

# Первичное акустическое эхо при возбуждении парамагнитного кристалла пикосекундными упругими видеоимпульсами

© В.Ю. Маньков, С.В. Сазонов\*

Астраханский государственный технический университет,  
414025 Астрахань, Россия

\*Калининградский государственный технический университет,  
236000 Калининград, Россия

E-mail: postmast@alg.koenig.su

(Поступила в Редакцию 19 августа 1998 г.)

Проведено теоретическое исследование первичного акустического эха при возбуждении парамагнитного кристалла с эффективным спином  $S = 1$  двумя поперечными упругими видеоимпульсами пикосекундной длительности. Направление подачи обоих возбуждающих видеоимпульсов перпендикулярно внешнему магнитному полю. Показано, что первичное акустическое эхо в общем случае состоит из шести продольных и поперечных сигналов на частотах переходов внутри зеемановского триплета. Определены оптимальные параметры возбуждающих видеоимпульсов для возникновения различных сигналов эха.

Вслед за генерацией в лабораторных условиях фемтосекундных оптических видеоимпульсов (сигналов, содержащих порядка одного периода колебаний) [1–3] появилась возможность генерации акустических (упругих) видеоимпульсов субнаносекундной и пикосекундной длительностей [4,5]. Обнаружение спин-фононного взаимодействия [6,7] в кристаллах с парамагнитными примесями дало толчок поискам акустических эффектов, аналогичных нестационарным когерентным явлениям в оптике и магнитной радиоспектроскопии [8]. Так, вслед за фотонным эхом [9,10] было теоретически предсказано [11], а затем и обнаружено фононное (спин-акустическое) эхо [8]. В последнем случае парамагнитный кристалл возбуждался последовательностью резонансных гиперзвуковых импульсов, вызывавших квантовые переходы между зеемановскими подуровнями парамагнитных ионов.

Фотонное эхо, генерированное последовательностью оптических предельно коротких импульсов (ПКИ-эхо), имеет ряд особенностей в сравнении с обычным резонансным эффектом [12–15]. Естественно предположить, что не меньшими особенностями будет обладать и акустическое эхо при возбуждении парамагнитного кристалла последовательностью упругих видеоимпульсов (акустическое ПКИ-эхо).

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию акустического эха при возбуждении двумя упругими видеоимпульсами парамагнитного кристалла, состоящего из эффективных спинов  $S = 1$ . В качестве конкретного примера такой среды предлагается иметь в виду кубический монокристалл MgO с примесями парамагнитных ионов группы железа, сильно связанными с колебаниями решетки [16].

## 1. Постановка задачи

Пусть парамагнитный кристалл кубической симметрии находится во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}_0$ , параллельном одной из главных осей четвертого порядка

(оси  $Z$ ). Оба возбуждающих упругих видеоимпульса являются поперечными и подаются на кристалл перпендикулярно к  $B_0$  (геометрия Фохта). Направление распространения видеоимпульсов будем считать параллельным оси  $X$ , совпадающей с другой главной осью четвертого порядка. Плоскость поляризации видеоимпульсов при этом ориентирована по отношению к  $\mathbf{B}_0$  под произвольным углом  $\alpha$ . В соответствии со сказанным гамильтониан  $\hat{H}$  системы "парамагнитные ионы + акустические фононы" представим в виде

$$\hat{H} = \int (\hat{\mathcal{N}}_s + \hat{\mathcal{N}}_{ph} + \hat{\mathcal{N}}^{int}) d^3\mathbf{r}, \quad (1)$$

где  $\hat{\mathcal{N}}_s$ ,  $\hat{\mathcal{N}}_{ph}$  и  $\hat{\mathcal{N}}^{int}$  — плотность гамильтонианов спиновой системы, фононного поля и их взаимодействия соответственно. При этом [16]

$$\hat{\mathcal{N}}_s = \sum_j \hbar \omega_{0j} \hat{S}_z^{(j)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (2)$$

$$\hat{\mathcal{N}}_{ph} = \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2\rho} + \frac{1}{2} \rho a_{\perp}^2 \times \left[ \left( \frac{\partial \hat{U}_y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \hat{U}_x}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \rho a_{\parallel}^2 \left( \frac{\partial \hat{U}_x}{\partial x} \right)^2, \quad (3)$$

$$\hat{\mathcal{N}}^{int} = \sum_j \left[ \frac{3}{2} G_{11} (\hat{S}_x^{(j)})^2 \frac{\partial \hat{U}_x}{\partial x} + G_{44} (\hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_y^{(j)} + \hat{S}_y^{(j)} \hat{S}_x^{(j)}) \frac{\partial \hat{U}_y}{\partial x} + G_{44} (\hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_z^{(j)} + \hat{S}_z^{(j)} \hat{S}_x^{(j)}) \frac{\partial \hat{U}_z}{\partial x} \right] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j). \quad (4)$$

Здесь  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\omega_{0j}$  — частота перехода между соседними зеемановскими подуровнями спинового триплета,  $\hat{S}_x^{(j)}$ ,  $\hat{S}_y^{(j)}$ ,  $\hat{S}_z^{(j)}$  — спиновые матрицы для  $S = 1$  размерности  $3 \times 3$ ,  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$  — дельта-функция

Дирака,  $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$  — декартовы компоненты оператора плотности импульса упругой среды,  $\hat{U}_x, \hat{U}_y, \hat{U}_z$  — операторы упругих смещений кристалла,  $\rho$  — средняя плотность среды,  $a_\perp$  ( $a_\parallel$ ) — скорость поперечного (продольного) звука,  $G_{ij}$  и  $G_{44}$  — константы спин-упругой связи. Интегрирование в (1) производится по всему объему образца, а суммирование в (2), (4) — по всем парамагнитным ионам шпиня  $S = 1$ .

Сделаем несколько замечаний по поводу (4). С укорочением длительности акустического видеоимпульса могут стать существенными эффекты пространственной нелокальности спин-фононной связи, так как видеоимпульс перестает "воспринимать" кристалл как сплошную среду [5,17–19]. Для импульсов длительностью  $t_p \sim 10$  ps их пространственный размер  $l \sim at_p \sim 10^{-5}$  см ( $a$  — скорость звука в кристалле). Постоянная же кристаллической решетки  $h \sim 10^{-7}$  см. Поскольку  $l \gg h$ , здесь пространственной дисперсией спин-фононного взаимодействия можно пренебречь. Кроме того, пикосекундные упругие видеоимпульсы являются достаточно мощными, давление  $P_s$  внутри них достигает 0.1 GPa [4,5]. Относительные деформации, соответствующие таким давлениям, составляют  $\varepsilon \sim 10^{-3}$  [17]. В этом случае в гамильтониане спин-фононной связи должны присутствовать члены, квадратичные по компонентам тензора деформации [20]. В настоящей работе будем считать импульсы не столь мощными, а потому эффектами ангармонизма в спин-фононной связи можно пренебречь.

Согласно (2), зеэмановский спектр парамагнитного иона является эквидистантным.

В силу большой мощности акустических видеоимпульсов далее будем считать справедливым полуклассический подход. В соответствии с данным подходом материальные уравнения для динамики спинов являются квантовомеханическими и имеют вид уравнения Лиувилля для оператора плотности  $\hat{\rho}$

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_s + \hat{H}^{int}, \hat{\rho}], \quad (5)$$

где  $\hat{H}_s = \int \hat{N}_s d^3 \mathbf{r}$ ,  $\hat{H}^{int} = \int \hat{N}^{int} d^3 \mathbf{r}$ , а операторы смещений  $\hat{U}_x, \hat{U}_y, \hat{U}_z$  в (4) заменены на  $c$ -числовые функции  $U_x, U_y, U_z$ .

Здесь мы предполагаем, что время распространения упругого видеоимпульса через образец меньше времени необратимой фазовой релаксации, а потому пренебрегаем последней.

Уравнения для смещений упругого поля получим с помощью классических уравнений Гамильтона

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta \mathbf{p}}, \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{\delta H}{\delta \mathbf{U}}, \quad (6)$$

где  $H = \langle H \rangle$ ,  $\langle \dots \rangle$  — операция квантового усреднения,  $\mathbf{U} = (U_x, U_y, U_z)$ ,  $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ .

Используя (1)–(4) и (6), получим

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial t^2} - a_\parallel^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial x^2} = \frac{3}{2} \frac{G_{11}}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^2} \sum_j \langle (\hat{S}_x^{(j)})^2 \rangle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yx}}{\partial t^2} - a_\perp^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yx}}{\partial x^2} = \frac{G_{44}}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^2} \times \sum_j \langle \hat{S}_y^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_y^{(j)} \rangle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial t^2} - a_\perp^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial x^2} = \frac{G_{44}}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^2} \times \sum_j \langle \hat{S}_z^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_z^{(j)} \rangle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (9)$$

где  $\varepsilon_{xx} = \partial U_x / \partial x$ ,  $\varepsilon_{yx} = \partial U_y / \partial y$ ,  $\varepsilon_{zx} = \partial U_z / \partial x$  — компоненты тензора деформации упругой среды.

Эффекты типа эха являются нелинейно параметрическими, что означает, что в системе материальных уравнений (5) поле упругих импульсов считается заданным, т.е. можно пренебречь обратным влиянием поглощающих спинов на поле возбуждающих импульсов. Сигналы индукции и эха рассчитываются с помощью (7)–(9) в приближении заданных правых частей. В этой связи заметим, что в (4) присутствует член  $\sim (\hat{S}_x^{(j)})^2 \partial \hat{U}_x / \partial x$ , описывающий взаимодействие эффективного шпиня с продольной компонентой поля упругих деформаций. Хотя возбуждение осуществляется только поперечными видеоимпульсами, из-за того что  $G_{11} \neq 0$  продольная компонента упругого поля может появиться в сигналах индукции и эха (см. (7)). При расчете возбуждения спинов будем полагать  $\varepsilon_{xx} = 0$ .

## 2. Решение материальных и волновых уравнений. Анализ эхо-сигналов

При исследовании возбуждения спин-системы будем считать, следуя [15,21,22], длительность  $t_p$  возбуждающих видеоимпульсов настолько малой, что выполняется условие

$$\mu \equiv 2\omega_0 t_p \ll 1. \quad (10)$$

Взяв  $\omega_0 \sim 10^{10} \text{ s}^{-1}$  [8], приходим к выводу, что неравенству (10) удовлетворяют видеоимпульсы  $t_p \sim 10$  ps. В нулевом порядке по малому параметру  $\mu$  будем полагать в (5)  $\hat{H}_s = 0$ . Тогда уравнение, описывающее процесс возбуждения, имеет вид

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}^{int}, \hat{\rho}]. \quad (11)$$

Если выполняется условие [23]

$$\left[ \hat{H}^{int}(t), \int_{t_0}^t \hat{H}^{int}(t') dt' \right] = 0, \quad (12)$$

где  $t_0$  — время начала воздействия видеоимпульса, решение (11) может быть представлено в следующей форме:

$$\hat{\rho}(t) = \exp(i\hat{\Theta}) \hat{\rho}(t_0) \exp(-i\hat{\Theta}). \quad (13)$$

Здесь  $\hat{\rho}(t_0)$  — матрица плотности среды перед подачей упругого видеоимпульса,  $\hat{\Theta} = 1/\hbar \int_{t_0}^t \hat{H}^{int}(t') dt'$ .

Условие (12) справедливо, например, в случае, если возбуждающие видеоимпульсы являются линейнополяризованными [24].

Запишем оператор  $\hat{\Theta}$  в матричном представлении

$$\hat{\Theta} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Theta_{zx}}{\sqrt{2}} & -i\Theta_{yx} \\ \frac{\Theta_{zx}}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\Theta_{zx}}{\sqrt{2}} \\ i\Theta_{yx} & -\frac{\Theta_{zx}}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $\Theta_{zx} = G_{44}/\hbar \int_{t_0}^t \varepsilon_{zx} dt'$ ,  $\Theta_{yx} = G_{44}/\hbar \int_{t_0}^t \varepsilon_{yx} dt'$ .

Для вычисления  $\exp(\pm i\hat{\Theta})$  в (13) воспользуемся формулой Сильвестера [25]

$$e^{\pm i\hat{\Theta}} = \sum_{r=1}^3 e^{\pm i\lambda_r} \frac{\prod_{s \neq r} (\hat{\Theta} - \lambda_s \hat{I})}{\prod_{s \neq r} (\lambda_r - \lambda_s)}, \quad (15)$$

где  $\lambda_r$  ( $r = 1, 2, 3$ ) — собственные значения матрицы  $\hat{\Theta}$ ,  $\hat{I}$  — единичная матрица.

Тогда для матрицы (14)

$$e^{\pm i\hat{\Theta}} = \left( \hat{I} - \frac{\hat{\Theta}^2}{\Theta^2} \right) + \frac{\hat{\Theta}^2}{\Theta^2} \cos \Theta \pm i \frac{\hat{\Theta}}{\Theta} \sin \Theta, \quad (16)$$

где  $\Theta = G_{44}/\hbar \int_{t_0}^t \varepsilon_{\perp} dt'$ . При этом компоненты тензора деформации  $\varepsilon_{zx}$  и  $\varepsilon_{yx}$  связаны с  $\varepsilon_{\perp}$  следующими соотношениями:

$$\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{\perp} \cos \alpha, \quad \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{\perp} \sin \alpha. \quad (17)$$

Подставляя (16) в (13), находим выражение для оператора плотности  $\hat{\rho}(t)$  в периоды импульсных воздействий.

При расчете сигналов индукции и эха в периоды последовательных воздействий будем, как обычно, полагать в (5)  $\hat{H}^{int} = 0$  и интегрировать затем по отстройкам в контуре неоднородного уширения для разрешенных переходов.

Как показывает расчет, воздействие двух упругих видеоимпульсов с соответственными параметрами  $\alpha_1, \Theta_1, t_{p1}$  и  $\alpha_2, \Theta_2, t_{p2}$  на термодинамически равновесный парамагнетик порождает сигналы акустического эха в моменты времени  $3\tau/2 + t_{p1} + t_{p2}$  — на частоте  $2\omega_0$  с компонентами деформации  $\varepsilon_{xx}$  ( $(3\tau/2)_{xx}$ -эхо) и  $\varepsilon_{yx}$  ( $(3\tau/2)_{yx}$ -эхо);  $2\tau + t_{p1} + t_{p2}$  на частоте  $\omega_0$  с компонентой  $\varepsilon_{zx}$  ( $(2\tau)_{zx}$ -эхо) и на частоте  $2\omega_0$  с компонентами  $\varepsilon_{xx}$  ( $(2\tau)$ -эхо) и  $\varepsilon_{yx}$  ( $(2\tau)_{yx}$ -эхо);  $3\tau + t_{p1} + t_{p2}$  — на частоте  $\omega_0$  с упругой компонентой  $\varepsilon_{zx}$  ( $(3\tau)_{zx}$ -эхо). Далее приведем выражения для компонент тензора деформации в моменты появления сигналов эха при температурах среды  $T \ll \hbar\omega_0/k_B$  ( $k_B$  — постоянная Больцмана), для которых до воздействия на среду  $\rho_{11} \approx 1$ ,  $\rho_2 \approx \rho_{33} \approx 0$ . Данные

соотношения найдены на основе (7)–(9) и имеют вид

$$\frac{3\tau}{2} + t_{p1} + t_{p2} : \quad \varepsilon_{xx}^{(2\omega_0)} = \frac{3G_{11}A_{xx}^{(3\tau/2)}}{2\rho a_{\parallel}^2},$$

$$\begin{aligned} A_{xx}^{(3\tau/2)} &= \langle (\hat{S}_x^{(j)})^2 \rangle \left( t = \frac{3}{2}\tau + t_{p1} + t_{p2} \right) \\ &= (b_1 - c_1) \left[ (d_2 + f_2)(b_2 + c_2)a_1 \right. \\ &\quad \left. - (c_2 - b_2)(d_2 - f_2)(d_1 + f_1) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yx}^{(2\omega_0)} &= \frac{G_{44}A_{yx}^{(3\tau/2)}}{\rho a_{\perp}^2}, \quad A_{yx}^{(3\tau/2)} = \langle \hat{S}_y^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_y^{(j)} \rangle \\ &\times \left( t = \frac{3}{2}\tau + t_{p1} + t_{p2} \right) = 2A_{xx}^{(3\tau/2)}; \quad (18) \end{aligned}$$

$$2\tau + t_{p1} + t_{p2} : \quad \varepsilon_{xx}^{(2\omega_0)} = \frac{3G_{11}A_{xx}^{(2\tau)}}{2\rho a_{\parallel}^2},$$

$$A_{xx}^{(2\tau)} = \langle (\hat{S}_x^{(j)})^2 \rangle (t = 2\tau + t_{p1} + t_{p2}) = a_1(d_1 + f_1)(d_2^2 - f_2^2),$$

$$\varepsilon_{yx}^{(2\omega_0)} = \frac{G_{44}A_{yx}^{(2\tau)}}{\rho a_{\perp}^2},$$

$$A_{yx}^{(2\tau)} = \langle \hat{S}_y^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_y^{(j)} \rangle (t = 2\tau + t_{p1} + t_{p2}) = 2A_{xx}^{(2\tau)};$$

$$\varepsilon_{zx}^{(\omega_0)} = \frac{G_{44}A_{zx}^{(2\tau)}}{\rho a_{\perp}^2},$$

$$A_{zx}^{(2\tau)} = \langle \hat{S}_z^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_z^{(j)} \rangle (t = 2\tau + t_{p1} + t_{p2})$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2}(b_1 - c_1) \left[ (c_2^2 - b_2^2)(d_1 + f_1) - (d_2 + f_2)g_2a_1 \right. \\ &\quad \left. - (d_2 - f_2)g_2(d_1 + f_1) - (b_2^2 - c_2^2)a_1 \right]; \quad (19) \end{aligned}$$

$$3\tau + t_{p1} + t_{p2} : \quad \varepsilon_{zx}^{(\omega_0)} = \frac{G_{44}A_{zx}^{(3\tau)}}{\rho a_{\perp}^2},$$

$$A_{zx}^{(3\tau)} = \langle \hat{S}_z^{(j)} \hat{S}_x^{(j)} + \hat{S}_x^{(j)} \hat{S}_z^{(j)} \rangle (t = 3\tau + t_{p1} + t_{p2})$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2}a_1(d_1 + f_1) \left[ (d_2 + f_2)(b_2 + c_2) \right. \\ &\quad \left. - (b_2 - c_2)(d_2 - f_2) \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Здесь

$$a_{1,2} = \cos^2 \alpha_{1,2} \cos^2 \frac{\Theta_{1,2}}{2} + \sin^2 \alpha_{1,2} \cos \Theta_{1,2},$$

$$b_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha_{1,2} \sin^2 \frac{\Theta_{1,2}}{2},$$

$$c_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha_{1,2} \sin \Theta_{1,2}, \quad d_{1,2} = \cos^2 \alpha_{1,2} \sin^2 \frac{\Theta_{1,2}}{2},$$

$$f_{1,2} = \sin \alpha_{1,2} \sin \Theta_{1,2},$$

$$g_{1,2} = \sin^2 \alpha_{1,2} + \cos^2 \alpha_{1,2} \cos \Theta_{1,2}. \quad (21)$$

## Оптимальные значения управляющих параметров и безразмерные интенсивности эхо-откликов

$[A_{\xi\nu}^{(\nu)}]^2$	Оптимальные параметры для					
	$(3\tau/2)_{xx}$ -эха: $\alpha_1 = -16.3^\circ$ , $\Theta_1 = 0.35\pi$ , $\alpha_2 = 144.7^\circ$ , $\Theta_2 = 0.67\pi$	$(3\tau/2)_{yx}$ -эха: $\alpha_1 = -16.3^\circ$ , $\Theta_1 = 0.35\pi$ , $\alpha_2 = 144.7^\circ$ , $\Theta_2 = 0.67\pi$	$(2\tau)_{xx}$ -эха: $\alpha_1 = 90^\circ$ , $\Theta_1 = 3/4\pi$ , $\alpha_2 = 90^\circ$ , $\Theta_2 = 1/2\pi$	$(2\tau)_{yx}$ -эха: $\alpha_1 = 90^\circ$ , $\Theta_1 = 3/4\pi$ , $\alpha_2 = 90^\circ$ , $\Theta_2 = 1/2\pi$	$(2\tau)_{zx}$ -эха: $\alpha_1 = 45^\circ$ , $\Theta_1 = 0.39\pi$ , $\alpha_2 = 90^\circ$ , $\Theta_2 = 1/2\pi$	$(3\tau)_{zx}$ -эха: $\alpha_1 = -90^\circ$ , $\Theta_1 = 3/4\pi$ , $\alpha_2 = 35.2^\circ$ , $\Theta_2 = 0.67\pi$
$[A_{xx}^{(3\tau/2)}]^2$	1/4	1/4	0	0	0	0
$[A_{yx}^{(3\tau/2)}]^2$	1	1	0	0	0	0
$[A_{xx}^{(2\tau)}]^2$	0	0	1/4	1/4	1/16	0
$[A_{yx}^{(2\tau)}]^2$	0	0	1	1	1/4	0
$[A_{zx}^{(2\tau)}]^2$	0	0	0	0	2	0
$[A_{zx}^{(3\tau)}]^2$	1/4	1/4	0	0	0	1/4

Нижние индексы 1 и 2 означают принадлежность данных параметров соответственно к первому и второму видеоимпульсу. Выражения для эхо-откликов при произвольных температурах ( $\rho_{23}, \rho_{33} \neq 0$ ) здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

Таким образом, воздействие на спин-систему  $S = 1$  двумя поперечными упругими видеоимпульсами, удовлетворяющими (10), в направлении, перпендикулярном  $\mathbf{B}_0$ , приводит к возникновению четырех поперечных эхо-сигналов  $\varepsilon_{zx}$  и  $\varepsilon_{yx}$ , частот  $\omega_0$  и  $2\omega_0$  соответственно и двух продольных  $\varepsilon_{xx}$  на частоте  $2\omega_0$ .

Эхо-импульсы,  $\varepsilon_{zx}$ -поляризованные в плоскости магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , вызываются спонтанными переходами с  $\Delta m = -1$  ( $m$  — магнитное квантовое число), а потому возникают на частоте  $\omega_0$  между ближайшими подуровнями зеемановского триплета. Эхо-сигналы  $\varepsilon_{yx}$ , поляризованные в плоскости, нормальной к  $\mathbf{B}_0$ , а также продольные эхо-сигналы  $\varepsilon_{xx}$  обусловлены переходами между крайними уровнями зеемановского триплета на частоте  $2\omega_0$ , для которых  $\Delta m = -2$ .

Наличие среди эхо-сигналов акустического эха импульсов различной поляризации (включая продольные) является, пожалуй, главным отличием от случая фотонного эха при возбуждении среды предельно короткими импульсами [15].

Пространственный размер  $l$  акустического видеоимпульса длительностью  $t_p \sim 10$  ps составляет порядка  $10^{-5}$  см, что значительно меньше характерного размера парамагнитного образца  $L$ . В этой связи необходимо учитывать эффекты распространения сигнала эха внутри образца [8]. Не вдаваясь в сложные математические расчеты, ограничимся лишь оценкой влияния эффекта распространения. Суммарная намагниченность, а с ней и компоненты тензора деформации будут уменьшаться вследствие компенсации вкладов от областей образца, в которых гиперзвуковая волна эхо-сигнала имеет противоположные фазы. В результате интенсивность эхо-отклика оказывается в  $(2\pi a/\omega_0 L)^2$  раз меньше, чем для тонких образцов, когда эффектами распространения можно пренебречь [8]. Вторым важным моментом вли-

яния эффектов распространения в нашей задаче является то обстоятельство, что при возбуждении образца сугубо поперечными видеоимпульсами система спинов откликается, помимо поперечных, также и продольными эхо-сигналами, обладающими разными скоростями распространения —  $a_\perp$  и  $a_\parallel$  соответственно. В результате время приема продольного эхо-импульса  $\varepsilon_{xx}$  датчиком, расположенным на дальнем от источника торце образца, смещается относительно поперечного эхо-сигнала на время  $\Delta t = L(1/a_\parallel - 1/a_\perp)$ . Например, поперечный эхо-импульс  $\varepsilon_{yx}$  на частоте  $2\omega_0$  возникает в момент времени  $t_{yx} = 3\tau/2 + t_{p1} + t_{p2}$ . Тогда продольный эхо-сигнал  $\varepsilon_{xx}$  на той же частоте зафиксируется в момент  $t_{yx} + \Delta t$ . То же самое можно сказать и в отношении окрестности момента времени  $2\tau + t_{p1} + t_{p2}$ , где также должен фиксироваться продольный импульс наряду с поперечным.

Если длина парамагнитного образца настолько велика, что выполняется неравенство  $L|a_\parallel^{-1} - a_\perp^{-1}| \gtrsim \tau$ , возможны перекрытия эхо-сигналов, условно отнесенных нами к моментам времени  $3\tau/2 + t_{p1} + t_{p2}$ ,  $2\tau + t_{p1} + t_{p2}$  и  $3\tau + t_{p1} + t_{p2}$ , за счет разности скоростей продольного и поперечного звука или замена в порядке их регистрации. Например, если  $a_\perp > a_\parallel$  и  $L(a_\parallel^{-1} - a_\perp^{-1}) > \tau$ , то последним зафиксированным эхо-сигналом окажется не поперечный импульс  $\varepsilon_{zx}$  на частоте  $\omega_0$ , а продольный сигнал  $\varepsilon_{xx}$  на частоте  $2\omega_0$ , условно отнесенный нами к моменту времени  $2\tau + t_{p1} + t_{p2}$ .

Найдем оптимальные значения параметров  $\Theta_{1,2}$  и  $\alpha_{1,2}$  (управляющих параметров), при которых интересующий нас эхо-сигнал имеет максимальную интенсивность. Интенсивности эхо-сигналов продольной и двух поперечных компонент выражаются через соответствующие деформации следующим образом

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= \frac{1}{2} \rho a_\parallel^2 \varepsilon_{xx}^2, \\
 I_{yx} &= \frac{1}{2} \rho a_\perp^2 \varepsilon_{yx}^2, \\
 I_{zx} &= \frac{1}{2} \rho a_\perp^2 \varepsilon_{zx}^2.
 \end{aligned} \tag{22}$$

Из (18)–(21) следует, что данная задача сводится к нахождению экстремумов соответствующих откликов как функций переменных  $\Theta_1, \alpha_1, \Theta_2, \alpha_2$ .

Результаты расчетов удобно представить в виде таблицы. Заголовки столбцов содержат набор оптимальных значений параметров  $\alpha_k$  и  $\Theta_k$  ( $k = 1, 2$ ) для данного типа эхо-сигнала, а сами столбцы образованы величинами  $[A_{\xi\nu}^{(t_e)}]^2$  (где  $\xi = x, y, z$ ;  $\nu = x$ ;  $t_e = 3\tau/2, 2\tau, 3\tau$ ) для всех эхо-сигналов при данных параметрах.

Из таблицы видно, что, например, при  $\alpha_1 = 90^\circ$ ,  $\Theta_1 = 3\pi/4$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$ ,  $\Theta_2 = \pi/2$  возникают два эхо-сигнала:  $(2\tau)_{xx}$ -эхо и  $(2\tau)_{yx}$ -эхо. Параметры  $[A_{xx}^{(2\tau)}]^2$  и  $[A_{yx}^{(2\tau)}]^2$  принимают значения 1/4 и 1 соответственно. Указанные значения  $\alpha_1, \Theta_1, \alpha_2, \Theta_2$  являются оптимальными для обоих эхо-сигналов. Любопытно заметить также, что сигнал  $(3\tau)_{zx}$ -эха на частоте  $\omega_0$ , поляризованный вдоль  $\mathbf{B}_0$ , проявляется наиболее явным (оптимальным) образом, если ни первый, ни второй из возбуждающих поперечных видеоимпульсов не поляризован вдоль внешнего магнитного поля (см. таблицу). При этом остальные эхо-сигналы вовсе отсутствуют.

Таким образом, варьируя значения управляющих параметров, можно изменять не только интенсивности различных сигналов двухимпульсного (первичного) эха, но и само количество этих сигналов. Данное обстоятельство открывает неплохие возможности для использования акустического ПКИ-эха в различных системах оперативной обработки информации.

Исследование, проведенное в данной работе, показывает, что первичное акустическое эхо, вызванное возбуждением парамагнитного кристалла двумя упругими видеоимпульсами, удовлетворяющими (10), образовано несколькими сигналами в отличие от соответствующего резонансного эффекта. В нашем случае ( $S = 1$ ) появляется шесть сигналов первичного эха на частотах  $\omega_0$  и  $2\omega_0$ . Несмотря на то что возбуждающие импульсы являются сугубо поперечными, эхо-сигналы содержат как поперечные, так и продольные компоненты тензора деформации среды. Интенсивность акустического эхо-сигнала в значительной степени зависит от констант спин-фононной связи  $G_{11}$  и  $G_{44}$ . Например, для парамагнитных ионов  $\text{Fe}^{2+}$  в кристаллической матрице  $\text{MgO}$   $G_{11} = 650 \text{ cm}^{-1}$ ,  $G_{44} = 380 \text{ cm}^{-1}$  [16]. Отсюда, а также из (18)–(21) видно, что интенсивности продольных эхо-сигналов зачастую могут превышать соответствующие интенсивности поперечных эхо-откликов. Возникновение упругих эхо-сигналов различных поляризаций отличает акустическое ПКИ-эхо от соответствующего оптического эффекта в изотропных средах [15], где поляризация эхо-сигналов совпадает с поляризацией возбуждающих видеоимпульсов. Переходы между зеемановскими подуровнями могут вызываться не только спин-фононным, но также магнитно-дипольным и электрическим квадрупольным взаимодействиями, поэтому среди эхо-откликов среды при ее возбуждении упругими импульсами могут появляться не только акустические,

но и электромагнитные сигналы [20]. Возможен и обратный эффект, когда возбуждение кристалла магнитными импульсами порождает упругие эхо-отклики [20]. Переходя от монохроматических возбуждающих импульсов к видеосигналам, возникает необходимость исследования особенностей эффектов эха для случаев, когда парамагнитный кристалл возбуждается комбинированной последовательностью из акустических и электромагнитных видеоимпульсов. В этой связи отметим, что некоторые нелинейные параметрические эффекты магнитно-дипольного взаимодействия электромагнитных видеоимпульсов исследовались в работах [26–29].

В настоящей работе рассмотрена одна из простых геометрий предлагаемого эксперимента, когда оба возбуждающих видеоимпульса подаются в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю. Соответственно в том же направлении "высвечиваются" сигналы акустического эха. Представляет немалый интерес исследование пространственно-временных характеристик акустического эха при возбуждении кристалла упругими видеоимпульсами, подаваемыми под различными углами по отношению к  $\mathbf{B}_0$ . В этом случае, подобно тому как это имеет место в случае многочастотного фотонного эха [15], следует ожидать не только временных различий между сигналами первичного акустического эха, но также и различий в направлениях их распространения. Сказанное выше может породить, как нам видится, интерес к теоретическим и экспериментальным исследованиям эффектов акустического эха при возбуждении кристаллов различными последовательностями из упругих и электромагнитных видеоимпульсов.

## Список литературы

- [1] D.H. Auston, K.P. Cheung, J.A. Valdmanis, D.A. Kleinmann. Phys. Rev. Lett. **53**, 16, 1555 (1984).
- [2] J.T. Darrow, B.B. Hu, X.C. Chang, D.H. Auston. Opt. Lett. **15**, 5, 323 (1990).
- [3] P.C. Becker, H.L. Fragnito, J.Y. Bigot, C.H. Brito-Crus, C.V. Shank. Phys. Rev. Lett. **63**, 5, 505 (1989).
- [4] С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. Наука, М. (1988). 312 с.
- [5] С.А. Ахманов, В.Э. Гусев. УФН **162**, 3, 3 (1992).
- [6] A. Kastler. Experientia **8**, 1, 1 (1952).
- [7] С.А. Альтшулер. Докл. АН СССР **85**, 6, 1235 (1952).
- [8] В.А. Голенищев-Кутузов, В.В. Самарцев, Б.М. Хабибуллин. Импульсная оптическая и акустическая когерентная спектроскопия. Наука, М. (1988). 224 с.
- [9] У.Х. Копвиллем, В.Р. Нагибаров. Физика металлов и металловедение **15**, 2, 313 (1963).
- [10] N.A. Kurnit, J.D. Abella. Phys. Rev. Lett. **6**, 19, 567 (1964).
- [11] В.Р. Нагибаров, У.Х. Копвиллем. ЖЭТФ **52**, 4, 936 (1967).
- [12] В.Ю. Маньков, А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. Квантовая электрон. **24**, 10, 934 (1997).
- [13] В.Ю. Маньков, А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. Изв. РАН. Сер. физ. **62**, 2, 287 (1998).
- [14] V.Yu. Man'kov, A.Yu. Parkhomenko, S.V. Sazonov. Proc. SPIE **3239**, 5 (1997).

- [15] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. Письма в ЖЭТФ **67**, 1, 887 (1998).
- [16] Дж. Такер, В. Рэмington. Гиперзвук в физике твердого тела. Мир, М. (1975). 454 с.
- [17] S.V. Sazonov. J. Phys.: Condens. Matter. **4**, 3, 6485 (1992).
- [18] С.В. Сазонов. Изв. вузов. Физика **36**, 4, 94 (1993).
- [19] S.V. Sazonov. J. Phys.: Condens. Matter. **6**, 31, 6295 (1994).
- [20] С.А. Альтшулер, Б.М. Козырев. Электронный парамагнитный резонанс. Наука, М. (1972). 672 с.
- [21] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин. Письма в ЖЭТФ **51**, 5, 252 (1990).
- [22] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин, В.А. Ущиповский. ЖЭТФ **100**, 3(9), 762 (1991).
- [23] И.А. Лаппо-Данилевский. Применение матричных функций к теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Гостехиздат, М. (1957). 342 с.
- [24] С.В. Сазонов. Изв. РАН. Сер. физ. **58**, 8, 129 (1994).
- [25] У.Х. Копвиллем, С.В. Пранц. Поляризаационное эхо. Наука, М. (1985). 192 с.
- [26] I. Nakata. J. Phys. Soc. Jap. **60**, 2, 77 (1991).
- [27] С.В. Сазонов. Квантовая электрон. **20**, 2, 135 (1993).
- [28] С.В. Сазонов, Е.В. Трифонов. ЖЭТФ **103**, 5, 1521 (1993).
- [29] S.V. Sazonov. J. Phys.: Condens. Matter. **7**, 1-2, 175 (1995).