05,17

Электронные спиновые волны на поверхности нанотрубки

© А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, М.А. Соляник

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,
Харьков, Украина

E-mail: georgiy.i.rashba@univer.kharkov.ua,
alexander.m.ermolaev@univer.kharkov.ua

(Поступила в Редакцию 8 февраля 2011 г.)

Рассматривается спектр спиновых волн в неферромагнитном электронном газе на поверхности нанотрубки в магнитном поле. Межэлектронное взаимодействие учтено в приближении Хартри–Фока. Тензор динамической спиновой восприимчивости электронного газа вычислен в приближении случайных фаз. В квантовом и квазиклассическом случаях рассчитаны спектры внутриподзонных и межподзонных магнонов. Показано, что при большом числе заполненных подзон частоты волн испытывают осцилляции типа де Гааза–ван Альфена и Ааронова–Бома с изменением плотности электронов и магнитного потока через сечение трубки.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Украины.

1. Введение

Электронные спиновые волны в неферромагнитных металлах в магнитном поле предсказаны на основе теории Ферми-жидкости Ландау [1,2], Силиным [3] и обнаружены экспериментально [4,5]. Они обусловлены обменным взаимодействием электронов. Их частоты расположены вблизи частоты спинового резонанса электронов. В [3] показано, в частности, что учет корреляции электронов может качественно изменить свойства металла. Силин реализовал идею о том, что резонансным переходам между уровнями энергии электронов в переменном поле сопутствуют ветви спектра коллективных возбуждений в проводнике [6–10]. Эта идея использована в работах [11–14], в которых предсказаны новые ветви в спектре спиновых волн в металлах и двумерном электронном газе вблизи частот резонансных переходов электронов между уровнями Ландау и магнитопримесными уровнями. В [15] предложен метод обнаружения этих ветвей в опытах с рассеянием нейтронов.

В работах [16–18] спиновые волны в неферромагнитных металлах изучались в приближении случайных фаз. В [16] они рассмотрены в отсутствие магнитного поля. Квантующее магнитное поле учел Эдвардс [17]. Он рассмотрел влияние магнитного поля на стонеровские и коллективные возбуждения в проводниках.

В связи с повышенным интересом к углеродным [19] и полупроводниковым [20] нанотрубкам целесообразно исследовать возможность распространения спиновых волн в неферромагнитной электронной жидкости на поверхности трубки. Многосвязность системы, существование дополнительного параметра — кривизны структуры — позволяют рассчитывать на появление новых эффектов, отсутствующих в образцах с плоской геометрией, на увеличение числа способов управления свойствами системы.

В настоящей работе в приближении случайных фаз рассматривается спектр поперечных спиновых волн в вырожденном электронном газе на поверхности цилиндрической нанотрубки в магнитном поле, параллельном ее оси. Электрон-электронное взаимодействие учитывается в приближении Хартри–Фока. В разделе 2 приведены компоненты тензора динамической спиновой восприимчивости электронного газа на поверхности трубки. В разделах 3, 4 в квантовом и квазиклассическом случаях рассчитаны спектры внутриподзонных и межподзонных магнонов. Результаты резюмированы в разделе 5.

2. Тензор динамической спиновой восприимчивости нанотрубки

Энергия электрона на поверхности цилиндрической нанотрубки в продольном магнитном поле в приближении Хартри–Фока равна [16–18,21–24]

$$\varepsilon_{lk}^{\sigma} = \varepsilon_0 \left(l + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{k^2}{2m_*} + g n_{-\sigma} + \sigma \mu B, \qquad (1)$$

где m_* и μ — эффективная масса и спиновый магнитный момент электрона, $l = 0, \pm 1, \dots$ — азимутальное квантовое число, k — проекция импульса электрона на ось трубки z, $\sigma = \pm 1$ — спиновое квантовое число, $\varepsilon_0 = 1/2m_* a^2$ — вращательный квант, a — радиус трубки, $\Phi = \pi a^2 B$ — поток магнитной индукции B через сечение трубки, $\Phi_0 = 2\pi c/e$ — квант потока [21–24], n_σ — поверхностная плотность электронов с проекцией спина σ, g — константа контактного взаимодействия электронов. Она связана с параметром B_0, входящим в функцию рассеяния Ландау [6–11], соотношением $B_0 = \nu g$, где $\nu = m_*/2\pi$ — плотность состояний двумерного электронного газа. В формуле (1) и далее квантовая постоянная принята равной единице. Спектр (1) представляет собой набор одномерных соприкасающихся подзон, границы $\varepsilon_{l0}^{\pm} = \varepsilon_l^{\pm}$ которых неэквидистантны.

(Индексы $\pm$ соответствуют значениям $\sigma = \pm 1$). Плотность состояний электронов имеет корневые особенности на этих границах.

Линейная реакция электронных спинов на слабое переменное магнитное поле $\exp[i(m\varphi + qz - \omega t)]$ (φ, z — цилиндрические координаты) характеризуется циркулярными компонентами тензора спиновой восприимчивости [16–18]

$$\chi_\pm(m, q, \omega) = \chi^0_\pm(m, q, \omega)\left[1 - \frac{g}{2\mu^2}\chi^0_\pm(m, q, \omega)\right]^{-1}, \quad (2)$$

зависящими от целого числа m, волнового числа q и частоты ω. Здесь

$$\chi^0_\pm(m, q, \omega) = \frac{2\mu^2}{S}\sum_{lk}\frac{f\left(\varepsilon^\pm_{lk}\right) - f\left(\varepsilon^\mp_{(l+m)(k+q)}\right)}{\varepsilon^\mp_{(l+m)(k+q)} - \varepsilon^\pm_{lk} - \omega - i0}, \quad (3)$$

$f(\varepsilon)$ — функция Ферми, $S = 2\pi a L$ — площадь боковой поверхности трубки длиной L. Частота $\omega_m(q)$ циркулярно поляризованной спиновой волны с положительной спиральностью является корнем дисперсионного уравнения

$$1 - \frac{g}{2\mu^2}\chi^0_-(m, q, \omega) = 0 \quad (4)$$

вне секторов Стонера на плоскости $q - \omega$. Поскольку (2) и (3) — периодические функции отношения потоков $\eta = \Phi/\Phi_0$, при изменении η можно ограничиться промежутком [0, 1].

Если электронный газ вырожден, вещественная часть восприимчивости (3) имеет вид

$$\operatorname{Re}\chi^0_-(m, q, \omega) = \frac{\nu\mu^2}{\pi q a}$$
$$\times \sum_l \ln\left|\frac{(\Omega_- - qv^+_l - \omega_+)(\Omega_+ + qv^-_l - \omega_-)}{(\Omega_- + qv^+_l - \omega_+)(\Omega_+ - qv^-_l - \omega_-)}\right|, \quad (5)$$

где

$$\Omega_\pm(m, l) = \Omega + \varepsilon_0\lfloor 2m(l+\eta) \pm m^2\rfloor \quad (6)$$

— частоты „вертикальных“ переходов электронов между подзонами спектра (1), $\Omega = g\Delta n + \Omega_0$, $\Delta n = n_- - n_+$, $\Omega_0 = 2\mu B$ — частота спинового резонанса, $\omega_\pm = \omega \pm (q^2/2m_*)$,

$$v^\sigma_l = \sqrt{\frac{2}{m_*}}\left(\mu_0 - \varepsilon^\sigma_l\right)^{1/2} \quad (7)$$

— максимальная скорость электронов в подзоне (l, σ), μ_0 — энергия Ферми. Суммирование по l в (5) ограничено номером последнего заполненного уровня ε^σ_l поперечного движения электронов. Границами секторов Стонера являются параболы

$$\omega = \Omega_\pm \pm qv^\pm_l \pm \omega_q, \quad (8)$$

где $\omega_q = q^2/2m_*$.

В разделах 3 и 4 функция (5) использована для расчета спектра поперечных спиновых волн, распространяющихся вдоль трубки, вблизи частот переходов электронов с перебросом спина $- \to +$.

3. Внутриподзонные магноны

При $m = 0$ частоты (6) равны Ω, а параболы (8) превращаются в $\omega = \Omega \pm qv^\pm_l \pm \omega_q$. В этом случае электроны совершают квантовые переходы с перебросом спина $- \to +$ в пределах подзоны. Поскольку радиусы обычно используемых нанотрубок порядка 10^{-6} cm, вращательный квант ε_0 в достижимых магнитных полях существенно превышает спиновое и обменное расщепление уровней: $\varepsilon_0 \gg \Omega$. Это означает, что электроны в вырожденном газе заполняют несколько нижних подзон спектра (1). Взаимное расположение уровней зависит от магнитного потока. Если $\eta < 1/2$, $\varepsilon_0(1 - 2\eta) > \Omega$, имеем $\varepsilon^-_0 < \varepsilon^+_0 < \varepsilon_{-1}$. Если же $\eta > 1/2$, последовательность нижних уровней иная: $\varepsilon^-_{-1} < \varepsilon^-_0 < \varepsilon^+_0$.

Рассмотрим случай $\eta < 1/2$, когда частично заполнена лишь нижняя подзона: $\varepsilon^-_0 < \mu_0 < \varepsilon^+_0$. Плотность электронов в этом случае должна удовлетворять условию

$$n_- < \frac{\left(m_*\Omega/2\right)^{1/2}}{\pi^2 a}. \quad (9)$$

Тогда решение дисперсионного уравнения (4) имеет вид

$$\omega(q) = \Omega + \omega_q - qv^-_0 \operatorname{cth}\frac{q}{Q}, \quad (10)$$

где $Q = \nu g/\pi a$. Если $q \ll Q$, из этой формулы получаем

$$\omega(q) = \omega_0 - \frac{\pi v^-_0 a q^2}{3\nu g}\left(1 - \frac{3\nu g}{2\pi m_* v^-_0 a}\right). \quad (11)$$

Здесь

$$\omega_0 = \Omega\left(1 - \frac{v^-_0 \nu g}{\pi a \Omega}\right) \quad (12)$$

— предельная частота волны со спектром (10). Дисперсия этой волны аномальная. Ветвь (10) расположена ниже границы сектора Стонера $\omega = \Omega - qv^-_0 + \omega_q$. Бесстолкновительное затухание этой волны отсутствует. Для численных оценок используем параметры полупроводниковой нанотрубки на основе GaAs [20]: $v^-_0 = 10^2$ cm/s, $a = 10^{-6}$ cm и $B_0 = \nu g = 0.2$ — типичное значение параметра B_0 в теории Ферми-жидкости [7]. Тогда относительное расстояние между углом сектора Стонера Ω и предельной частотой (12) в поле $B = 10$ T равно $v^-_0 \nu g/\pi a\Omega = 0.36$.

Формула (10) справедлива и в случае $\eta > 1/2$, $\varepsilon^-_{-1} < \mu_0 < \varepsilon^-_0$, если в ней v^-_0 заменить на v^-_{-1}, а вместо (9) потребовать, чтобы выполнялось неравенство

$$n_- < \frac{\left[m_*\varepsilon_0(\eta - 1/2)\right]^{1/2}}{\pi^2 a}.$$

С увеличением числа заполненных подзон растет число ветвей спектра спиновых волн. В случае $\eta < 1/2$, когда энергия Ферми расположена в интервале $(\varepsilon_0^+, \varepsilon_{-1}^-)$, а плотность электронов удовлетворяет неравенству

$$n = n_+ + n_- < \sqrt{\frac{m_*}{2}} \times \left\{ \left[\varepsilon_0(1-2\eta)\right]^{1/2} + \left[\varepsilon_0(1-2\eta) - \Omega\right]^{1/2} \right\} \Big/ \pi^2 a,$$

существуют две ветви спектра спиновых волн

$$\omega_\pm(q) = \frac{1}{2}\left(2\Omega - q\Delta v \operatorname{cth}\frac{q}{Q}\right) \pm \frac{1}{2}\left\{\left[q(v_0^+ + v_0^-)\operatorname{cth}\frac{q}{Q} - 2\omega_q\right]^2 + 4q^2 v_0^+ v_0^- \left(1 - \operatorname{cth}^2\frac{q}{Q}\right)\right\}^{1/2} \tag{13}$$

где $\Delta v = v_0^- - v_0^+$. Предельные частоты этих волн равны $\omega_+(0) = \Omega$, $\omega_-(0) = \Omega - Q\Delta v$. В длинноволновом пределе верхняя ветвь уходит в сектор Стонера, а для нижней при $q \ll Q$ получаем

$$\omega_-(q) = \omega_-(0) - \frac{Q}{3\Delta v}\left(\frac{q}{Q}\right)^2 \left(v_0^{+2} + v_0^+ v_0^- + v_0^{-2}\right).$$

Дисперсия этой волны аномальная. Дисперсионная кривая $\omega_-(q)$ расположена в окне прозрачности для спиновых волн ниже границы сектора Стонера $\omega = \Omega - qv_0^- + \omega_q$.

Если $\eta > 1/2$, $\varepsilon_0^- < \mu_0 < \varepsilon_0^+$,

$$n < \sqrt{\frac{m_*}{2}}\left\{\Omega^{1/2} + \left[\varepsilon_0(2\eta - 1) + \Omega^{1/2}\right]\right\} \Big/ \pi^2 a,$$

то по-прежнему существуют две ветви

$$\omega_{1,2}(q) = \frac{1}{2}\left[2\Omega - q(v_1 + v_2)\operatorname{cth}\frac{q}{Q} + 2\omega_q\right] \pm \frac{1}{2}\left[q^2(v_1 + v_2)^2 \operatorname{cth}^2\frac{q}{Q} - 4q^2 v_1 v_2\right]^{1/2}, \tag{14}$$

где $v_1 = v_{-1}^-$, $v_2 = v_0^-$. Предельные частоты этих волн равны $\omega_1(0) = \Omega$, $\omega_2(0) = \Omega - Q(v_1 + v_2)$. При $q \ll Q$ из формулы (14) получаем

$$\omega_1(q) = \omega_1(0) + \omega_q - Q\left(\frac{q}{Q}\right)^2 \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2},$$

$$\omega_2(q) = \omega_2(0) - Q\left(\frac{q}{Q}\right)^2 \frac{v_1^2 - v_1 v_2 + v_2^2}{v_1 + v_2}.$$

Бесстолкновительное затухание волны с частотой $\omega_2(q)$ отсутствует, так как соответствующая дисперсионная кривая расположена ниже границы сектора Стонера $\omega = \Omega - qv_1 + \omega_q$.

При большом числе заполненных подзон $\mu_0 \gg \varepsilon_0$. Тогда входящую в (3) сумму по l можно вычислить при помощи формулы Пуассона. В результате функция (3) и спектр спиновых волн имеют монотонные и осциллирующие слагаемые. Выпишем их для случая $\mu_0 \gg \varepsilon_0, \Omega$. Ограничиваясь при $qv \ll |\omega - \Omega|$ членами порядка q^2, получаем

$$\omega(q) = \omega_0 + \frac{\mu_0 q^2}{m_*\Omega}\left[1 - \frac{1}{\nu g} + \left(1 + \frac{2}{\nu g}\right)\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/4} \times \sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{3/2}}\cos 2\pi r\eta \sin\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4}\right)\right], \tag{15}$$

где

$$\omega_0 = \Omega\left\{1 - \nu g\left[1 + \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/4} \times \sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r^{3/2}}\cos 2\pi r\eta \sin\left(2\pi r\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} - \frac{\pi}{4}\right)\right]\right\} \tag{16}$$

— предельная частота волны. Дисперсия этой волны аномальная. Ее частота меньше Ω. Кривизна наноструктуры обусловливает осцилляции спектра спиновых волн типа де Гааза–ван Альфена и Ааронова–Бома. Такие осцилляции спектра плазменных волн предсказаны в работах [25–27]. Осцилляции типа де Гааза–ван Альфена связаны с корневыми особенностями плотности состояний электронов на трубке. Осцилляции обусловлены пересечением этих особенностей с границей Ферми при изменении плотности электронов или радиуса трубки. С изменением $\mu_0^{1/2} = (n/2\nu)^{1/2}$ период осцилляций равен $\tau_n = (2m_* a)^{-1/2}$. Если же изменяется радиус трубки, получаем для периода выражение $\tau_a = (2m_*\mu_0)^{-1/2}$. Эти осцилляции существуют и в отсутствие магнитного поля. С изменением магнитного потока период осцилляций равен кванту потока Φ_0. Относительная амплитуда осцилляций частоты ω_0 пропорциональна малому параметру $\nu g(\varepsilon_0/\mu_0)^{3/4}$. Монотонная часть спектра (15) совпадает с частотой спиновых волн в двумерном электронном газе в отсутствие магнитного поля [14]. Он получается, если разрезать цилиндр по образующей и развернуть на плоскость.

4. Межподзонные магноны

Если $m \neq 0$, электроны, поглощая кванты момента m и импульса q переменного поля, совершают межподзонные переходы на более высокие свободные уровни. Снова ограничимся заполнением двух нижних подзон в случаях $\eta < 1/2$ и $\eta > 1/2$. Если $\eta < 1/2$ и $\varepsilon_0^+ < \mu_0 < \varepsilon_{-1}^-$, резонансные частоты (6) равны $\Omega_\pm = \Omega + \varepsilon_0(2m\eta \pm m^2)$. Величина Ω_- отрицательная, если только радиус трубки не слишком велик. Поэтому существует одна ветвь спектра спиновых волн

$$\omega(q) = \frac{1}{2}\left(\Omega_+ + \Omega_- - q\Delta v \operatorname{cth}\frac{q}{Q}\right) + \frac{1}{2}\left\{\left(\Omega_+ - \Omega_- - q(v_+ + v_-)\operatorname{cth}\frac{q}{Q} + 2\omega_q\right)^2 + 4q^2 v_+ v_-\left(1 - \operatorname{cth}^2\frac{q}{Q}\right)\right\}^{1/2}, \quad (17)$$

где $v_+ = v_0^+$, $v_- = v_0^-$, $\Delta v = v_- - v_+$. Предельная частота этой волны равна

$$\omega(0) = \frac{1}{2}(\Omega_+ + \Omega_- - Q\Delta v) + \frac{1}{2}\left\{\left(\Omega_+ - \Omega_- - Q(v_+ + v_-)\right)^2 - 4Q^2 v_+ v_-\right\}^{1/2}.$$

Ветвь (17) расположена в окне прозрачности ниже границы сектра Стонера $\omega = \Omega_+ - qv_- + \omega_q$. Когда νg уменьшается, ветвь (17) приближается к этой границе.

Если $\eta > 1/2$ и $\varepsilon_0^- < \mu_0 < \varepsilon_{-1}^+$, резонансные частоты (6) равны

$$\Omega_1 = \Omega + \varepsilon_0\lfloor 2m(-1+\eta) + m^2\rfloor,$$

$$\Omega_2 = \Omega + \varepsilon_0\lfloor 2m\eta + m^2\rfloor.$$

Они положительны. В спектре магнонов существуют две ветви

$$\omega_{1,2}(q) = \frac{1}{2}\left[\Omega_1 + \Omega_2 - q(v_1 + v_2)\operatorname{cth}\frac{q}{Q} + 2\omega_q\right] \pm \frac{1}{2}\left\{\left[\Omega_2 - \Omega_1 + q(v_1 - v_2)\operatorname{cth}\frac{q}{Q}\right]^2 - 4q^2 v_1 v_2\left(1 - \operatorname{cth}^2\frac{q}{Q}\right)\right\}^{1/2}. \quad (18)$$

Предельные частоты этих волн равны

$$\omega_{1,2}(0) = \frac{1}{2}\left[\Omega_1 + \Omega_2 - Q(v_1 + v_2)\right] \pm \frac{1}{2}\left\{\left[\Omega_2 - \Omega_1 + Q(v_1 - v_2)\right]^2 + 4Q^2 v_1 v_2\right\}^{1/2}.$$

В этом случае область бесстолкновительного затухания магнонов состоит из двух секторов Стонера между параболами $\omega = \Omega_1 \pm qv_1 + \omega_q$ и $\omega = \Omega_2 \pm qv_2 + \omega_q$. Нижняя ветвь $\omega_1(q)$ расположена в окне прозрачности ниже границы сектора Стонера $\omega = \Omega_1 - qv_1 + \omega_q$, а верхняя $\omega_2(q)$ — в „треугольном“ окне между параболами $\omega = \Omega_1 + qv_1 + \omega_q$ и $\omega = \Omega_2 - qv_2 + \omega_q$. Когда параметр νg убывает, корень $\omega_1(q)$ приближается к параболе $\omega = \Omega_1 - qv_1 + \omega_q$, а корень $\omega_2(q)$ — к параболе $\omega = \Omega_2 - qv_2 + \omega_q$.

5. Заключение

Рассмотренные в настоящей работе особенности спектра спиновых волн обусловлены спектром (1) электронов проводимости на трубке. Он представляет собой набор одномерных подзон, границы которых неэквидистантны. Плотность состояний электронов имеет корневые особенности на этих границах. Это сближает спектр нанотрубки со спектром электронного газа в квантующем магнитном поле. Поэтому естественно ожидать осцилляций тензора динамической спиновой восприимчивости и спектра магнонов при прохождении этих особенностей через границу Ферми. Эти осцилляции существуют в отсутствие магнитного поля. Измерение периода осцилляций позволяет получить эффективную массу электрона или радиус трубки. На эти осцилляции накладываются осцилляции Ааронова–Бома, обусловленные топологией системы. Дополнительные особенности связаны с многосортностью системы носителей в различных подзонах с противоположными ориентациями спина. В результате с ростом числа заполненных подзон увеличивается число ветвей спектра магнонов. Рассмотренные в настоящей работе спиновые волны могут быть обнаружены в опытах с рассеянием света и нейтронов нанотрубки.

Список литературы

[1] Л.Д. Ландау. ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).
[2] Л.Д. Ландау. ЖЭТФ **32**, 59 (1957).
[3] В.П. Силин. ЖЭТФ **35**, 1243 (1958).
[4] S. Schultz, G. Dunifer. Phys. Rev. Lett. **18**, 283 (1967).
[5] P.M. Platzman, P.A. Wolff. Phys. Rev. Lett. **18**, 280 (1967).
[6] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Статистическая физика. Наука, М. (1978). Ч. 2. 448 с.
[7] Ф. Платцман, П. Вольф. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. Мир, М. (1975). 440 с.
[8] А.С. Кондратьев, А.Е. Кучма. Электронная жидкость нормальных металлов. Изд-во ЛГУ, Л. (1980). 200 с.
[9] А.С. Кондратьев, А.Е. Кучма. Лекции по теории квантовых жидкостей. Изд-во ЛГУ, Л. (1989). 264 с.
[10] В.И. Окулов, В.П. Силин. Тр. ФИАН **158**, 3 (1985).
[11] А.М. Ермолаев. ФТТ **30**, 1065 (1988).
[12] А.М. Ермолаев, Н.В. Ульянов. ФНТ **18**, 1375 (1992).
[13] Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев. ФНТ **24**, 647 (1998).
[14] А.М. Ермолаев, Н.В. Ульянов. Спиновые волны в неферромагнитных проводниках с примесными состояниями электронов. Изд-во ХНУ им. В.Н. Каразина, Харьков (2006). 140 с.
[15] А.М. Ермолаев, Н.В. Ульянов. ФТТ **34**, 1676 (1992).
[16] T. Izuyama, D.-J. Kim, R. Kubo. J. Phys. Soc. Jpn. **18**, 1025 (1963).

[17] D.M. Edwards. J. Phys. C **2**, 84 (1969).
[18] S. Doniach, E. Sondheimer. Green's functions for solid state physicists. W. Benjamin, N.Y. (1974). 266 p.
[19] S. Iijima. Nature (London) **354**, 56 (1991).
[20] Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик, М.В. Энтин. УФН **175**, 995 (2005).
[21] M.F. Lin, K.W.-K. Shung. Phys. Rev. B **47**, 6617 (1993).
[22] O. Sato, Y. Tanaka, M. Kobayashi, A. Hasegawa. Phys. Rev. B **48**, 1947 (1993).
[23] M.F. Lin, K.W.-K. Shung. Phys. Rev. B **48**, 5567 (1993).
[24] P. Longe, S.M. Bose. Phys. Rev. B **48**, 18 239 (1993).
[25] А.И. Ведерников, А.О. Говоров, А.В. Чаплик. ЖЭТФ **120**, 979 (2001).
[26] Р.З. Витлина, Л.И. Магарилл, А.В. Чаплик. ЖЭТФ **133**, 906 (2008).
[27] П.А. Эминов, Ю.В. Перепелкина, Ю.И. Сезонов. ФТТ **50**, 2220 (2008).