сопоставление величин ΔQ и ΔW_{int} приводит к заключениям:

— поскольку величина ΔW_{int} при совершении над телом механической работы всегда положительна, а величина ΔQ может быть и положительной (при $\sigma < 0$, что означает нагревание тела при его сжатии), и отрицательной (при $\sigma > 0$ — охлаждение тела при его растяжении), то величины ΔQ и ΔW_{int} могут не совпадать по знаку;

— в случае совпадения ΔQ и ΔW_{int} по знаку (сжимающее нагружение) и при малых σ и ε получаем, что $\Delta Q > \Delta W_{\text{int}}$ (в том числе и $\Delta Q \gg \Delta W_{\text{int}}$). Этот результат следует из того, что при малых σ и ε $\Delta W_{\text{int}} = \frac{\sigma^2}{2E}$ (E — модуль Юнга), и линейная зависимость $\Delta Q(\sigma)$ превысит квадратичную зависимость $\Delta W_{\text{int}}(\sigma^2)$.

Таким образом, возникают вопросы: куда „уходит“ тепловая энергия при растяжении тела и откуда берется увеличение тепловой энергии при сжатии тела.

Термодинамическое описание, естественно, не раскрывает детально механизма термоупругого эффекта. Но наличие коэффициента α в формуле (1) указывает на определенную общность механизма этого эффекта с механизмом термического расширения тел, который обусловлен ангармонизмом межатомного взаимодействия. Это позволяет предположить важную роль ангармоничности колебательной динамики в термоупругости твердых тел.

Колебательную динамику этих тел можно рассматривать на основе ансамбля ангармонических (нелинейных) осцилляторов, которые выступают элементами динамической системы. Тогда анализ поведения отдельного ангармонического осциллятора при действии внешней силы будет способствовать выяснению механизма термоупругого эффекта. Такой анализ проводился в [3–5]. Были установлены важные закономерности в энергетике адиабатически (т. е. достаточно медленно) нагружаемого ангармонического осциллятора: увеличение внутренней энергии осциллятора отвечает только потенциальной энергии квазистатической упругой деформации связи приложенной силой; имеет место перераспределение средних значений кинетической и потенциальной составляющих внутренней энергии осциллятора. Это перераспределение может служить указанием для объяснения термоупругого эффекта. В то же время детализация происходящих при нагружении трансформаций энергии оставалась недостаточной. В настоящей работе продолжается детализирование энергетики термоупругого эффекта на основе анализа экспериментальных данных.

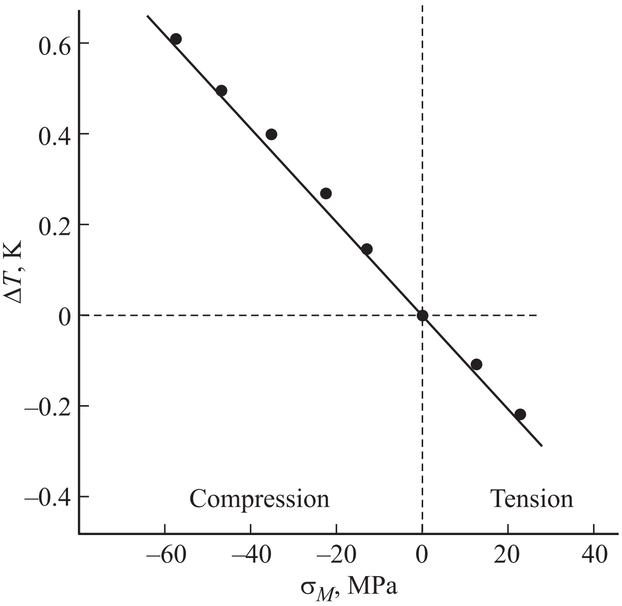

Рис. 1. Изменение температуры образца ПМ при адиабатическом нагружении.

2. Экспериментальная часть

2.1. Объект исследования. Был избран удобный для измерения деформационных характеристик и изменения температуры объект: жесткоцепной ориентированный полимер — полиимид (ПМ), находящийся при $T \approx 300\,\mathrm{K}$ в застеклованном состоянии. В поперечном направлении относительно оси ориентации, т. е. в направлении расположения межмолекулярных связей, этот объект обладает достаточно высоким коэффициентом линейного термического расширения (α) и сравнительно небольшим модулем Юнга (E). Нагружение образцов (как растяжение, так и сжатие) производилось именно в этом, поперечном направлении, и характеристики (α, E) обеспечивали надежное измерение ΔT и ε. Образцы имели форму пластин ($15 \times 15 \times 0.07\,\mathrm{mm}$).

2.2. Методики измерений. Для надежного измерения термоупругости выполнялись следующие условия:

— обеспечение адиабатичности (отсутствие теплообмена образца со средой, достаточно малая скорость нагружения) осуществлялось толстыми стенками камеры с низкой теплопроводностью и невысокой скоростью нагружения в диапазоне 10^{-2}–10^{-1} mm/s;

— обеспечение упругости — невысоким уровнем напряжения и деформации;

— регистрация изменения температуры — дифференциальными термопарами с точностью 0.01 K.

Базовой температурой при измерениях термоупругости являлась комнатная температура ($\sim 300\,\mathrm{K}$).

3. Результаты измерений

Изменение температуры при упругом нагружении образцов ПМ представлено на рис. 1. Видно, что происходит близкое к линейному возрастание температуры (нагревание) при сжатии и понижение температуры (охлаждение) при растяжении.

На рис. 2 показаны деформационные закономерности для того же образца ПМ. На рис. 2, a — силовые деформации $\varepsilon_M(\sigma)$; на рис. 2, b — температурные деформации $\varepsilon_T(T)$. Видно, что зависимости $\varepsilon_M(T)$ и $\varepsilon_T(T)$ близки к линейным. Из наклона этих зависимостей определяются значения: модуля Юнга $E = \left(\frac{\Delta\varepsilon_M}{\Delta\sigma}\right)^{-1}$ и коэффициента линейного термического расширения $\alpha_T = \frac{\Delta\varepsilon_T}{\Delta T}$ в районе $T \approx 300\,\mathrm{K}$ и выше. Из данных рис. 2, a и 2, b определили $E \approx 2.5\,\mathrm{GPa}$, $\alpha_T \approx 1.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$.

Подчеркнем, что найденные величины E и α_T относились к тому же направлению в образце ПМ, по которому проводилось нагружение при измерении термоупругости.

Произведем энергетические оценки для термоупругости ПМ. Изменение энергии теплового происхождения: $\Delta Q(\sigma) = C\Delta T(\sigma)$. Теплоемкость единицы объема ПМ в области 300 K: $C = 1.54\,\mathrm{MJ/m^3}$ [6]. Зависимость $\Delta Q(\sigma)$, имеющая, естественно, такой же линейный характер, как и $\Delta T(\sigma)$, приведена на рис. 3.

Работу внешней силы по деформированию образцов ПМ и в результате этой работы увеличение внутренней энергии образцов находим по выражению (2), которое при близости зависимости $\varepsilon_M(\sigma)$ к линейной (рис. 2, a) имеет вид

$$\Delta W_{\mathrm{int}}(\sigma) = \frac{1}{2}\,\frac{\sigma^2}{E} = \frac{1}{2}\,E\varepsilon_M^2. \qquad (3)$$

Построенная по данным рис. 2, a зависимость $\Delta W_{\mathrm{int}}(\sigma)$, имеющая форму параболы, приведена на рис. 3.

Обе величины ΔQ и ΔW_{int} выражены в удельных единицах (энергии на единицу объема образца).

При сопоставлении зависимостей $\Delta Q(\sigma)$ и $\Delta W_{\mathrm{int}}(\sigma)$, представленных на рис. 3, и проявляется отмеченная

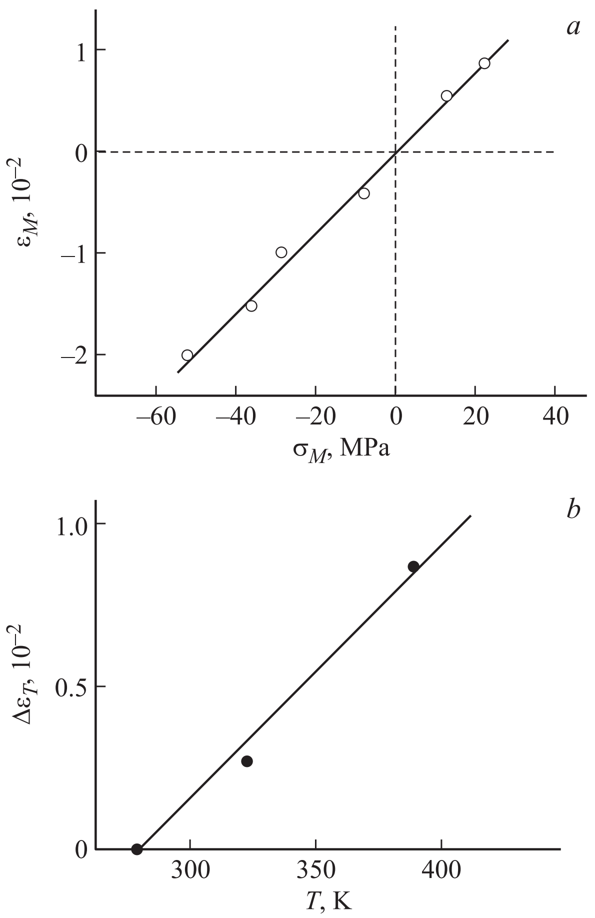

Рис. 2. Деформация образца ПМ. *a* — при механическом нагружении, *b* — при повышении температуры.

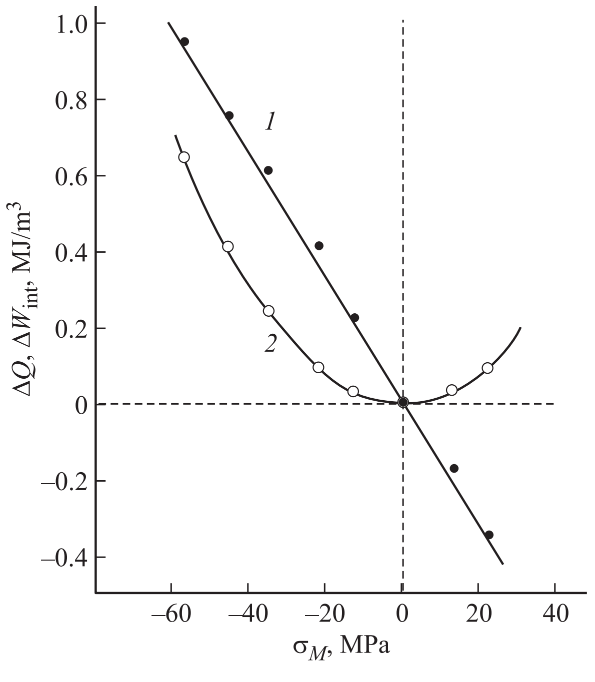

Рис. 3. Сравнение изменения удельной энергии теплового происхождения ΔQ (*1*) и удельной внутренней энергии ΔW_{int} — результата механической работы при нагружении образца ПМ (*2*).

во введении особенность энергетики термоупругости: разные по знаку зависимости при растягивающем нагружении и превышение (особенно значительное при малых σ) возрастания энергии теплового происхождения над совершенной работой при сжимающем нагружении.

4. Обсуждение результатов

Установленные особенности в соотношениях $\Delta Q(\sigma)$ и $\Delta W_{\text{int}}(\sigma)$ по знакам и по величинам свидетельствуют о том, что энергетика термоупругости связана с внутренними динамическими процессами в теле, инициированными действием внешней силы, но работа внешней силы во внутреннем энергетическом балансе непосредственно не участвует. Таким образом, требуется детальное рассмотрение внутренней энергетики тела как до нагружения, так и при действии нагрузки.

Детализируем энергетическое состояние ненагруженного нагретого твердого тела.

Как известно, значения теплоемкости тела при его нагревании в условиях постоянства объема (C_V) и постоянства давления (C_P) различаются: $C_P > C_V$. Это различие связано с тем, что при постоянном давлении (в том числе и при внешнем давлении $P = 0$) нагреваемое тело расширяется и часть подводимой энергии расходуется на возрастание энергии квазистатической упругой деформации. Это обстоятельство определяет специфическую связь температуры тела T с его внутренней энергией W_{int}.

Внутренней энергией тела применительно к проблеме термоупругости называем сумму кинетической энергии атомов и энергии упругого деформирования межатомных связей. Подведенная к телу при его нагревании от $T = 0$ энергия и составляет тепловую часть внутренней энергии нагретого тела — энергию теплового происхождения W_T (другая часть внутренней энергии — это нулевая энергия, имеющаяся в теле при любой температуре, в том числе и при $T = 0$). Но важно подчеркнуть, что в зависимости от условий нагревания тела одно и то же количество внутренней энергии W_T определит различное значение температуры нагретого тела. Так в условиях $V = \text{const}$ температура тела приобретет значение $T_V \approx \frac{W_T}{C_V}$, а в условиях $P = \text{const}$: $T_P \approx \frac{W_T}{C_P}$. Тогда разница температур составит

$$\Delta T = T_P - T_V \approx W_T\left(\frac{1}{C_P} - \frac{1}{C_V}\right) = -\frac{W_T}{C_P C_V}(C_P - C_V).$$

Для твердых тел $C_P - C_V = T\beta^2\frac{V}{\chi}$ [7], где β — коэффициент объемного термического расширения; χ — сжимаемость тела; V — молярный (атомный) объем. Для твердых тел разница C_P и C_V невелика (в отличие от газов): $C_P - C_V \approx 10^{-3}C_P$, что делает и разницу температур $\Delta T = T_P - T_V$ небольшой: $\Delta T \approx -10^{-3}\frac{W_T}{C_P}$ и $\frac{\Delta T}{T} \approx -10^{-3}$.

Рассмотрим наглядное объяснение того, что при одной и той же величине внутренней энергии W_T температура одного и того же тела оказывается различной.

В свободном адиабатически нагретом теле, т.е. обладающем тепловой энергией, происходит расширение — квазистатическое упругое растяжение тела. Оценим величину этого растяжения. Коэффициент термического расширения (КТР) твердых тел в области пониженных температур имеет сильную температурную зависимость, спадая до нуля при снижении температуры (квантовый эффект). У полимеров достаточно общей выступает характерная закономерность: от области комнатных температур к $T = 0$ спадание КТР можно приближенно описать прямой пропорциональностью [8]

$$\alpha(T) \approx \frac{\alpha(300\,\mathrm{K})}{300\,\mathrm{K}}\,T \approx \dot{\alpha}T.$$

Тогда термическое расширение при $T \approx 300\,\mathrm{K}$

$$\varepsilon_T = \int_0^{300} \alpha(T)dT \approx \frac{1}{2}\,\dot{\alpha}T^2 \approx \frac{1}{2}\,\alpha_T T,$$

где α_T — КТР при $T \approx 300\,\mathrm{K}$.

Разумеется, это растяжение, вызванное ангармоническими (асимметричными) колебаниями молекул, является средним на периоде колебаний увеличением расстояния между молекулами, но макроскопически воспринимается как статическое растяжение, аналогичное результату действия постоянной растягивающей силы.

Отметим, что ангармоничность колебаний действительно порождает растягивающую силу, называемую силой теплового или ангармонического давления [9], которое легко регистрируется, если нагревать твердое тело при фиксировании его размеров (т.е. препятствуя его расширению). Определить величину этой силы можно и по термическому расширению, используя характеристику упругости тела — модуль Юнга E. Сила ангармонического давления вызывает растяжение тела до такой величины, когда сила упругости растягиваемого тела уравновесит „ангармоническую“ силу. Тогда тепловое давление (напряжение)

$$\sigma_T = E\varepsilon_T = \frac{1}{2}\,E\alpha_T T.$$

Так для ПМ при $T = 300\,\mathrm{K}$ тепловое давление имеет немалую величину $\sigma_T \approx 40\,\mathrm{MPa}$.

Поскольку макроскопически выступают два фактора: сила, стремящаяся растянуть тело, и растяжение тела, вызванное этой силой, то можно ввести понятие работы этой силы на величине расширения и соответственно понятие удельной потенциальной энергии термически растянутого тела

$$U_T = \frac{1}{2}\,E\varepsilon_T^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\sigma_T^2}{E} \approx \frac{1}{8}\,E\alpha_T^2 T^2. \tag{4}$$

Тогда во внутренней энергии теплового происхождения нагретого твердого тела W_T можно выделить две составляющие: потенциальную энергию квазистатического упругого растяжения тела U_T и динамическую составляющую внутренней энергии W_d.

Таким образом, внутреннюю энергию теплового происхождения можно рассматривать как сумму двух составляющих

$$W_T = W_d + U_T.$$

Оценим соотношение составляющих. Вся внутренняя энергия тела теплового происхождения $W_T \approx \frac{1}{2}\,C_P T$ (C_P берется при $T = 300\,\mathrm{K}$, а коэффициент «1/2» — из-за квантового спадания теплоемкости при снижении температуры, аналогичного спаданию КТР).

Доля квазистатической потенциальной составляющей в ПМ при $T \approx 300\,\mathrm{K}$

$$\frac{U_T}{W_T} \approx \frac{1}{4}\,\frac{E\alpha_T^2}{C_P}\,T \approx 10^{-3}.$$

Отмечая названную выше причину разницы теплоемкостей $C_P > C_V$ — затрату подводимой энергии на термическое расширение и близость значений $\frac{U_T}{W_T}$ и $\frac{T_P - T_V}{T_P}$, приходим к заключению: температура тела связана с динамической составляющей внутренней энергии теплового происхождения W_d. Действительно, по физическому смыслу температура связана с кинетической составляющей атомно-молекулярной динамики, т.е. с кинетической энергией. Именно динамическая составляющая внутренней энергии W_d непосредственно включает в себя кинетическую энергию (в отличие от квазистатической потенциальной составляющей U_T). Поэтому регистрируемое при нетепловом воздействии изменение температуры тела (термоупругий эффект) означает изменение динамической составляющей энергии теплового происхождения W_d.

Обратимся к нагружению нагретого тела.

В соответствии с экспериментальными данными (рис. 2, *a*) деформация тела, вызванная действием приложенной механической силы (действием напряжения σ_M), имеет вид

$$\varepsilon_M = \frac{\sigma_M}{E}.$$

Отметим, что зависимость $\varepsilon_M(\sigma)$ выглядит квазилинейной, поскольку проявление нелинейности (ангармоничности) при столь малых деформациях ($\varepsilon_M \sim 10^{-2}$) лежит, очевидно, за пределами точности измерений. Таким образом, деформация нагруженного нагретого (!) тела оказывается суммарной

$$\varepsilon_\Sigma = \varepsilon_T + \varepsilon_M.$$

Именно это обстоятельство играет ключевую роль в энергетике упругого нагружения тела.

Найдем квазистатическую потенциальную энергию суммарной упругой деформации тела, вызванной действием двух сил: ангармонического давления σ_T и внешнего механического напряжения σ_M

$$U = \frac{1}{2}\,E(\varepsilon_T + \varepsilon_M)^2 = \frac{1}{2}\,E\varepsilon_T^2 + E\varepsilon_T\varepsilon_M + \frac{1}{2}\,E\varepsilon_M^2. \tag{5}$$

Выражение (5) содержит три составляющие:

— первая составляющая $U_T = \frac{1}{2} E\varepsilon_T^2$ — это уже рассмотренная квазистатическая потенциальная энергия ангармонического расширения (4), являющаяся результатом работы силы ангармонического давления на вызванном им ангармоническом растяжении ε_T;

— третья составляющая $U_M = \frac{1}{2} E\varepsilon_M^2$ — потенциальная энергия внешнесилового растяжения (3), являющаяся результатом работы внешней механической силы на вызванном ею растяжении ε_M. Работа внешней силы увеличивает внутреннюю энергию тела (в отличие от работы внутренней силы — ангармонического давления, которая внутреннюю энергию не изменяет);

— самая интересная — это средняя составляющая $U_{TM} = E\varepsilon_T\varepsilon_M$. Эта составляющая выражает изменение квазистатической потенциальной энергии тела за счет совместного действия ангармонической (σ_T) и внешней (σ_M) сил. Знак U_{TM} зависит от знака ε_M (или σ_M). При растягивающем нагружении ($\varepsilon_M > 0$) среднюю составляющую можно трактовать как результат работы силы ангармонического давления $\sigma_T = E\varepsilon_T$ на растяжении ε_M, вызванном внешней силой. Эта работа, выполненная внутренней силой, не изменяет внутреннюю энергию тела. Поэтому данное возрастание квазистатической потенциальной энергии происходит за счет уменьшения другой составляющей внутренней энергии, названной выше „динамической составляющей“.

При сжимающем нагружении ($\varepsilon_M = 0$) происходит уменьшение исходного (ангармонического) растяжения нагретого тела, что вызывает уменьшение исходной квазистатической потенциальной составляющей тепловой энергии тела. В этом случае (который формально можно трактовать как отрицательную работу силы ангармонического давления, ведущую к увеличению энергии источника этой силы) происходит возрастание другой составляющей тепловой энергии — динамической составляющей.

Выясним, согласуется ли такой механизм „энергообмена“ между динамической и квазистатической составляющими тепловой энергии с экспериментальными данными. Сравним экспериментальную зависимость $\Delta Q(\sigma) = C_P\Delta T$ (линия *1* на рис. 4) с экспериментальной же зависимостью $\Delta U_{TM}(\sigma) = E\varepsilon_T\varepsilon_M(\sigma) = \frac{1}{2}\alpha_T T\sigma$ (линия *2* на рис. 4).

Видно, что зависимости $\Delta Q(\sigma)$ и $\Delta U_{TM}(\sigma)$ образуют близкую к „зеркальной“ систему относительно линии нуля энергии. Таким образом, связь между $\Delta Q(\sigma)$ и $\Delta U_{TM}(\sigma)$ имеет вид

$$\Delta Q(\sigma) \approx -\Delta U_{TM}(\sigma).$$

Поскольку величина $\Delta Q(\sigma)$ определяется через изменение температуры ΔT тела при нагружении, то изменение энергии ΔQ является изменением динамической составляющей энергии теплового происхождения.

„Зеркальность“ графиков на рис. 4 подтверждает механизм „энергообмена“ и дает объяснение поставленному вопросу: откуда берется возрастание энергии теплового происхождения при сжатии тела и куда уходит эта энергия при растяжении.

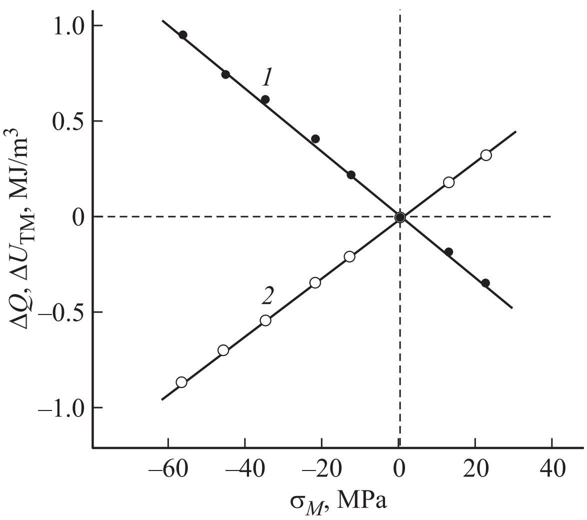

Рис. 4. Сопоставление зависимостей от внешней нагрузки для образца ПМ изменения составляющей тепловой энергии ΔQ (*1*) и изменения потенциальной составляющей ΔU_{TM} — результата работы силы ангармонического давления (*2*).

При сжимающем нагружении тела происходит переход части квазистатической потенциальной энергии ΔU_{TM} в динамическую составляющую энергии теплового происхождения, что и выражается в регистрируемом возрастании температуры тела.

При растягивающем нагружении происходит переход части динамической составляющей энергии теплового происхождения в квазистатическую потенциальную энергию растяжения тела внешней силой. Величина динамической составляющей уменьшается, что и приводит к регистрируемому понижению температуры тела.

Таким образом, особенности энергетики термоупругого эффекта объясняются перераспределением составляющих (динамической и квазистатической потенциальной) внутренней, тепловой энергии тела при его упругом нагружении.

Данный механизм термоупругости твердого тела согласуется с результатами анализа энергетики нагружаемого ангармонического осциллятора [5].

Потенциальная яма одномерного ангармонического осциллятора вблизи ее дна описывалась разложением энергии до третьего порядка малости и имела вид кубического двучлена

$$U(x) = \frac{1}{2} fx^2 - \frac{1}{3} gx^3,$$

где f — коэффициент линейной упругости, g — коэффициент ангармоничности первого порядка, x — смещение осциллятора из положения равновесия.

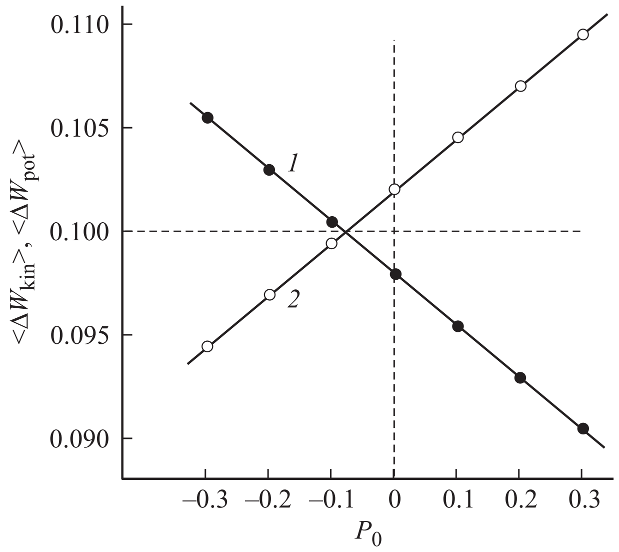

Рис. 5. Сопоставление силовых зависимостей для ангармонического осциллятора средней кинетической энергии $\langle W_{\text{kin}}\rangle$ (*1*) и средней потенциальной энергии $\langle W_{\text{pot}}\rangle$ (*2*) (без средней работы внешней силы).

Осциллятору задавалась начальная энергия (энергия возбуждения) W_0, достаточно малая по сравнению с энергией диссоциации (глубиной потенциальной ямы).

Адиабатическое нагружение осциллятора представлялось приложением внешней силы $F(t)$, действующей вдоль связи и достигающей со временем стационарного значения F_0. Сила F_0 задавалась также достаточно малой по сравнению с максимальной силой упругости ангармонического осциллятора $\left(F_0 \ll\sim \frac{f^2}{g}\right)$.

В расчете определялись средние за период колебаний значения энергетических характеристик осциллятора.

Для средней энергии нагруженного осциллятора получили

$$\langle W(F_0)\rangle \approx W_0 + \frac{1}{2}\,\frac{F_0^2}{f}. \qquad (6)$$

Выражение (6) согласуется с заключением по нагруженному телу о том, что работа внешней силы сводится лишь к энергии упругой деформации твердого тела, не участвуя в балансе энергии процессов, происходящих с исходной внутренней энергией тела.

Обозначив всю среднюю потенциальную энергию нагруженного осциллятора как $\langle W_{\text{pot}}^{\Sigma}\rangle(F_0)$, введем среднюю потенциальную энергию, за исключением работы внешней силы: $\langle W_{\text{pot}}\rangle(F_0) = \langle W_{\text{pot}}^{\Sigma}\rangle(F_0) - \frac{1}{2}\,\frac{F_0^2}{f}$ (для выявления процессов, происходящих при нагружении с исходной внутренней энергией осциллятора). Найдены средние значения для нагруженного осциллятора [5]:

— кинетическая энергия

$$\langle W_{\text{kin}}\rangle(F_0) \approx \frac{1}{2}\,W_0 - \frac{1}{4}\,\frac{g^2}{f^3}\,W_0^2 - \frac{1}{2}\,\frac{g}{f^2}\,W_0F_0; \qquad (7)$$

— потенциальная энергия

$$\langle W_{\text{pot}}\rangle(F_0) \approx \frac{1}{2}\,W_0 + \frac{1}{4}\,\frac{g^2}{f^3}\,W_0^2 + \frac{1}{2}\,\frac{g}{f^2}\,W_0F_0. \qquad (8)$$

Важно отметить, что выражения (7) и (8) образуют „зеркальную“ систему, что видно из рис. 5. „Зеркальность“ выражений (7) и (8) и графика на рис. 5 показывает, что при нагружении осциллятора, когда средняя кинетическая энергия уменьшается (при $F_0 > 0$), средняя потенциальная на столько же возрастает, а при возрастании кинетической энергии (когда $F_0 < 0$), потенциальная энергия в той же мере уменьшается. Таким образом, имеет место перераспределение кинетической и потенциальной составляющих внутренней энергии осциллятора (т. е. „энергообмен“ между составляющими) при его нагружении.

Такое перераспределение составляющих энергии осциллятора вполне согласуется с заключением о перераспределении составляющих тепловой энергии твердого тела при его нагружении. Это согласие можно подкрепить, пользуясь выражением (7) для средней кинетической энергии.

Исходя из присущего гармоническому осциллятору равенства максимальной кинетической энергии удвоенному значению средней (на периоде) кинетической энергии, можно приближенно принять, что максимальная кинетическая энергия и ангармонического осциллятора под нагрузкой равна удвоенной средней кинетической энергии

$$W_{\text{kin}}^{\max}(F_0) \approx 2\langle W_{\text{kin}}\rangle(F_0) \approx W_0 - \frac{1}{2}\,\frac{g^2}{f^3}\,W_0^2 - \frac{g}{f^2}\,W_0F_0. \quad (9)$$

Из выражения (9) видно, что максимальная кинетическая энергия нагруженного осциллятора (исходная энергия возбуждения осциллятора за вычетом двух потенциальных составляющих) совпадает с динамической составляющей тепловой энергии нагруженного нагретого тела (исходной тепловой энергией за вычетом двух ее квазистатических составляющих — работы силы ангармонического давления на растяжениях ε_T и ε_M). При нагружении и нагретого тела, и возбужденного ангармонического осциллятора происходит перераспределение составляющих внутренней энергии и тела, и осциллятора.

5. Заключение

Таким образом, ангармоническое твердое тело и ангармонический осциллятор — элемент внутренней динамики тела, выступают системами или механизмами, в которых при их механическом упругом нагружении происходят переходы форм внутренней энергии из одной в другую (перераспределение составляющих внутренней энергии), причем величины переходящих порций энергии могут намного превышать работу внешней нагружающей силы.

Список литературы

[1] J.P. Joule. Proc. R. Soc. **8**, 564 (1857).
[2] W. Thomson (Lord Kelvin). Mathematical and Physical papers. Cambridge Univ. Press, London (1890). V. 3. P. 63.
[3] A.I. Slutsker, V.P. Volodin. Thermochim. Acta **247**, *1*, 111 (1994).
[4] В.Л. Гиляров, А.И. Слуцкер, В.П. Володин, Л.А. Лайус. ФТТ **39**, *1*, 153 (1997).
[5] А.И. Слуцкер, В.П. Гиляров, А.С. Лукьяненко. ФТТ **48**, *10*, 1832 (2006).
[6] М.И. Бессонов, М.М. Котон, В.В. Кудрявцев, Л.А. Лайус. Полиимиды — класс термостойких полимеров. Наука, Л. (1983). 368 с.
[7] Ч. Киттель. Введение в физику твердого тела. Наука, М. (1978). 792 с.
[8] Ю.К. Годовский. Теплофизика полимеров. Наука, М. (1982). 280 с.
[9] Я.И. Френкель. Кинетическая теория жидкостей. Наука, М. (1975). 460 с.