

03

## Биения квантовых осцилляций коэффициента Холла и сопротивления в полупроводниковых сплавах $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ при малом отклонении направления магнитного поля от тригональной оси

© Н.А. Редько<sup>1,2</sup>, В.Д. Каган<sup>1</sup>, М.П. Волков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures, Wroclaw, Poland

E-mail: nikolaj.a.redko@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 6 марта 2012 г.)

Проведено исследование квантовых осцилляций удельного сопротивления  $\rho_{22}$  и коэффициента Холла  $R_{12,3}$  в полупроводниковом сплаве  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  при  $H \parallel C_3$  и  $j \parallel C_1$  в магнитных полях до 14 Т и температурах 1.5, 4.5, 10, 20 К. При температурах 1.5 и 4.5 К наблюдались биения квантовых осцилляций  $\rho_{22}$  и  $R_{12,3}$ , обусловленные небольшим отклонением магнитного поля  $H$  от кристаллографической оси  $C_3$ . Для нахождения периода осцилляций  $\Delta_i$ , циклотронной массы  $m_{ci}$ , циклотронной частоты  $\omega_{ci}$ , экстремального сечения  $S_{\text{ext}i}$  экспериментально полученные биения квантовых осцилляций сравнивались с модельными биениями колебаний от трех гармонических функций, две из которых имеют близкие частоты. Отклонение параметров  $\Delta_i$ ,  $m_{ci}$ ,  $S_{\text{ext}i}$  от тех же параметров, когда магнитное поле  $H$  строго совпадает с тригональной осью  $C_3$ , позволило оценить угол отклонения магнитного поля  $H$  от тригональной оси  $C_3$ , который составляет  $\sim 1^\circ$ .

### 1. Введение

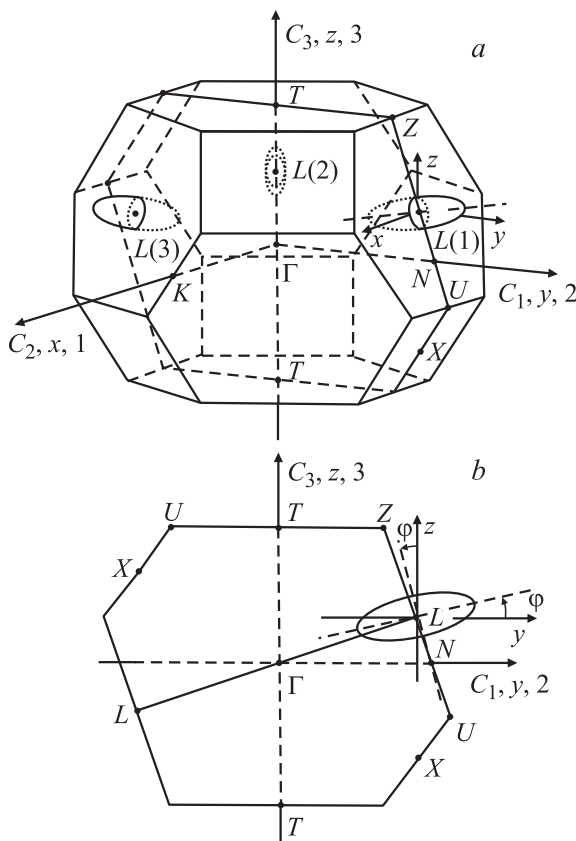
В полупроводниковых сплавах  $n\text{-Bi-Sb}$  энергетический спектр электронов сильно анизотропен, что приводит к особенностям в поведении кинетических коэффициентов в магнитном поле [1]. Наблюдается электронный топологический переход [2,3], перетекание электронов между эллипсоидами в магнитном поле в области квантового предела при  $H \parallel C_2$  [4], резкий рост проводимости при увеличении магнитного поля в области квантового предела [5]. В настоящей работе рассмотрена еще одна особенность проявления анизотропии электронного спектра  $n\text{-Bi-Sb}$  — биение квантовых осцилляций коэффициента Холла и сопротивления при небольшом отклонении магнитного поля от тригональной оси  $C_3$ .

В полупроводниковых сплавах  $n\text{-Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$  ( $0.07 < x < 0.15$ ) энергетический спектр определяется тремя эквивалентными долинами в точках  $L$  зоны Бриллюэна, отделенными от соответствующих долин валентной зоны  $L_i$  прямой энергетической щелью  $E_{gL}$ . Легирование сплавов донорной примесью теллура приводит к заполнению электронами долин зоны проводимости  $L_i$  до концентрации  $n$ . На рис. 1 представлена поверхность Ферми, состоящая из трех электронных квазиэллипсоидов с центрами в  $L$  точках зоны Бриллюэна, которые находятся в плоскостях отражения (в дальнейшем для краткости мы будем пользоваться термином эллипсоиды). Эллипсоиды эквивалентны между собой и повернуты относительно друг друга на угол  $\pm 120^\circ$  (рис 1, *a*). Одна из меньших осей эллипсоида совпадает с бинарной осью  $C_2$  кристалла, а две другие оси эл-

липсоида составляют угол  $\varphi$  с кристаллографическими осями: тригональной  $C_3$  и биссекторной  $C_1$  (рис. 1, *b*). О сильной анизотропии электронного спектра этих полупроводниковых сплавов свидетельствуют значения эффективных масс электронов на дне зоны проводимости:  $m_1 \sim 1 \cdot 10^{-3} m_0$ ,  $m_2 \sim 5 \cdot 10^{-1} m_0$ ,  $m_3 \sim 2 \cdot 10^{-3} m_0$  [6,7].

В исследованных полупроводниковых сплавах  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с концентрацией электронов  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  наблюдались биения квантовых осцилляций коэффициента Холла  $R_{12,3}(H)$  и сопротивления  $\rho_{22}(H)$  при  $H \parallel C_3$  и  $j \parallel C_1$ . Индексы 12.3 компоненты тензора коэффициента Холла  $R_{12,3}$  обозначают, что холловское напряжение измеряется с зондов, расположенных на монокристалле вдоль бинарной оси  $C_2$  (1) (цифровые обозначения кристаллографических осей приведены на рис. 1), ток протекает вдоль биссекторной оси  $C_1$  (2), а магнитное поле направлено вдоль тригональной оси  $C_3$  (3). Индексы 22 компоненты тензора сопротивления  $\rho_{22}$  обозначают, что напряжение сопротивления измеряется с зондов, расположенных на монокристаллическом образце вдоль биссекторной оси  $C_1$  (2) и совпадает с направлением тока  $C_1$  (2).

Биения — периодические изменения амплитуды результирующего колебания, возникающего при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами [8]. Биения возникают вследствие того, что оба колебания оказываются в какой-то момент времени в фазе, через некоторое время в противофазе, затем снова в фазе и так далее. Соответственно, амплитуда результирующего колебания периодически достигает то максимума, равному сумме амплитуд складываемых колебаний, то минимума, равному разности этих амплитуд.



**Рис. 1.** *a)* Зона Бриллюэна для вырожденных полупроводниковых сплавов *n*-Bi-Sb с тремя электронными эллипсоидами, центры которых находятся в *L*-точках на плоскостях отражения. *b)* Одно из трех сечений зоны Бриллюэна плоскостью отражения.

В простейшем случае, когда амплитуды *A* складываемых гармонических колебаний равны, имеем

$$A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = 2A \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t. \tag{1}$$

Это результирующее колебание уже не является гармоническим. Если угловые частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  близки (т.е. угловая частота биения  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  мала по сравнению с  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то результирующее колебание можно рассматривать как приблизительно гармоническое со средней угловой частотой  $(\omega_1 + \omega_2)/2$  и амплитудой  $2A \cos(\Omega t/2)$ , медленно меняющейся по гармоническому закону с периодом  $T_1 = 4\pi/(\omega_1 - \omega_2)$ .

Поскольку частота биения тем меньше, чем ближе частоты складываемых колебаний, наблюдение биений позволяет с большой точностью констатировать равенство частот двух колебаний в момент, когда частота биения падает до нуля, т.е. наблюдаются так называемые нулевые биения.

Если в эксперименте магнитное поле **H** направлено вдоль кристаллографической оси *C*<sub>3</sub>, то циклотронная частота для электронов в трех квазиэллипсоидах одна и

та же, т.е. наблюдаются нулевые биения. Если магнитное поле **H** немного отклоняется от оси *C*<sub>3</sub>, то наблюдаются биения квантовых осцилляций кинетических коэффициентов.

## 2. Квантовые осцилляции кинетических коэффициентов в полупроводниковом сплаве *n*-Bi-Sb

Если магнитное поле **H** направлено строго вдоль кристаллографической оси *C*<sub>3</sub>, то в этом случае циклотронная частота  $\omega_{c0}$  одинакова для электронов в трех эллипсоидах и равна

$$\omega_{c0} = \frac{eH}{cm_{c0}}, \tag{1}$$

а циклотронная масса при этом выражается формулой [5]

$$m_{c0} = \left( \frac{m_1 m_2 m_3}{m_3 \cos^2 \varphi + m_2 \sin^2 \varphi} \right)^{1/2}, \tag{2}$$

где  $m_i$  — эффективные массы электронов в эллипсоиде полупроводникового сплава *n*-Bi<sub>0.93</sub>Sb<sub>0.07</sub> и угол наклона эллипсоида  $\varphi = 5.7^\circ$ . Используя данные  $m_i$  для этого сплава из [1], получим  $m_{c0} = 8.06 \cdot 10^{-30}$  г и циклотронную частоту, равную  $\omega_{c0} = 9.94 \cdot 10^{13}$  с<sup>-1</sup> в магнитном поле  $H = 5$  Т. Период квантовых осцилляций в сплаве с энергией Ферми электронов  $E_F$  определяется формулой

$$\Delta_0 \left( \frac{1}{H} \right) = \frac{e\hbar}{cm_{c0} E_F (1 + E_F/E_g)} \tag{3}$$

и равен  $\Delta_0(1/H) = 6.77 \cdot 10^{-6}$  Ое<sup>-1</sup> для исследованного сплава с  $E_F = 34.5$  меВ, определенной из измерений постоянной Холла при низкой температуре по формуле для непараболического спектра [5]. При  $H \parallel C_3$  экстремальные сечения трех эллипсоидов одинаковы и выражаются формулой:

$$S_{\text{extr}0} = 2\pi m_{c0} E_F (1 + E_F/E_g). \tag{4}$$

Для исследуемого сплава получаем  $S_{\text{extr}0} = 1.57 \cdot 10^{-41}$  см<sup>2</sup>.

Циклотронная масса  $m_{c0}$ , циклотронная частота  $\omega_{c0}$ , экстремальное сечение эллипсоидов  $S_{\text{extr}0}$  выражаются через период квантовых осцилляций  $\Delta_0$

$$m_{c0} = \frac{e\hbar}{c\Delta_0 E_F (1 + E_F/E_g)}, \tag{5}$$

$$\omega_{c0} = \frac{\Delta_0 E_F (1 + E_F/E_g) H}{\hbar}, \tag{6}$$

$$S_{\text{extr}0} = \frac{2\pi e\hbar}{c\Delta_0}. \tag{7}$$

**Таблица 1.** Параметры образца  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  и параметры квантовых осцилляций при направлении магнитного поля  $\mathbf{H}$  вдоль кристаллографической оси  $C_3$

$n, \text{cm}^{-3}$	$E_F, \text{meV}$	$\Delta_0, \text{Oe}^{-1}$	$\omega_{c0}, \text{s}^{-1}$	$m_{c0}/m_0$	$S_{\text{extr0}}, \text{cm}^2$
$7 \cdot 10^{17}$	34.5	$6.77 \cdot 10^{-6}$	$9.94 \cdot 10^{13}$	$8.85 \cdot 10^{-3}$	$1.57 \cdot 10^{-41}$

В соответствии с формулами (1)–(4) эти величины в случае, когда магнитное поле  $\mathbf{H}$  строго совпадает с кристаллографической осью  $C_3$ , приведены в табл. 1.

На эксперименте для исследованного образца в результате небольшого несовпадения направления магнитного поля  $\mathbf{H}$  с направлением тригональной оси  $C_3$  наблюдаются биения квантовых осцилляций сопротивления  $\rho_{22}(H)$  и коэффициента Холла  $R_{12.3}(\mathbf{H})$ , что указывает на наложение двух колебаний с близкими частотами.

Поскольку в легированных образцах полупроводникового сплава  $n\text{-Bi-Sb}$  поверхность Ферми состоит из трех сильно вытянутых эллипсоидов, то даже при небольшом отклонении направления магнитного поля  $\mathbf{H}$  от кристаллографической оси  $C_3$  экстремальные сечения трех эллипсоидов будут отличаться. В силу симметрии расположения эллипсоидов и при небольшом отклонении направления магнитного поля от оси  $C_3$  наиболее вероятна ситуация, когда экстремальные сечения в двух эллипсоидах из трех будут мало отличаться между собой, и более сильно — от экстремального сечения третьего эллипсоида. В этом случае близкие экстремальные сечения двух эллипсоидов (близкие частоты квантовых осцилляций — от первого и третьего) приведут к биению квантовых осцилляций сопротивления  $\rho_{22}(H)$  и коэффициента Холла  $R_{12.3}(H)$ . Сложение биений квантовых осцилляций с квантовыми осцилляциями от второго эллипсоида приведет к результирующим колебаниям, которые и наблюдаются на эксперименте.

Как отмечалось выше, в случае небольшого отклонения магнитного поля от тригональной оси наблюдаются биения квантовых осцилляций кинетических коэффициентов. Угол отклонения магнитного поля от тригональной оси можно определить, анализируя величину отклонения значений параметров квантовых осцилляций от этих величин для случая строгого совпадения направления магнитного поля с тригональной осью. Чтобы найти параметры квантовых осцилляций, наблюдаемые на эксперименте, смоделируем биения колебаний. Для этого предположим, что имеются биения двух гармонических колебаний с близкими частотами  $\sum_{i=1}^2 \cos(a_i/H + b_i)$  и  $a_1 \neq a_2$ , которые складываются с третьим гармоническим колебанием от функции  $\cos(a_3/H)$ .

Биения колебаний, получающиеся в результате сложения двух гармонических колебаний от функции

$$\sum_{i=1}^2 \cos(a_i/H + b_i), \text{ равны}$$

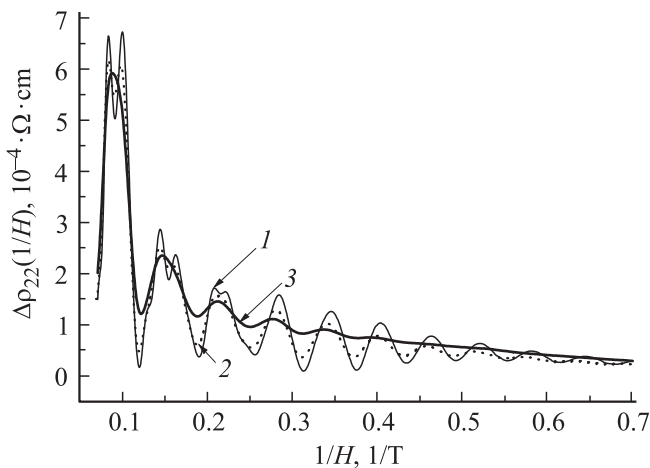
$$A_1 \cos a_1 x + A_2 \cos a_2 x = (A_1 + A_2) \times \cos\left(\frac{a_1 - a_2}{2} x\right) \cos\left(\frac{a_1 + a_2}{2} x\right), \quad (8)$$

где  $x = 1/H$ . Периоды колебаний исходных функций  $\cos(a_i x)$  равны  $T_i = \frac{2\pi}{a_i}$ , а периоды колебаний результирующих функций:  $\cos(\frac{a_1 - a_2}{2} x)$  и  $\cos(\frac{a_1 + a_2}{2} x)$  равны  $T = \frac{4\pi}{a_1 - a_2}$  и  $T = \frac{4\pi}{a_1 + a_2}$  соответственно. В результате получаем высокочастотное колебание, описываемое функцией  $\cos(\frac{a_1 + a_2}{2} x)$ , и низкочастотное колебание, определяемое функцией  $\cos(\frac{a_1 - a_2}{2} x)$  и представляющее собой огибающую кривую амплитуды высокочастотных колебаний. Сложение биения колебаний от двух функций  $\sum_{i=1}^2 \cos(a_i/H + b_i)$  с колебанием от третьей функции  $\cos(a_3/H + b_3)$  дает в результате колебание, которым и постараемся точно аппроксимировать экспериментальные данные. Полученные при этой аппроксимации параметры  $a_i$  и  $b_i$  позволят вычислить параметры полупроводникового сплава по формулам  $\cos(\frac{a}{H} \pm b) = \cos(\frac{E_F(1 + E_F/E_g)}{\hbar\omega_c} \pm b) = \cos(\frac{E_F(1 + E_F/E_g)m_c c}{\hbar e H} \pm b)$ .

### 3. Экспериментальные данные и их обсуждение

Для монокристаллов полупроводникового сплава  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с концентрацией электронов  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  проведены измерения удельного сопротивления  $\rho_{22}(H)$  и коэффициента Холла  $R_{12.3}(H)$  при  $H \parallel C_3$  и  $j \parallel C_1$  в магнитных полях (0–14) Т и температурах: 1.5; 4.5; 10; 20 К. Для измерения использовались монокристаллические образцы в форме прямоугольных параллелепипедов размером  $2.5 \times 2.5 \times 8 \text{mm}^3$ , грани которых были перпендикулярны кристаллографическим осям  $C_1, C_2, C_3$ . Наибольший размер образца по направлению совпадал с биссекторной осью  $C_1$ .

Для анализа квантовых осцилляций кинетических коэффициентов зависимости  $\rho_{22}(H)$  и  $R_{12.3}(H)$ , которые наблюдались на эксперименте, перестраивались в зависимости от обратного магнитного поля и из зависимостей  $\rho_{22}(1/H)$  и  $R_{12.3}(1/H)$  вычитались монотонные



**Рис. 2.** Зависимость квантовых осцилляций удельного сопротивления  $\Delta\rho_{22}$  от обратного магнитного поля для  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  при  $\mathbf{H} \parallel C_3$  и температурах, К: 1 — 1.5, 2 — 4.5, 3 — 10.

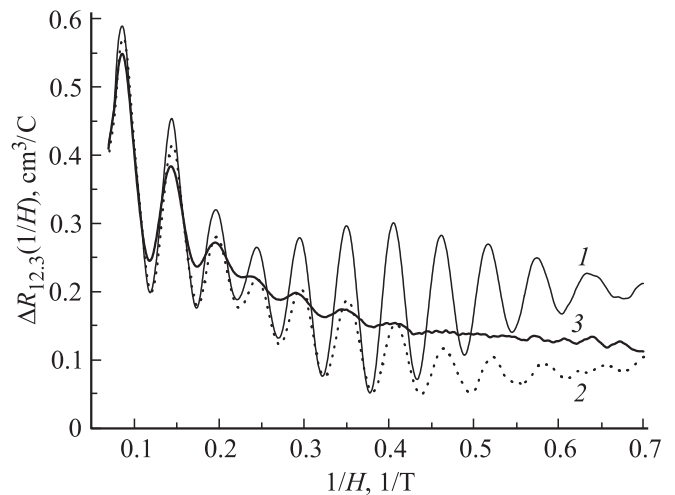
составляющие этих функций. Полученные таким образом зависимости  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  и  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  позволили надежно выделить квантовые осцилляции с биениями, которые приведены на рис. 2–6.

На рис. 2 приведены квантовые осцилляции удельного сопротивления (без монотонной составляющей) в зависимости от обратного магнитного поля  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  при  $\mathbf{H} \parallel C_3$  и при температурах 1.5; 4.5 и 10 К. В целом осцилляции  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  наблюдаются при всех температурах (1.5; 4.5; 10 К), только при увеличении температуры уменьшаются амплитуды осцилляций. Кроме того, имеются две температурно-зависящие особенности. Во-первых, при температурах 1.5 К и 4.5 К в магнитных полях  $H > 4 \text{ Т}$  на  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  наблюдается спиновое расщепление максимумов, которое исчезает при температурах выше  $T = 10 \text{ К}$ . Во-вторых, наблюдается небольшое фазовое смещение кривых с повышением температуры. Так, максимумы осцилляций сопротивления при температуре 10 К смещаются в область больших магнитных полей на величину порядка 5% по сравнению с максимумами осцилляций сопротивления при температуре 1.5 К.

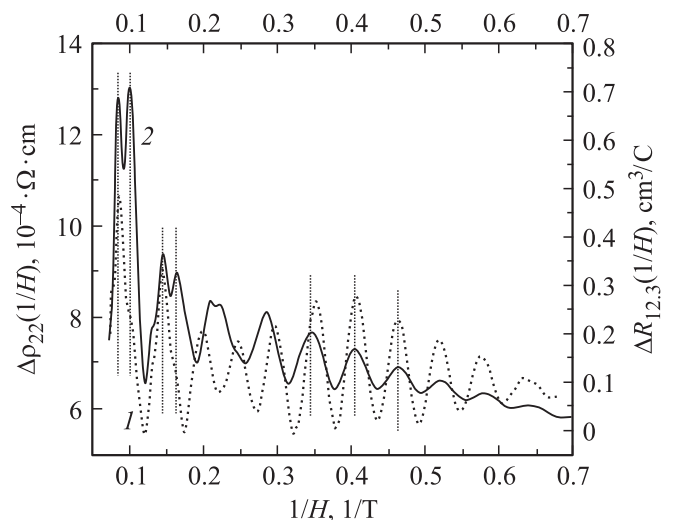
На рис. 3 приведены квантовые осцилляции коэффициента Холла  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  (без монотонной составляющей) при тех же температурах: 1.5; 4.5; 10 К. При температурах 1.5 и 4.5 К наблюдаются четко выраженные биения квантовых осцилляций Холла.

На рис. 4 приведены квантовые осцилляции коэффициента Холла  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  и сопротивления  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  при температуре 1.5 К. На приведенных зависимостях видны биения квантовых осцилляций, более четко на зависимостях  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  и менее четко на зависимостях  $\Delta\rho_{22}(1/H)$ . Так, для зависимости  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  амплитуда растет при увеличении поля, достигая максимума (пучность биения) при  $H \sim 2.5 \text{ Т}$  (т.е. при  $1/H \sim 0.4 \text{ Т}^{-1}$ ). После этого уменьшается почти втрое, достигая минимума (узел биения) в поле  $H = 4 \text{ Т}$  ( $1/H \sim 0.25 \text{ Т}^{-1}$ ),

и снова начинает расти при дальнейшем увеличении поля. При этом колебания  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  и  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  происходят почти синфазно в малых магнитных полях  $H < 2.5 \text{ Т}$  ( $1/H > 0.4$ ), с увеличением поля сдвиг колебаний увеличивается, и вблизи узла биений при  $H = 4 \text{ Т}$  колебания  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  и  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  находятся в противофазе. В больших магнитных полях при  $H > 6 \text{ Т}$  фаза колебаний  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  снова совпадает. На рис. 4 вертикальные пунктирные линии проведены через максимум осцилляций  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  для более наглядного представления совпадения или сдвига фаз с колебаниями  $\Delta R_{12.3}(1/H)$ . Отметим, что в больших полях, где наблюдается спиновое расщепление, один из расщепившихся максимумов  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  совпадает с



**Рис. 3.** Зависимость квантовых осцилляций коэффициента Холла  $\Delta R_{12.3}$  от обратного магнитного поля для  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  при  $\mathbf{H} \parallel C_3$  и температурах, К: 1 — 1.5, 2 — 4.5, 3 — 10.



**Рис. 4.** Биения квантовых осцилляций коэффициента Холла  $\Delta R_{12.3}(1/H)$  (1) и удельного сопротивления  $\Delta\rho_{22}(1/H)$  (2) при  $T = 1.5 \text{ К}$ .

**Таблица 2.** Параметры, полученные при анализе квантовых осцилляций с биениями для случая малого отклонения направления магнитного поля **H** от оси  $C_3$

Кинетические коэффициенты	$\Delta_1, \text{Oe}^{-1}$	$\Delta_2, \text{Oe}^{-1}$	$\Delta_3, \text{Oe}^{-1}$	$\omega_{c1}, \text{s}^{-1}$	$\omega_{c2}, \text{s}^{-1}$	$\omega_{c3}, \text{s}^{-1}$
$R_{12,3}$	$8.73 \cdot 10^{-7}$	$9.97 \cdot 10^{-7}$	$8.62 \cdot 10^{-7}$	$1.28 \cdot 10^{13}$	$1.46 \cdot 10^{13}$	$1.26 \cdot 10^{13}$
$\rho_{22}$	$9.7 \cdot 10^{-7}$	$1.04 \cdot 10^{-6}$	$9.7 \cdot 10^{-7}$	$1.42 \cdot 10^{13}$	$1.53 \cdot 10^{13}$	$1.42 \cdot 10^{13}$

**Таблица 2 (продолжение)**

Кинетические коэффициенты	$\frac{m_{c1}}{m_0}$	$\frac{m_{c2}}{m_0}$	$\frac{m_{c3}}{m_0}$	$S_{\text{extr1}}$	$S_{\text{extr2}}$	$S_{\text{extr3}}$
$R_{12,3}$	$6.86 \cdot 10^{-2}$	$6.0 \cdot 10^{-2}$	$6.95 \cdot 10^{-2}$	$1.22 \cdot 10^{-40}$	$1.1 \cdot 10^{-40}$	$1.23 \cdot 10^{-40}$
$\rho_{22}$	$6.17 \cdot 10^{-2}$	$5.75 \cdot 10^{-2}$	$6.17 \cdot 10^{-2}$	$1.1 \cdot 10^{-40}$	$1.02 \cdot 10^{-40}$	$1.1 \cdot 10^{-40}$

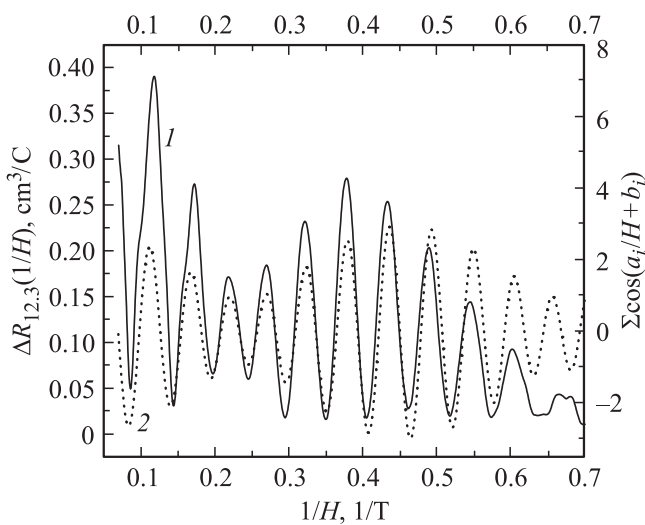
перегибом осцилляции  $\Delta R_{12,3}(1/H)$ , а второй максимум (в большем поле) совпадает с максимумом осцилляции  $\Delta R_{12,3}(1/H)$ .

Для нахождения параметров квантовых осцилляций  $R_{12,3}$  и  $\rho_{22}$  используется модель наложения трех гармонических колебаний  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$ , два из которых имеют близкие частоты, что приводит к появлению биений. Выбор параметров модели, обуславливающий наилучшее согласие с экспериментальными данными биений квантовых осцилляций, позволяет определить параметры квантовых осцилляций  $R_{12,3}$  и  $\rho_{22}$ .

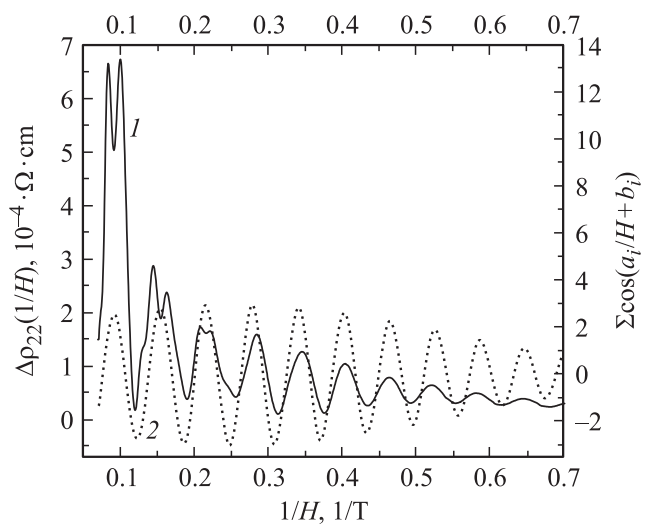
На рис. 5, 6 для образца с концентрацией электронов  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  приведены наблюдаемые на эксперименте биения квантовых осцилляций коэффици-

ента Холла  $R_{12,3}(1/H)$  и сопротивления  $\rho_{22}(1/H)$  при  $T = 1.5 \text{K}$ . На этих рисунках также приведены смоделированные биения колебаний трех функций, то есть  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$ . Для смоделированных биений колеба-

ний функций  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$  в начале этой процедуры параметры  $a_i$  выбирались таким образом, чтобы период колебаний  $\Delta_i = 1/a_i$  функции  $\cos(a_i/H \pm b_i)$  отклонялся от  $\Delta_0 = 6.77 \cdot 10^{-6} \text{Oe}^{-1}$  (см. табл. 1), когда магнитное поле **H** строго совпадает с тригональной осью  $C_3$ , не более чем на  $\sim 10\%$ . Затем проводилось варьирование параметров  $a_i$  и  $b_i$  таким образом, чтобы добиться наилучшего согласия с экспериментальными данными. Удовлетворительное согласие биений квантовых осцил-



**Рис. 5.** Биения квантовых осцилляций коэффициента Холла  $\Delta R_{12,3}(1/H)$  для  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  при  $T = 1.5 \text{K}$  (1). Аппроксимация кривой 1 модельной функцией  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$  (2).



**Рис. 6.** Биения квантовых осцилляций удельного сопротивления  $\Delta \rho_{22}(1/H)$  для  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$  с  $n = 7 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$  при  $T = 1.5 \text{K}$  (1). Аппроксимация кривой 1 модельной функцией  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$  (2).

ляций на эксперименте и смоделированных биений колебаний с помощью функции  $\sum_{i=1}^3 \cos(a_i/H + b_i)$  позволило найти периоды квантовых осцилляций  $\Delta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) в трех эллипсоидах. Далее, используя формулы (5), (6), (7), которые выражают  $m_{ci}$ ,  $\omega_{ci}$ ,  $S_{extri}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) через периоды квантовых осцилляций  $\Delta_i$ , вычислялись циклотронные массы электронов  $m_{ci}$ , циклотронные частоты квантовых осцилляций  $\omega_{ci}$  при  $H = 5$  Т и экстремальные сечения  $S_{extri}$  для трех эллипсоидов. Результаты этих вычислений приведены в табл. 2.

Приведенные в табл. 2 периоды квантовых осцилляций  $\Delta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) для электронов в трех эллипсоидах, найденные из биений квантовых осцилляций коэффициента Холла  $R_{12,3}$  и из биений квантовых осцилляций сопротивления  $\rho_{22}$ , различаются между собой на  $\sim 2.5\%$  для  $\Delta_2$  и на  $\sim 10\%$  для  $\Delta_1$  и  $\Delta_3$ .

Как и следовало ожидать, параметры квантовых осцилляций, полученные из анализа биений, отличаются от параметров квантовых осцилляций для этого образца, когда магнитное поле  $\mathbf{H}$  строго совпадает с кристаллографической осью  $C_3$  (табл. 1). Проведенные оценки показали, что такое различие параметров соответствует углу отклонения направления магнитного поля  $\mathbf{H}$  от тригональной оси  $C_3$  на  $\alpha \sim 1^\circ$ .

#### 4. Заключение

Таким образом, анализ биений квантовых осцилляций позволяет оценить величину даже небольшого отклонения направления магнитного поля от кристаллографической оси, что продемонстрировано на примере тригональной оси монокристаллов  $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ . Биения квантовых осцилляций в монокристаллах  $n\text{-Bi-Sb}$  будут наблюдаться как при отклонении магнитного поля  $\mathbf{H}$  от тригональной оси  $C_3$ , так и при небольшом отклонении магнитного поля  $\mathbf{H}$  от бинарной оси  $C_2$  и биссекторной оси  $C_1$ . В случае, когда магнитное поле  $\mathbf{H}$  отклоняется от биссекторной оси  $C_1$ , циклотронные частоты  $\omega_c$  для побочных эллипсоидов будут отличаться, и будут наблюдаться биения квантовых осцилляций для электронов этих эллипсоидов, которые еще будут складываться с квантовыми осцилляциями для электронов главного эллипсоида. В случае отклонения магнитного поля  $\mathbf{H}$  от бинарной оси  $C_2$  циклотронные частоты  $\omega_c$  для электронов побочных эллипсоидов также будут отличаться, что приведет к биению квантовых осцилляций, а осцилляции для электронов главного эллипсоида в этом случае происходят в интервале больших магнитных полей.

При возможности плавного изменения небольшого угла между приложенным магнитным полем и кристаллографической осью образца, именно исчезновение биений квантовых осцилляций может служить надежным способом определения точного совпадения направления поля и кристаллографической оси образца.

#### Список литературы

- [1] Н.Б. Брандт, Р. Герман, Г.И. Гольшцева, Л.И. Девяткова, Д. Кусник, В. Краак, Я.Г. Пономарев. ЖЭТФ **83**, 2152 (1982); Г.А. Миронова, М.В. Судакова, Я.Г. Пономарев. ЖЭТФ **78**, 1830 (1980); Н.А. Редько, В.И. Польшин, В.В. Косарев, Г.А. Иванов. ФТТ **25**, 3138 (1983).
- [2] Н.А. Редько, В.Д. Каган, М.П. Волков. ФТТ **52**, 209 (2010).
- [3] Н.Б. Брандт, В.А. Кульбичинский, Н.Я. Минина. Письма в ЖЭТФ **26**, 637 (1977); Н.Б. Брандт, С.М. Чудинов. УФН **137**, 479 (1982); Л.А. Киракозова, Н.Я. Минина, А.В. Савин. Письма в ЖЭТФ **52**, 693 (1990).
- [4] Н.А. Редько, В.Д. Каган, М.П. Волков. ЖЭТФ **138**, 271 (2010).
- [5] Н.А. Редько, В.Д. Каган, М.П. Волков. ФТТ **53**, 1718 (2011).
- [6] Физический энциклопедический словарь. Сов. энциклопедия, М. (1983).
- [7] G. Oelgart, R. Herrmann. Phys. Status Solidi, B **58**, 181 (1973).
- [8] В.Д. Каган, Н.А. Редько, Н.А. Родионов, В.И. Польшин. ЖЭТФ **122**, 377 (2002).