

Электронные корреляции и неустойчивость двухцентрового биполярона

© Н.И. Каширина*, В.Д. Лахно, В.В. Сычев

Институт математических проблем биологии Российской академии наук,
142290 Пущино, Московская обл., Россия

*Институт физики полупроводников Национальной академии наук Украины,
03028 Киев, Украина

E-mail: kashirin@class.semicond.kiev.ua

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 14 марта 2002 г.)

Рассчитана энергия биполярона большого радиуса для различных расстояний между центрами поляризационных ям двух поляронов. Одновременно учтены электронные корреляции (явная зависимость волновой функции системы от расстояния между электронами) и перестановочная симметрия двухэлектронной волновой функции. Рассмотрено низшее синглетное и триплетное 2^3S -состояние биполярона. Синглетный биполярон стабилен в области значений параметра ионной связи $\eta \leq \eta_m \approx 0.143$ ($\eta = \epsilon_\infty/\epsilon_0$, где ϵ_∞ и ϵ_0 — высокочастотная и низкочастотная диэлектрические проницаемости). Единственный энергетический минимум соответствует конфигурации одноцентрового биполярона (аналог атома гелия). Энергия связи биполярона при $\eta \rightarrow 0$ составляет $J_{\text{Вр}} = -0.136512e^4 m^*/\hbar^2 \epsilon_\infty^2$ (e и m^* — заряд и эффективная масса зонного электрона), или 25.8% от удвоенной энергии полярона. Триплетный биполярон (аналог ортогелия) в рассматриваемой системе энергетически не выгоден. Одноцентровая конфигурация для триплетного биполярона соответствует резкому максимуму на зависимости полной энергии от расстояния $J_{\text{Вр}}(R)$, поэтому переход биполярона в ортосостояние, возможный, например, в результате обменного рассеяния, приведет к распаду связанного двухчастичного состояния. Обменное взаимодействие между поляронами имеет антиферромагнитный (АФ) характер.

При выполнении условий вигнеровской кристаллизации поляронного газа наличие АФ-обменного взаимодействия между поляронами может привести к АФ-упорядочению в системе поляронов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-07-90317).

Проблема биполярона пережила повторное рождение в связи с открытием высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП). Исправление досадных численных ошибок, допущенных в первых работах, посвященных биполяронной тематике (см. по этому поводу обзор [1]), было проведено в работе [2]. Энергетический минимум, полученный в [2] для одноцентрового биполярона (или биполярона Пекара [3]), был значительно ниже соответствующего минимума для двухцентрового биполярона, впервые рассмотренного в [4]. Позднее результаты работы [2] были воспроизведены в [5] как на пекаровских, так и на гауссовых функциях. Одноцентровый биполярон по пространственной конфигурации является аналогом атома гелия, а двухцентровый — аналогом молекулы водорода.

Значительный выигрыш в энергии основного состояния одноцентрового биполярона по сравнению с двухцентровым, по существу, прекратил исследования молекулярной конфигурации биполярона. Исключение составляют работы Мухоморова (см., например, [6,7] и ссылки там), в которых продолжается исследование двухцентровой конфигурации, несмотря на то что энергетический минимум, полученный в [2], значительно более глубокий, чем найденный в [6,7]. Тем не менее до настоящего времени не было изучено поведение энергии двухэлектронной системы как функции рас-

стояния между центрами поляризационных ям двух поляронов с учетом межэлектронных корреляций (здесь и далее под межэлектронными корреляциями подразумевается явная зависимость волновой функции (ВФ) двухэлектронной системы от расстояния между электронами).

При вариационных расчетах предпочтение следует отдавать наиболее глубокому минимуму на зависимости энергии от расстояния между центрами поляризационных ям системы, состоящей из двух поляронов. Задача будет решена (это является целью настоящей работы), если нам удастся для всех расстояний между центрами поляризационных ям поляронов воспроизвести (или улучшить) результаты вариационных расчетов, выполнявшихся до настоящего времени, учитывая при этом электронные корреляции. Только тогда можно сделать окончательный вывод о предпочтительности атомной или молекулярной конфигурации биполярона.

В последнее время интерес к поляронной и биполяронной тематике возродился также в связи с распространением исследований на анизотропные кристаллы, низкоразмерные структуры и системы с квантовыми ямами [8–13]. Проблема выбора пространственной конфигурации биполярона и учета электронных корреляций актуальна и для подобных систем.

1. Основные формулы и соотношения

Гамильтониан системы, состоящей из двух электронов и фононного поля, выберем в виде

$$H = \hbar\omega \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}} - a_{-\mathbf{k}}^+) (\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_1) + \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_2)) - \frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta_2 + \frac{e^2}{\varepsilon_{\infty} |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|},$$

$$V_{\mathbf{k}} = -i \frac{e}{k} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega}{V\tilde{\varepsilon}}}, \quad \frac{1}{\tilde{\varepsilon}} = \frac{1}{\varepsilon_{\infty}} - \frac{1}{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

V — объем кристалла, ω — частота оптических фононов, \mathbf{k} — волновой вектор фононов, $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения фононов с волновым вектором \mathbf{k} , ε_{∞} и ε_0 — высокочастотная и статическая диэлектрические проницаемости соответственно, $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — электронные координаты, m^* — эффективная масса электрона.

Первое слагаемое в (1) соответствует гамильтониану поля оптических фононов, второе — гамильтониану электрон-фононного взаимодействия двухэлектронной системы, записанному в форме Фрелиха; третий и четвертый члены — кинетическая энергия электронов; последнее слагаемое описывает кулоновское отталкивание электронов.

После канонического преобразования гамильтониана (1) $\exp(S_a)H\exp(-S_a)$ с $S_a = \sum_{\mathbf{k}} C_{\mathbf{k}}(a_{\mathbf{k}}^+ - a_{\mathbf{k}})$, варьирования по параметрам $C_{\mathbf{k}}$ (преобразование сдвига) и усреднения по фононным переменным получим следующее выражение для функционала основного состояния биполярона:

$$J_{\text{bp}} = \bar{T} + \bar{V}_{\text{ee}} + \bar{V}_{\text{ef}}, \quad (2)$$

$$\bar{T} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \langle \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | \Delta_1 + \Delta_2 | \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle,$$

$$\bar{V}_{\text{ee}} = \langle \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) | \frac{e^2}{\varepsilon_{\infty} r_{12}} | \Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle,$$

$$\bar{V}_{\text{ef}} = -\frac{2e^2}{\tilde{\varepsilon}} \int \frac{|\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 |\Psi(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)|^2}{r_{13}} d\tau_{12} d\tau_{34}.$$

В дальнейшем будем пользоваться эффективными атомными единицами, причем единицей энергии служит величина $e^4 m^* / \hbar^2 \varepsilon_{\infty}^2$, а единицей длины — эффективный борковский радиус $a_0^* = \hbar^2 \varepsilon_{\infty} / m^* e^2$.

В качестве пробной ВФ выберем следующую линейную комбинацию гауссовых орбиталей:

$$\Psi_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + (-1)^S \Phi(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1), \quad (3)$$

$$\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i=1}^n C_i \exp(-a_{1i} r_{a1}^2 - 2a_{2i}(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) - a_{3i} r_{b2}^2), \quad (4)$$

где $S = 0$ для синглетного состояния (симметричного по отношению к операции перестановки электронных

координат) и $S = 1$ для триплетного (антисимметричного) состояния биполярона, $\mathbf{r}_1(\mathbf{r}_2)$ — радиус-вектор первого (второго) электрона, отсчитанный от начала координат, расположенного посередине между точками a и b (центры полярионных ям). Ось Oz направлена от центра a к центру b . Расстояние между точками a и b равно R . Величины $C_i, a_{1i}, a_{2i}, a_{3i}$ — вариационные параметры. Электронные корреляции учитываются членом $\exp[-2a_{2i}(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2)]$ в (4). Поляронная ВФ выбирается в виде

$$\Psi_p(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^n c_i \exp(-\alpha_i r^2), \quad (5)$$

где c_i, α_i — вариационные параметры.

2. Результаты расчетов

2.1. Синглетный биполярон. На рис. 1 приведены зависимости энергии основного (синглетного) состояния биполярона от расстояния между центрами поляризонных ям при $\eta = \varepsilon_{\infty}/\varepsilon_0 = 0$ для ВФ (3) (для $n = 5$ в (4)) без учета ($a_{1i} = a_{3i}, a_{2i} = 0, i = 1, \dots, n$) и с учетом электронных корреляций. Как видно из рис. 1, роль электронных корреляций по мере роста расстояния между поляронами уменьшается. При увеличении расстояния между поляронами функционал биполяронной системы распадается на функционалы, соответствующие двум поляронам. Энергия биполярона стремится к удвоенной поляронной энергии, вычисленной в этом приближении ($J_p = -0.0542564$). Обратим внимание на то, что данное значение поляронной энергии получено нами при аппроксимации поляронной ВФ (5) пятью экспонентами и воспроизводит точный результат, полученный в [14].

Таким образом, энергетический минимум, соответствующий двухцентровому биполярону, полученный без учета электронных корреляций (кривая 1 на рис. 1), связан с менее удачным выбором электронной ВФ.

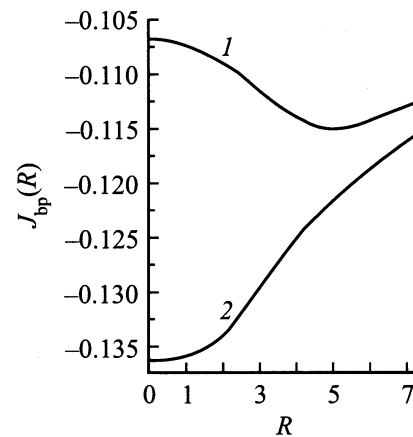


Рис. 1. Зависимость энергии биполярона от расстояния между центрами поляризонных ям без учета (1) и с учетом корреляции (2). Расчеты выполнялись для $n = 5$ в выражении (4).

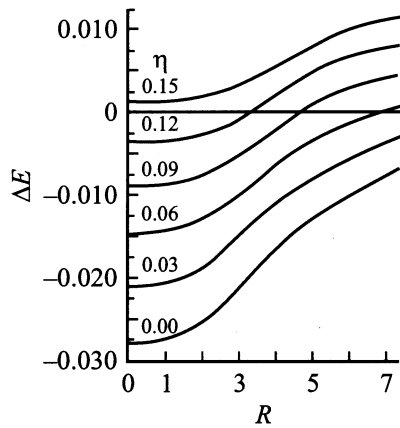


Рис. 2. Зависимость энергии связи биполярона от расстояния между центрами поляризационных ям для различных параметров ионной связи η . Расчеты выполнялись для $n = 5$ в выражении (4).

Подобные минимумы рассматривались в работах [4,6,7]. Заметим, что [4] была, насколько нам известно, первой работой, доказавшей на основании микроскопического расчета принципиальную возможность существования биполярона, что выделяет ее в ряду последующих работ по биполяронной тематике, несмотря на то что выбор ВФ был не самым удачным.

При сравнении результатов вариационных расчетов, выполненных с использованием различных ВФ, следует сравнивать абсолютные значения энергетических минимумов исследуемого функционала. Однако, как правило, энергия связи определяется в относительных единицах удвоенной поляронной энергии, вычисленной в том же приближении. В [5] были воспроизведены результаты работы [2], полученные для пекаровской ВФ $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = N(1 + \gamma r_{12})(1 + \alpha r_1)(1 + \alpha r_2) \exp(-\alpha(r_1 + r_2))$. Использование данной функции приводит при $\eta = 0$ к $\Delta E/2J_p \approx 0.22$. Энергия связи полярона определяется выражением $\Delta E = J_{bp} - 2J_p$, где $J_p = -0.0542564$ — точное значение поляронной энергии, полученное численным методом в пределе сильной связи в [14]. Область существования биполярона для пекаровской ВФ определяется условием $\eta \leq \eta_m = 0.125$. В [2] не приводились абсолютные значения энергии основного состояния биполярона, а несколько завышенные результаты для величины энергии связи и области существования полярона ($\Delta E/2J_p \approx 0.25$, $\eta_m \approx 0.14$) были связаны с тем, что энергия связи биполярона рассчитывалась для незначительно завышенного значения поляронной энергии, полученного для ВФ, выбранной в виде $(1 + \alpha r) \exp(-\alpha r)$. Завышенное значение энергии связи при $\eta \rightarrow 0$ приводится и в работе [15] ($\Delta E/2J_{pol} \approx 0.22$, $J_{pol} = 1/6\pi$), так как для ее определения используется поляронная ВФ в виде единственного гауссиана. При замене J_{pol} на точное в пределе сильной связи значение J_p для двухэлек-

тронной ВФ $\varphi(r_1, r_2) = N(1 + \gamma r_{12}^2) \exp(-\mu^2(r_1^2 + r_2^2))$, использовавшейся в [15], получим $\Delta E/2J_p \approx 0.193$.

Приведем абсолютную величину энергии основного состояния, найденную нами с использованием ВФ (3) для $n = 11$ в (4): $J_{bp} = -0.136512$, или в безразмерных единицах $\Delta E/2J_p \approx 0.258$, $\eta_m \approx 0.143$.

На рис. 2 приведены зависимости энергии связи биполярона от расстояния между центрами поляризационных ям для различных параметров η (для $n = 5$ в (4)).

2.2. Триплетный биполярон. При изучении фотопроводимости в YBCO Девинг и Салье [16] в инфракрасной области частот обнаружили широкий пик поглощения с максимумом вблизи волнового числа $5.5 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}$. По их интерпретации, этот пик соответствует переходу бозонов из основного (синглетного) в возбужденное метастабильное триплетное состояние. Эти же авторы предположили, что в определенном температурном интервале наряду с синглетными существуют и триплетные биполяроны и что именно триплетные биполяроны ответственны за уширение линий ЯМР Си и О в YBCO. Причем заселенность триплетных уровней должна возрастать с ростом температуры так, что при $T \approx 200 \text{ K}$ основное участие в проводимости должны принимать именно триплетные биполяроны. Позднее действительно удалось наблюдать при этой температуре предсказанное в [16] изменение формы кривой зависимости удельного сопротивления от температуры (см. обзор [17] и ссылки там).

Мы провели расчеты энергии триплетного биполярона (аналог ортогелия). Наилучшее численное значение, полученное с использованием ВФ (3) при $\eta = 0$ для энергии, соответствующей одноцентровой ($R = 0$) конфигурации триплетного биполярона, составило $J_{or} = -0.076082$.

При увеличении расстояния между центрами поляризационных ям энергия, соответствующая триплетному терму биполярона, монотонно понижается (в полной аналогии с $^3\Sigma_u$ -термом молекулы водорода). В точке $R = 0$ наблюдается достаточно резкий максимум на зависимости энергии от расстояния. Последнее свидетельствует о неустойчивости триплетного 2^3S -состояния, которое может возникнуть, например, в неравновесных условиях при обменном рассеянии на биполяронах зонных электронов. При этом биполяроны распадаются на изолированные поляроны.

2.3. Взаимодействие между поляронами на больших расстояниях. Обратим внимание на наличие антиферромагнитного обменного взаимодействия между поляронами. На достаточно больших расстояниях, когда корреляционные эффекты становятся незначительными, ВФ биполярона можно представить в виде симметризованного (синглетное состояние) либо антисимметризованного (триплетное состояние) произведения поляронных ВФ. Тогда с точностью до квадратичных по интегралу перекрытия K слагаемых энергия

взаимодействия двух поляронов имеет вид

$$E_{\text{int}} = E_1 - J_{\text{ex}} S_1 S_2, \quad (6)$$

где S_1 и S_2 — спины первого и второго электронов,

$$E_1 = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \frac{a(1)^2 b(2)^2}{r_{12}} d\mathbf{r}_{12}, \quad (7)$$

$$J_{\text{ex}} = \frac{1}{\varepsilon_\infty} K_1 - \frac{4}{\varepsilon} K_2 K, \quad (8)$$

$$K_1 = \int \frac{a(1)b(1)a(2)b(2)}{r_{12}} d\mathbf{r}_{12},$$

$$K_2 = \int \frac{a(1)b(1)b(2)^2}{r_{12}} d\mathbf{r}_{12}, \quad K = \int a(1)b(1) d\mathbf{r}_1.$$

Здесь используются обычные для двухцентровых систем координат обозначения: $a(1)$, $b(1)$ — ВФ полярона, центрированные в точках a и b соответственно ($a(1) \equiv \Psi_p(\mathbf{r}_{a1})$, $b(1) \equiv \Psi_p(\mathbf{r}_{b1})$).

В (8) первое слагаемое соответствует ферромагнитному кулоновскому обмену, второе описывает антиферромагнитное (АФ) взаимодействие между поляронами, обусловленное фононным вкладом.

Таким образом, на больших расстояниях поляроны отталкиваются, а спин-зависящая часть взаимодействия (суммарный обмен) имеет АФ-характер (при $\eta \rightarrow 0$ $E_1 \approx 1/\varepsilon_0 R$, $J_{\text{ex}} \approx -3K^2/R$). Отсюда также следует, что для образования биполяронного состояния необходимо преодоление потенциального барьера.

3. Обсуждение результатов

В связи с тем, что поляроны на больших расстояниях отталкиваются, поляронная система может вести себя аналогично электронному газу с кулоновским отталкиванием между частицами. При достаточно малых концентрациях в этой системе, так же как и в электронном газе [18], возможен переход в состояние кристалла Вигнера при выполнении условия $k_B T < e^2/\varepsilon_0 a$ (a — расстояние между частицами). Вопросам, связанным с рассмотрением вигнеровской кристаллизации поляронного газа, посвящен ряд работ. Так, в [19,20] показано, что система поляронов (континуальное приближение) может кристаллизоваться в гексагональную решетку, период которой определяется концентрацией поляронов, как и в теории Вигнера. В [21] исследуется стабильность поляронного вигнеровского кристалла и теоретически обосновывается предположение о возможности перехода диэлектрик–сверхпроводник при разрушении поляронной решетки. Не останавливаясь на подробном рассмотрении данного явления, обратим внимание на то, что при выполнении условий вигнеровской кристаллизации наличие АФ-обменного взаимодействия между поляронами может привести к АФ-упорядочению в поляронной системе. Антиферромагнетизм в электронных вигнеровских кристаллах рассматривался в работах [22,23].

Наличие АФ-взаимодействия между поляронами может также служить причиной понижения парамагнитной составляющей в магнитной восприимчивости поляронного газа при повышении концентрации поляронов, даже если связанные биполяронные состояния не образуются.

Неустойчивость по отношению к распаду на изолированные поляроны 2^3S -герма биполярона, полученная нами в рамках фрелиховского гамильтониана, описывающего взаимодействие электронов с оптическими фононами, не исключает возможности образования связанных триплетных состояний двухэлектронной системы [13], а также триплетных биполяронов, обусловленных взаимодействием электронов с элементарными возбуждениями другой природы, например со спиновыми волнами. Образование автолокализованных состояний электронов в антиферромагнетиках с низкой температурой Нееля („спиновый полярон“ в АФ-кристалле) рассматривалось в работах [24,25]. В [17] предполагалось, что ВТСП связана именно с триплетными спиновыми поляронами, образующими связанное состояние в полной аналогии с биполяроном.

Использование гамильтониана Фрелиха ограничивает нас рассмотрением поляронов и биполяронов большого радиуса. Условие применимости континуального приближения является наличие плавного (на расстояниях порядка постоянной решетки b) изменения эффективного поляризационного потенциала, в поле которого движутся автолокализованные электроны [3]. В [3] эффективный поляризационный радиус электрона r_p определялся как расстояние, на котором самосогласованный поляризационный потенциал уменьшается вдвое. Для простейшей водородоподобной поляронной ВФ $r_p \approx 10\hbar^2 \tilde{\varepsilon}/m^* e^2$.

Континуальное приближение справедливо, если выполняется условие $r_p > b$. При $r_b \leq b$ в полной мере начинают проявляться эффекты, обусловленные пространственной дисперсией диэлектрических проницаемостей ε_0 и ε_∞ , когда различие в величинах ε_0 и ε_∞ уменьшается, так как при уменьшении области локализации полярона $\varepsilon_0 \approx \varepsilon_\infty \approx 1$. В большинстве кристаллов с преобладанием ионного характера связи, в SrTiO₃, а также в слоистых купратах (вдоль направления „легкая плоскость“), r_p составляет примерно 3–5 постоянных решетки.

Пространственная дисперсия диэлектрических проницаемостей может быть качественно учтена, например, с помощью интерполяционной феноменологической модели Инксона [26]. При этом увеличение электрон-фононной связи начинает компенсироваться дисперсией диэлектрических проницаемостей и, если в рассмотрение принимать только взаимодействие электронов с длинноволновыми оптическими фононами, условие $r_p \leq b$ в реальных кристаллах с ионным характером связи практически не реализуется. Обратим также внимание на то, что учет пространственной дисперсии диэлектрических проницаемостей (поляроны и биполярны промежуточного радиуса) понижает абсолютную

величину энергии связи биполярона. В то же время любая анизотропия кристалла повышает отношение $\Delta E/2J_p$ [8,9].

Взаимодействие носителей заряда с акустическими фононами [27] или коротковолновыми оптическими фононами может привести к образованию автолокализованных состояний малого радиуса. При этом условия справедливости континуального приближения перестают выполняться. Модель биполярона малого радиуса в узкозонных металлах в приближении сильной связи и обусловленная их бозе-конденсацией сверхпроводимость исследовались в [28]. При рассмотрении подобных состояний энергия связи биполярона, как правило, полагается феноменологическим параметром. Различные аспекты теории биполярона большого радиуса в связи с проблемой ВТСП обсуждаются в [1,8,9,29]. Обзор [17] посвящен биполяронным состояниям малого радиуса. В [19,20] система биполярона большого радиуса в слоистых ВТСП рассматривается как вигнеровский кристалл, в котором появляются плазменные колебания, способствующие спариванию носителей тока в проводящих слоях.

Список литературы

- [1] В.Л. Винецкий, Н.И. Каширина, Э.А. Пашицкий. УФЖ **37**, 1, 77 (1992).
- [2] С.Г. Супрун, Б.Я. Мойжес. ФТТ **24**, 5, 1571 (1982).
- [3] С.И. Пекар. Исследования по электронной теории кристаллов. ГИТТЛ, М.–Л. (1951).
- [4] В.Л. Винецкий, М.Ш. Гитгерман. ЖЭТФ **33**, 3, 730 (1957).
- [5] В.Л. Винецкий, О. Мередов, В.А. Янчук. ТЭХ **25**, 6, 641 (1989).
- [6] В.К. Мухоморов. Опт. и спектр. **86**, 1, 50 (1999).
- [7] В.К. Мухоморов. ЖТФ **42**, 8, 855 (1997).
- [8] Н.И. Каширина, Е.М. Моздор, Э.А. Пашицкий, В.А. Шека. Изв. РАН. Сер. физ. **59**, 8, 127 (1995).
- [9] N.I. Kashirina, E.V. Mozdor, E.A. Pashitskij, V.I. Sheka. Quant. Electron. Optoelectron. **2**, 2, 7 (1999).
- [10] В.Д. Лахно. Изв. РАН. Сер. физ. **60**, 9, 69 (1996).
- [11] E.P. Pokatilov, V.M. Fomin, J.T. Devreese, S.N. Balaban, S.N. Klimin. Phys. Rev. B **61**, 4, 2721 (2000).
- [12] J.T. Devreese, V.M. Fomin, E.P. Pokatilov, E.A. Kotomin, R. Eglitis. Phys. Rev. B **63**, 18, 184 304 (2001).
- [13] J. Adamovski, M. Sobkowicz, B. Szafran. Phys. Rev. B **62**, 7, 4234 (2000).
- [14] S.J. Miyake. J. Phys. Soc. Jpn. **41**, 3, 747 (1976).
- [15] П.Ж. Баймагов, Д.Ч. Хужакулов, Х.Т. Шарипов. ФТТ **39**, 2, 284 (1997).
- [16] H.L. Deving, E. Salje. J. Phys. Supercond. Sci. Technol. **5**, 1, 50 (1992).
- [17] N.F. Mott. J. Phys.: Cond. Matter **5**, 22, 3487 (1993).
- [18] Э.Г. Батыев. Письма в ЖЭТФ **73**, 10, 635 (2001).
- [19] A.A. Remova, B.Ya. Shapiro. Physica C **160**, 2, 202 (1989).
- [20] A.A. Remova, B.Ya. Shapiro. Physica C **172**, 1 & 2, 105 (1990).
- [21] P. Quemerais, S. Fratini. Physica C **341**, 1, 229 (2000).
- [22] R. Rajeswarapalanichamy, K. Iyakutti. Int. J. Mod. Phys. B **15**, 15, 2147 (2001).

- [23] D.S. Hirashima. J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 4, 931 (2001).
- [24] В.Д. Лахно, Э.Л. Нагаев. ФТТ **20**, 1, 82 (1978).
- [25] В.Д. Лахно. ФТТ **27**, 3, 669 (1985).
- [26] J.C. Inkson. J. Phys. C **6**, 2, 181 (1973).
- [27] М.Ф. Дейген, С.И. Пекар. ЖЭТФ **21**, 7, 803 (1951).
- [28] A. Alexandrov, J. Ranninger. Phys. Rev. B **24**, 3, 1164 (1981).
- [29] G. Verbist, F.M. Peeters, J.T. Devreese. Phys. Rev. B **43**, 4, 2712 (1991).