

## Воздействие нестационарного электрического поля с различным профилем переднего фронта на углеродные нанотрубки

© Н.Р. Садыков<sup>†</sup>, Н.А. Скоркин\*

Филиал Южно-Уральского государственного университета,  
456770 Снежинск, Россия

\* Снежинский физико-технический институт —

филиал Национального исследовательского ядерного университета „МИФИ“,  
456776 Снежинск, Россия

(Получена 21 декабря 2011 г. Принята к печати 26 января 2012 г.)

Теоретически исследуется и математически моделируется процесс генерации излучения в миллиметровом диапазоне в среде на основе нанотрубок в зависимости от различных профилей переднего фронта нестационарного электрического поля. В основе усиления излучения лежит возможность затухающих периодических колебаний поверхностного тока в нанотрубках за счет кинетической индуктивности и квантовой электрической емкости в нестационарном электрическом поле.

### 1. Введение

В последнее время пристальное внимание исследователей привлекают низкоразмерные структуры (наноструктуры): фуллерены, одно- и многослойные нанотрубки, нанопроволоки, наноструктуры на основе молекулы ДНК и т.п. В зависимости от радиуса и схемы сворачивания графитовой плоскости нанотрубки (НТ) могут быть проводниками, полуметаллами и полупроводниками. Эти и другие свойства НТ приводят к уникальным следствиям при их взаимодействии с электромагнитным излучением. В данной работе показано, что в результате взаимодействия НТ с нестационарным электрическим полем возможна генерация излучения миллиметрового диапазона. При этом величина генерируемого излучения зависит от профиля нестационарного поля.

Рассмотрим углеродные нанотрубки радиуса  $R$ . Если НТ находится под переменным электрическим потенциалом, то по ней потечет переменный электрический ток. Зависимость наводимого тока от приложенного напряжения определяет характеристики НТ как электрического проводника [1–8]. Проводимость НТ определяется не классическими, а квантовыми законами движения  $\pi$ -электронов. Процесс переноса заряда под действием приложенного напряжения осуществляется по нескольким каналам (четыре канала): двукратное спиновое вырождение и двукратное вырождение зонной структуры в точке уровня Ферми. Будем рассматривать НТ как бесконечно длинную электрическую цепь, единичный интервал которой характеризуется кинетической индуктивностью  $L_k$  и электрической емкостью. Электронная емкость является термодинамической величиной, которая содержит информацию об ее основном состоянии. Величина емкости включает классический электростатический компонент  $C_{EQ}$ , отвечающий за отталкивание электронов, а также квантовый кинетический вклад  $C_Q$ , который определяется плотностью электронных и дырочных состояний [9,11]. В системе СГС индуктивность

и компоненты емкости можно выразить как

$$L_k = h/8e^2v_F, \quad C_Q = 8e^2/hv_F, \quad C_{EQ} \approx 2\pi/\ln(a/2R). \quad (1)$$

В этом случае углеродную НТ можно рассматривать как линию передачи, где параметры линии определяются выражением (1). В (1)  $a$  — расстояние, например, до параллельно расположенной оси НТ плоскости,  $e$  — заряд электрона,  $h \approx 6.6 \text{ Дж} \cdot \text{с}$  — постоянная Планка,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  — заряд электрона,  $v_F$  — скорость электронов в точке Ферми нанотрубки, где суммарная электрическая емкость получается как последовательное соединение  $C_Q$  и  $C_{EQ}$ . Покажем, что в среде на основе продольно ориентированных вдоль нестационарного электрического поля системы НТ возможна генерация СВЧ излучения.

В случае макроскопических антенных вибраторов оптимальная длина антенны  $l$  и длина волны  $\lambda_h$  плотности тока связаны соотношением  $l = \lambda_h/2$ . В случае углеродных НТ волновое число есть  $h_0 = k/\beta$ , где  $\beta \ll 1$  — коэффициент замедления,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны излучения в вакууме. Поэтому в случае нанотрубок для оптимальной длины антенны  $l$  ([9], с. 434) имеет место соотношение  $l = \lambda \text{Re}\beta/2$ . Такое существенное качественное отличие макроскопических вибраторов от наноантенн объясняется большим значением кинетической индуктивности наноантенн [9,10] (на четыре порядка больше, чем для магнитной индуктивности [11]). В работах [4,5,9] показано, что для металлических НТ (9,0)  $\beta \approx 0.02$  в диапазоне частот  $10^{-5} < kb < 10^{-3}$ , где  $b = 1.42 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  — расстояние между атомными центрами в НТ. Поэтому при  $l = 1 \text{ мкм}$  в оптимальном режиме излучения антенны  $\lambda \sim 100 \text{ мкм}$ .

Теперь рассмотрим влияние на антенные свойства НТ тепловых потерь. Большое значение кинетической индуктивности в НТ приводит к тому, что в реактивном сопротивлении можно пренебречь емкостным сопротивлением, поэтому учет омического сопротивления фактически эквивалентен замене  $(-i\omega L_k \rightarrow -i\omega L_k + R_a)$ , где  $R_a$  — электрическое сопротивление НТ на единицу

<sup>†</sup> E-mail: n.r.sadykov@rambler.ru

длины. Экспериментально полученная в [12] величина сопротивления составляет  $R_a \sim 10$  кОм/мкм.

Кинетическая индуктивность есть  $L_k = h/8e^2v_F$ , где обратное значение кванта проводимости равно  $h/2e^2 = 12.6$  кОм. В результате из условия реализации высокоэффективных нанополупроводников [8] (малые физические потери) следует, что  $\omega \gg R_a/L_k \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , т.е.  $\lambda \ll 1.5$  мм.

В данной работе рассмотрим частоту  $kb = 10^{-6}$ . В этом случае  $\beta \approx 0.02$ ,  $\lambda \approx 0.95$  мм ( $\omega \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ). Соответственно при длине волны  $\lambda \sim 1$  мм оптическая длина будет  $l = \lambda \text{Re} \beta / 2 \sim 10$  мкм. Условие  $kb = 10^{-6}$  означает, что поверхностные волны не будут слабо-затухающими (условие слабого затухания волн [12]  $10^{-5} < kb < 10^{-3}$ ).

## 2. Уравнение для поверхностных токов в нанотрубках при наличии нестационарного поля

В [10] для нанотрубок было получено уравнение Леонтовича–Левина. Уравнение для нулевого члена плотности тока  $j^{(0)}(z) \propto \exp(ih_0z - i\omega t)$  в разложении по малому параметру  $1/X$  запишется в виде

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left( k^2 - \frac{i\omega}{2\pi\sigma_z R X} \right) \right] j^{(0)}(z) = -\frac{i\omega}{2\pi R X} E_{0z}(z), \quad (2)$$

где  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны в вакууме,  $\sigma_z$  — аксиальная проводимость металлической (например, типа „седло“) нанотрубки [3,10,12],  $v_F$  — скорость  $\pi$ -электрона на уровне Ферми,  $R$  — радиус нанотрубки; величины  $X$  и  $\sigma_z$  в соответствии с [3,4] равны

$$X = -2K_0\left(\sqrt{h_0^2 - k^2}R\right)I_0\left(\sqrt{h_0^2 - k^2}R\right),$$

$$\sigma_z \approx i4e^2v_F/[\pi h R(\omega + i\nu)], \quad (3)$$

где  $X < 0$ ,  $K_0(\xi)$ ,  $I_0(\xi)$  — модифицированные функции Бесселя.

Из выражения (3) для  $\sigma_z$  следует выражение для кинетической индуктивности  $L_k$  [12] из (1) и активного электрического сопротивления  $R_a$  на единицу длины нанотрубки:

$$R_a = 1/(2\pi R \sigma_z) \approx h/(8e^2v_F \tau). \quad (4)$$

Перепишем (2) с учетом (3) следующим образом:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \left\{ \frac{1}{c^2} + \frac{\pi}{4\alpha c v_F |X|} \right\} + i \frac{\pi}{4\alpha c v_F |X|} \nu \omega \right] j^{(0)}$$

$$= -\frac{i\omega}{2\pi R X} E_{0z}(t, z), \quad (5)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$  — постоянная тонкой структуры.

Из дисперсионного уравнения (5) следует уравнение для поверхностной плотности тока

$$\frac{\partial^2 j^{(0)}}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial j^{(0)}}{\partial t} - \beta^2 c^2 \frac{\partial^2 j^{(0)}}{\partial z^2} = -\frac{\beta^2 c^2}{2\pi R X} \frac{\partial E_{0z}}{\partial t}, \quad (6)$$

где введено обозначение

$$\beta^2 = 1 / \left\{ 1 + \frac{c}{v_F} \frac{\pi}{4\alpha X} \right\}. \quad (7)$$

При выводе (6) во втором слагаемом в левой части полагалось, что  $1/c \ll 4\alpha v_F X$ . Кроме того, при выводе (6) учтено, что можно пренебречь зависимостью коэффициентов при  $\omega$  и  $\omega^2$  в (5), т.е. можно пренебречь зависимостью  $X(k)|_{k=\omega/c}$  от  $\omega$ . Действительно, справедливо неравенство  $h_0/k = 1/\beta \gg 1$ , поэтому

$$R\sqrt{h_0^2 - k^2} \approx R\omega_0/c\beta = \Lambda\omega_0 \approx 10^{-3}.$$

Из условия  $\Lambda\omega_0 \approx 10^{-3}$  следует, что  $I_0(\Lambda\omega_0) \approx 1$ . Поэтому в случае излучения с небольшим спектральным разбросом частоты  $\Delta\omega \approx |\omega - \omega_0| \ll \omega_0$  (квази-монохроматическое излучение [13]) можно считать, что  $I_0(\Lambda\omega) \sim 1$ . Оценка дает  $K_0(\Lambda\omega_0) \approx K_0(10^{-3}) \approx 7.5$ . При  $\Delta\omega \ll \omega_0$  получаем:

$$K_0(\Lambda\omega) \approx K_0(\Lambda\omega_0) + (\omega - \omega_0)\partial K_0(\omega)/\partial\omega|_{\omega=\omega_0}$$

$$\approx 7.5 - (\omega/\omega_0 - 1)10^{-6} \approx 7.5.$$

Введем новую константу  $\tilde{E} = 3 \cdot 10^6$  В/м и преобразуем правую часть (6) к виду

$$\frac{\beta^2 c^2}{2\pi R X} \frac{\partial E_{0z}}{\partial t} = \frac{I}{2\pi R} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{E_{0z}}{\tilde{E}} \right), \quad (8)$$

где  $I = N\beta^2 c^2 \tilde{E}/X$  (в системе СГС),  $N$  — поверхностная плотность вертикально ориентированных нанотрубок. Введем полную плотность тока

$$J = 2\pi R j^{(0)} N. \quad (9)$$

С учетом (8) и (9) уравнение (6) в окончательной форме запишется как

$$\frac{\partial^2 J}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial J}{\partial t} + \omega^2 J = -I \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{E_{0z}}{\tilde{E}} \right), \quad (10)$$

где  $\omega^2 = \beta^2 c^2 h_0^2$ ,  $J \propto \exp(ih_0z)$  [4,5,9].

Уравнение (10) позволяет получить аналог дипольного момента  $\tilde{\alpha}$  изолированной нанотрубки в высокочастотном поле  $E_{0z} \propto \exp(-i\tilde{\omega}t)$ :

$$\tilde{\alpha} = \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}^2 - \omega^2 + i\nu\tilde{\omega}} \left( \frac{\beta^2 \lambda^2}{4\pi^2 |X|} \right), \quad (11)$$

где  $\omega/c = 2\pi/\lambda$ . В (11), в отличие от [14], „дипольный момент“ имеет размерность  $\text{м}^2$ , что объясняется размерностью поверхностной плотности вертикально

ориентированных нанотрубок  $N$ . Резонансная частота, как и в [14], определяется величиной  $\nu$ . В отличие от [14] в данной работе полагалось  $\nu = 3.3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , что практически на 2 порядка меньше, чем в [14] ( $\nu = 3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ). Величине  $\nu = 3.3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  соответствует величина  $\tau = 1/\nu = 3 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . Экспериментально полученное значение величины  $\tau$  приведено в [15], в [16] приведено теоретически полученное при комнатной температуре,  $T = 300 \text{ К}$ , значение  $\tau = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  для НТ типа „кресло“. В общем случае в литературе диапазон изменения  $\tau$  составляет от  $2 \cdot 10^{-14}$  до  $3 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . Соответственно различается область изменения циклической частоты излучения  $\tilde{\omega}$ . Рассматриваемый в работе подход позволяет в принципе использовать несколько слоев вертикально ориентированных нанотрубок длиной  $L$  (можно также использовать равномерное распределение вертикально ориентированных нанотрубок в конечном объеме). Если предположить, что расстояние между слоями нанотрубок равно  $3L$ , то в (11) выражение в круглых скобках преобразуется в

$$\frac{\beta^2 \lambda^2}{4\pi^2 |X|} \rightarrow \frac{3\beta^2}{4\pi^2 |X|} L \lambda^2.$$

В [14] выражение в круглых скобках равняется  $LR^2/6$ .

### 3. Моделирование процесса генерации СВЧ излучения при наличии нестационарного поля с крутым передним фронтом

В работе [17] профиль нестационарного электрического поля имел вид „трапеций“

$$E_{0z} = E_0 f(t'),$$

$$f(t') = \begin{cases} t'/\Delta T_1, & 0 \leq t' < \Delta T_1, \\ 1, & \Delta T_1 \leq t' < \Delta T_1 + \Delta \tau, \end{cases} \quad (12)$$

где  $t' = t - z/v_1$ ,  $z' = z$ . Дальнейшее моделирование данного процесса показало, что результаты довольно чувствительны к изменению профиля нестационарного поля. Поэтому в данной работе промоделирована и теоретически исследована зависимость рассматриваемого эффекта от профиля нестационарного электрического поля.

Из (10) с учетом (12) в интервале времени  $0 \leq t \leq \Delta T_1$  следует [17]

$$J = \frac{IE_0}{\omega^2 \Delta T_1 \tilde{E}} \left( -1 + \exp \left[ -\frac{\nu t'}{2} \right] \cos \left[ t' \sqrt{\omega^2 - (\nu/2)^2} \right] \right). \quad (13)$$

Согласно оценке,  $h/2e^2 \approx 12.6 \text{ кОм}$  ( $h = 2\pi\hbar$ ). Пусть  $R = 4 \text{ нм}$ ,  $\tau = 3 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  ( $\nu = 1/\tau = 3.3 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , см. [3]),  $\omega = 2\pi\nu$ ,  $\tilde{E} = 3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$ ,  $E_0 = 3 \cdot 10^7 \text{ В/м}$ . Тогда  $h_0 R = 2\pi R/\lambda\beta = 10^{-3}$ ,  $I_0(10^{-3}) = 1$ ,  $K_0(10^{-3}) = 7.5$ ,  $X = -15$ .

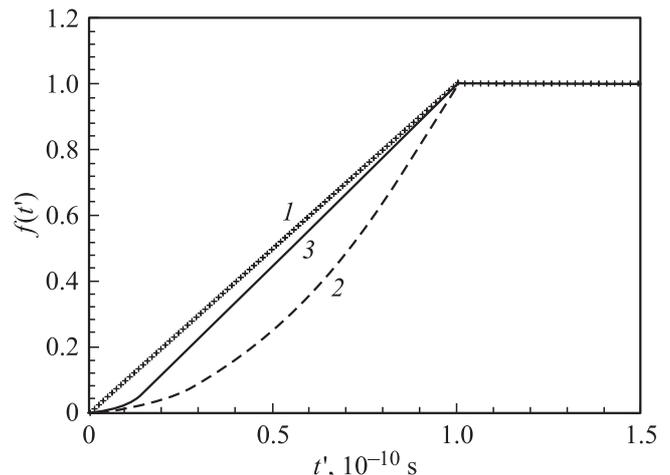


Рис. 1. Функция  $f(t')$ , характеризующая профиль переднего фронта нестационарного поля: линейный (1), параболический (2), комбинированный (3).

В дальнейшем параметры нестационарных импульсов (например, в (12)) выберем в соответствии с [18]:  $\Delta T_1 = 10^{-10} \text{ с}$ ,  $\Delta \tau = 3 \cdot 10^{-9} \text{ с}$ . При  $N = 10^6 \text{ см}^{-2}$  (поверхностная плотность нанотрубок, см. [19]),  $v_F = 10^6 \text{ м/с}$ ,  $\tilde{E} = 3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$  получаем:  $\beta = 0.03$ ,  $I \approx 1.8 \cdot 10^{19} \text{ А/с} \cdot \text{м}^2$ ,  $I/\omega^2 \Delta T_1 = 4.3 \cdot 10^4 \text{ А/м}^2$ .

Поле излучения  $E(t, z)$  определялось путем численного решения волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 E(t, z)}{\partial t^2} - v_1^2 \frac{\partial^2 E(t, z)}{\partial z^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \left( \frac{v_1}{c} \right)^2 \frac{\partial J(t, z)}{\partial t}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) можно получить приближенное аналитическое решение. Предполагая  $|E| \ll |P/\epsilon_0|$ , получаем (см. [15,20,21])

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t' \partial z'} = -\frac{\mu_0 c}{2} \frac{\partial J}{\partial t'}, \quad (15)$$

где  $t' = t - z/v_1$ ,  $z' = z$ . При выводе (15) учтено, что  $|\partial E/\partial z'| \ll |\partial E/c \partial t'|$ . Из (15) с учетом краевого условия  $\partial E(t', z' = 0)/\partial z' = 0$  следует

$$\frac{\partial E}{\partial z'} = -\frac{\mu_0 c}{2} [J(t') - J(t' = 0)]. \quad (16)$$

В случае нестационарного электрического поля в форме „трапеций“ (12) при  $0 \leq t \leq \Delta T_1$  (передний фронт нестационарного поля аппроксимировался прямой — см. рис. 1) из (13) и (16) с учетом краевого условия  $E(z' = 0, t') = 0$  и условия  $J(t') = 0$  следует

$$E(t', z') = -\frac{\mu_0 c I E_0}{2\omega^2 \Delta T_1 \tilde{E}} z' \times \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{\nu t'}{2} \right) \cos \left[ t' \sqrt{\omega^2 - (\nu/2)^2} \right] \right\}. \quad (17)$$

Пусть профиль нестационарного поля имеет вид комбинации прямой и параболы:

$$E_{0z} = E_0 f(t'),$$

$$f(t') = \begin{cases} \mu \left(\frac{t'}{\Delta T_1}\right)^2 + \eta \left(\frac{t'}{\Delta T_1}\right), & 0 \leq t' \leq \Delta T_1, \quad \mu + \eta = 1 \\ 1, & \Delta T_1 \leq t'. \end{cases} \quad (18)$$

Из (10) с учетом начальных условий  $J(t') = 0$ ,  $\partial J(t')/\partial t' = 0$  следует

$$J = At' + B + J_1(t') + C_1 \exp(-\nu t') \cos(\omega t') + C_2 \exp(-\nu t') \sin(\omega t'),$$

$$A = -\mu \frac{2IE_0}{\omega^2(\Delta T_1)^2 \bar{E}}, \quad B = \mu \frac{2\nu IE_0}{\omega^4(\Delta T_1)^2 \bar{E}} - \eta \frac{IE_0}{\omega^2 \Delta T_1 \bar{E}},$$

$$C_1 = -\mu \frac{2\nu IE_0}{\omega^4(\Delta T_1)^2 \bar{E}} + \eta \frac{IE_0}{\omega^2 \Delta T_1 \bar{E}},$$

$$C_2 = \frac{\nu}{2\omega} \left( -\mu \frac{2\nu IE_0}{\omega^4(\Delta T_1)^2 \bar{E}} + \eta \frac{IE_0}{\omega^2 \Delta T_1 \bar{E}} \right) + \mu \frac{2IE_0}{\omega^3(\Delta T_1)^2 \bar{E}}. \quad (19)$$

В (18)  $\mu = 0$ ,  $\eta = 1$  соответствует случаю (12), а выражение (19) переходит в (13). Случай нестационарного поля с профилем в виде „параболы“ реализуется при  $\mu = 1$ ,  $\eta = 0$ . В этом случае с учетом (16) и краевых условий  $E(z' = 0, t') = 0$  и  $\partial E(t', z' = 0)/\partial z' = 0$  решение поля излучения при  $\nu^2/\omega^2 \ll 1$ ,  $\omega \Delta T_1 \ll 1$  приближенно запишется как

$$E(t', z') = -\frac{\mu_0 c I E_0}{\omega^2 (\Delta T_1)^2 \bar{E}} z' \times \left\{ -t' + \frac{1}{\omega} \left[ -\frac{\nu}{\omega} \cos \omega t' + \sin \omega t' \right] \exp\left(-\frac{\nu t'}{2}\right) \right\}. \quad (20)$$

Была проведена серия расчетов со следующими параметрами:  $E_0 = 3.0 \cdot 10^7$  В/м,  $\Delta T_1 = 1.0 \cdot 10^{-10}$  с,  $\Delta \tau = 3.0 \cdot 10^{-9}$  с,  $\bar{E} = 3.0 \cdot 10^6$  В/м,  $N = 10^6$  см $^{-2}$ ,  $I = 1.8 \cdot 10^{19}$  А/м $^2$  ( $I/\omega^2 \Delta T_1 \approx 4.3 \cdot 10^4$  А/см $^2 \cdot$  с $^{-1}$ ),  $\nu_F = 10^6$  м/с,  $\tau = 3 \cdot 10^{-12}$  с ( $\nu = 1/\tau = 3.3 \cdot 10^{11}$  с $^{-1}$ , см. [3]),  $\omega = 2\pi\nu = 2 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$ . При проведении расчетов передний фронт (18) нестационарного поля аппроксимировался прямой (1 на рис. 1, в (18) это  $\mu = 0$ ,  $\eta = 1$ ), параболой (2 на рис. 1, в (18) это  $\mu = 1$ ,  $\eta = 0$ ), параболической зависимостью  $f(t')$  в окрестности  $t' = 0$ , потом переходящей в линейную (кривая 3 на рис. 1).

На рис. 2 приведена полученная в [17] зависимость поля излучения  $E(t, z)$  от координаты  $z$  в момент времени  $t = 5 \cdot 10^{-11}$  с (сплошная кривая) при  $\nu_1 = c$  для случая, когда нестационарное поле аппроксимировалось прямой (прямая 1 на рис. 1). Поле излучения складывается из медленно меняющейся (по линейному закону) составляющей и поля усиливаемого СВЧ излучения. В [17] также для этого случая получено

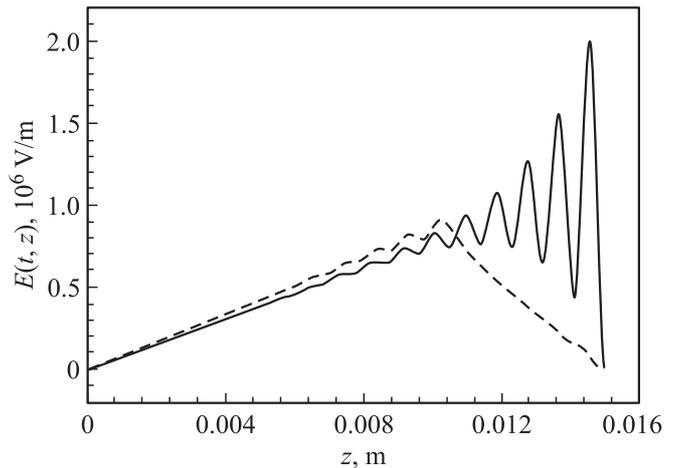


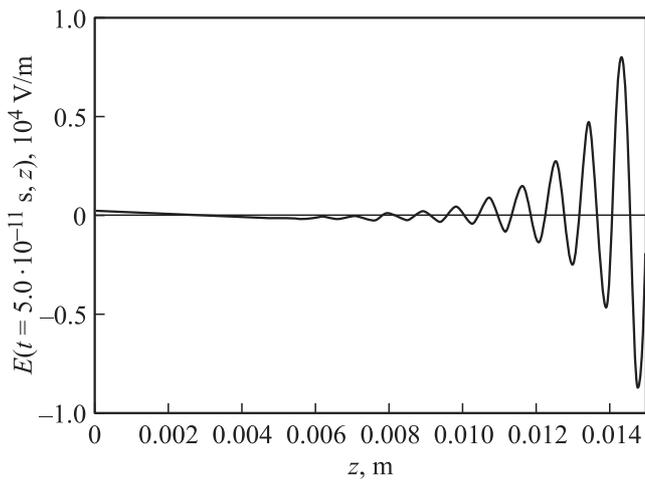
Рис. 2. Зависимость поля излучения от  $z$  в момент времени  $t = 5 \cdot 10^{-11}$  с для случаев нестационарного поля с профилем переднего фронта в виде линейной функции (сплошная линия) и в виде кривой „прямая + парабола“ (штриховая линия).

аналитическое решение, которое полностью совпало с численным решением. Штриховая кривая на рис. 2 соответствует случаю, когда функция  $f(t')$  нестационарного поля аппроксимировалась кривой „парабола + прямая“ (кривая 3 на рис. 1). Из рис. 2 видно, что в области  $0 \leq z \leq 1$  см кривые практически совпадают, а в области  $1 < z \leq 1.5$  см различаются. Это объясняется тем, что в случае параболической зависимости  $f(t')$  (см. рис. 3) в соответствии с (20) при  $t' = \Delta T_1$   $E \propto 1/\omega^3(\Delta T_1)^2$ , в то время как в случае линейной зависимости в соответствии с (17)  $E \propto 1/\omega^2 \Delta T_1$ , где  $\omega \Delta T_1 \ll 1$ . Последнее приводит к тому, что в области параболической зависимости кривой „парабола + прямая“  $0 \leq \Delta t' \leq 0.143 \Delta T_1$  (или  $0 \leq z \leq 0.143 c \Delta T_1 = 0.0043$  м) будет слабое усиление поля излучения, т. е. впереди фронта нестационарного поля в интервале  $0 \leq z \leq 0.0043$  м практически не будет генерироваться поле излучения (что хорошо видно из рис. 2). Если сместить начало отсчета времени для случая „парабола + прямая“ на интервал  $\Delta t' = 0.143 \Delta T_1$  и наложить на рис. 2, то в этом случае будет совпадение со случаем, когда профиль переднего фронта аппроксимировался прямой.

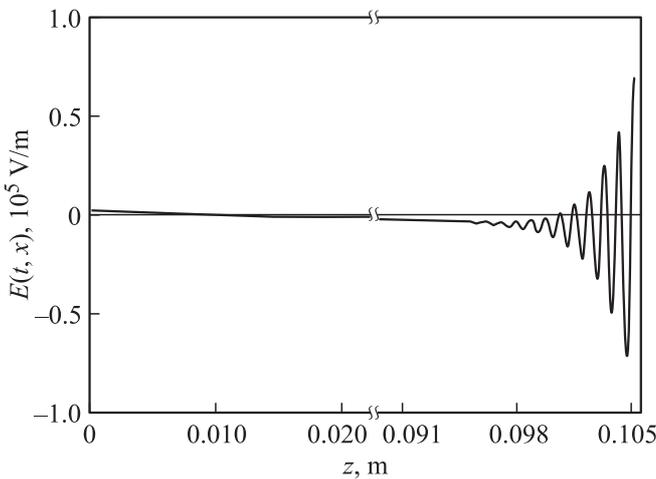
На рис. 3 приведена зависимость усиливаемого СВЧ излучения от продольной координаты в момент времени  $t = 5.0 \cdot 10^{-11}$  с при  $\Delta T_1 = 10^{-10}$  с. Расчетная кривая медленно меняющейся компоненты поля излучения совпадает с аналитическим решением, приведенным в (20), и соответствует параболической зависимости от координаты  $z$  в конечный момент времени

$$\bar{E}(t', z') = \frac{\mu_0 c I E_0}{\omega^2 (\Delta T_1)^2 \bar{E}} z' t' = \frac{\mu_0 I E_0}{\omega^2 (\Delta T_1)^2 \bar{E}} z (ct - z),$$

при этом величина  $\bar{E}$  имеет максимум в точке  $z = ct/2$ . Максимальное значение медленно меняющейся компо-



**Рис. 3.** Изменение во времени поля излучения от  $z$  в момент времени  $t = 5 \cdot 10^{-11}$  с для случая нестационарного поля с параболическим профилем переднего фронта.



**Рис. 4.** Изменение во времени поля излучения от  $z$  в момент времени  $t = 3.33 \cdot 10^{-10}$  с для случая нестационарного поля с параболическим профилем переднего фронта.

менты усиленного поля есть

$$\bar{E}_{\max} = \frac{\mu_0 I E_0}{4\omega^2 (\Delta T)^2 \bar{E}} c^2 t^2 \approx 3 \cdot 10^5 \text{ В/м.}$$

Из рис. 2 и 3 видно, что максимальное значение поля излучения в случае параболической зависимости  $f(t')$  на 2 порядка меньше, чем в случае линейной. В принципе в случае параболической зависимости  $f(t')$  можно получить такие значения поля излучения, что и в случае линейной, если увеличить расстояние и величину  $I$  в (10) на порядок (увеличение  $I$  на порядок равносильно увеличению концентрации нанотрубок). Такая закономерность (зависимость поля излучения от  $z$ ) хорошо видна из рис. 4. При  $0 \leq z \leq 0.1$  м и неизменном  $I$  ( $I = 1.8 \cdot 10^{19}$  А/м<sup>2</sup>) максимальное значение поля СВЧ излучения  $\max |E(t, z) - \bar{E}(t, z)| \approx 7.5 \cdot 10^4$  В/м (см. рис. 4), т.е. поле СВЧ излучения увеличивается

во столько раз, во сколько увеличивается в соответствии с (20) время усиления (или, что то же самое, максимальное значение  $z$ ). Из (20) следует, что максимальное значение поля излучения будет равно  $\max |E(t, z) - \bar{E}| \approx 8 \cdot 10^4$  В/м.

#### 4. Система пространственно равномерно распределенных изолированных нанотрубок

Результаты данной работы позволяют рассмотреть случай, когда нанотрубки изолированы (равномерно распределены по объему с объемной долей  $c_0$ ), а ток в нанотрубках тем не менее при наличии нестационарного электрического поля  $E_0$  будет существовать в интервале времени, в котором происходит усиление поля излучения  $E$ . Сами отдельные нанотрубки представляют собой совокупность диполей, т.е. совокупность отдельных „конденсаторов“. Электронная емкость является термодинамической величиной, которая содержит информацию об ее основном состоянии. Величины электрической емкости и кинетической индуктивности определены в (1). Вклад в величину классической „электрической емкости“ на единицу длины  $\hat{C}_{EQ}$  для рассматриваемой задачи вносит распределение заряда вдоль оси длинного цилиндра в продольном электрическом поле [22], в системе СИ

$$\hat{C}_{EQ} = \pi \epsilon_0 \frac{A(X)}{2X}, \quad X = -1 + \ln(l/R) \approx \ln(l/R), \quad (21)$$

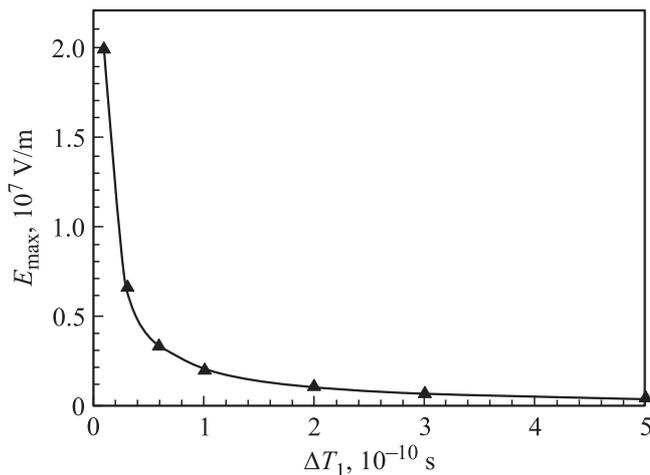
где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,  $l$  — длина НТ. Нетрудно убедиться, что  $\hat{C}_{EQ} \ll C_{EQ}$ . В соответствии с результатами работы [11]  $C_Q = 4 \cdot 10^{-10}$  Ф/м. По результатам экспериментальной работы [22]  $C_{EQ} \sim C_Q$ .

Согласно формуле (21), при  $l/R = 750$   $X = 5.5$ ,  $A(X) = 1/3$ , и при  $l = 10$  мкм получим  $\hat{C}_{EQ} = 8 \cdot 10^{-18}$  Ф/м, и электрическая емкость  $C$  одной наночастицы есть  $\hat{C}_{EQ} \ll C \sim C_{EQ} \sim C_Q$ .

Таким образом, на „обкладках“ наноконденсатора заряд будет порядка  $Q_1 = CE_1 l^2 = 10^{-12}$  Кл при  $E_0 \sim 3 \cdot 10^7$  В/м. В соответствии с работой [19] ток, проходящий через одну наночастицу,  $J = j_0/N$ , где  $j_0 = 18$  А/см<sup>2</sup>,  $N = 10^6$  см<sup>-2</sup> — поверхностная плотность наночастиц на подложке. В данной работе процесс усиления излучения происходит в масштабе времени  $\Delta T = 10^{-10}$  с. За это время по наночастице пройдет заряд  $Q_2 = J\Delta T = 10^{-15}$  Кл, т.е. будет  $Q_1 \gg Q_2$ . Видно, что за время процесса усиления излучения  $T = 10^{-11}$  с заряд „конденсаторов“ практически не меняется.

#### 5. Заключение

Из вышеприведенных результатов следует, что рассмотренный в работе процесс усиления излучения сильно зависит от профиля и ширины переднего фронта нестационарного поля. Это хорошо видно из рис. 5,



**Рис. 5.** Зависимость максимального значения поля излучения  $E_{\max}$  от ширины переднего фронта  $\Delta T_1$  нестационарного поля в момент времени  $t = 5 \cdot 10^{-11}$  с. Сплошная кривая — численное решение, точки — аналитическое.

где приведена численно полученная зависимость максимального значения поля излучения  $E_{\max}$  от ширины переднего фронта  $\Delta T_1$  нестационарного поля (сплошная кривая), когда передний фронт (18) нестационарного поля аппроксимировался прямой.

Точки соответствуют аналитическому решению (17). Из рисунка видно, что уменьшение крутизны (тангенса угла наклона) переднего фронта приводит к уменьшению максимального значения поля излучения  $E_{\max}$ .

В соответствии с результатами численных расчетов (см. рис. 2) следует, что величина генерируемого поля излучения определяется в основном той областью, где тангенс угла наклона имеет наибольшее значение. При этом переходная область переднего фронта с малым значением тангенса угла наклона приводит в основном к временному сдвигу процесса усиления и к незначительному увеличению амплитуды поля излучения. В области параболической зависимости профиля переднего фронта нестационарного поля генерируемое поле излучения уменьшается на величину  $\sim 1/\propto \Delta T_1$  по сравнению с линейной зависимостью профиля переднего фронта.

Авторы благодарят М.Б. Белоненко и С.А. Максименко за предоставленные статьи по нанотрубкам.

Работа выполнена по проекту РФФИ № 10-02-96012.

## Список литературы

- [1] O.M. Yevtushenko, G.Ya. Slepyan, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia, D.A. Romanov. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1102 (1997).
- [2] G.Ya. Slepyan, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia, O.M. Yevtushenko. *Phys. Rev. B*, **57**, 9485 (1998).
- [3] G.Ya. Slepyan, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia, O.M. Yevtushenko, A.V. Gusakov. *Phys. Rev. B*, **60**, 17 136 (1999).
- [4] С.А. Максименко, Г.Я. Слепян. *Радиотехника и электроника*, **47** (3), 261 (2002).
- [5] С.А. Максименко, Г.Я. Слепян. *Вестн. фонда фундаментальных исследований*, № 4, 92 (2006).
- [6] S.A. Maksimenko, G.Ya. Slepyan. In: *The Handbook of Nanotechnology: Nanometer Structure Theory, Modeling, and Simulation*, ed. by A. Lakhtakia (SPIE Press, 2004) p. 145.
- [7] S.A. Maksimenko, G.Ya. Slepyan, K.B. Batrakov, A.A. Khrushchinsky, P.P. Kuznir, A.M. Nemilentsau, M.V. Shuba. In: *Carbon Nanotubes and Related Structures E.*, ed. by V. Blank, B. Kulnitskiy (Research Signpost Publisher, 2008) p. 147.
- [8] M.J. Hagmann. *IEEE Trans. Nanotechnol.*, **4** (2), 289 (2005).
- [9] П.Н. Дьячков. *Электронные свойства и применение нанотрубок* (М., БИНОМ. Лаб. знаний, 2011); С. Rutherglen, P. Burke. *Small*, **5** (8), 884 (2009).
- [10] G.Ya. Slepyan, M.V. Shuba, S.A. Maksimenko, A. Lakhtakia. *Phys. Rev. B*, **73**, 195 416 (2006).
- [11] С. Rutherglen, P. Burke. *Small*, **5** (8), 884 (2009).
- [12] P. Burke, S. Li, Z. Yu. *IEEE Trans. Nanotechnol.* **5**, 314 (2006).
- [13] Н.Р. Садыков, М.О. Садыкова. *Оптика атмосферы и океана*, **11** (2–3), 223 (1998); Н.Р. Садыков. *Оптика и спектр.*, **86** (2), 307 (1999); Н.Р. Садыков. *Оптика и спектр.*, **90** (5), 812 (2001).
- [14] G.Ya. Slepyan, M.V. Shuba, S.A. Maksimenko, C. Thomson, A. Lakhtakia. *Phys. Rev. B*, **81**, 205 423 (2010).
- [15] S.J. Tans, M.H. Devoret, H. Dai, A. Thess, R.E. Smalley, L.J. Geerligs, C. Dekker. *Nature (London)*, **386**, 474 (1997).
- [16] R.A. Jishi, M.S. Dresselhaus, G. Dresselhaus. *Phys. Rev. B*, **48**, 11 385 (1993).
- [17] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. *Оптика атмосферы и океана*, **25** (4), 344 (2012).
- [18] Г.А. Месяц, М.И. Яландин. *УФН*, **175** (3), 225 (2005).
- [19] М.Б. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещеряков. *ФТП*, **44** (9), 1248 (2010).
- [20] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. *ФТП*, **46** (2), 168 (2012).
- [21] Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин. *ФТП*, **46** (6), 809 (2012).
- [22] S. Iani, L.A. Donev, M. Kindermann, P.L. McEuen. *Nature Physics*, **2**, 687 (2006).

Редактор Л.В. Шаронова

## Influence of non-stationary electric field with various profiles of leading front on carbon nanotubes

N.R. Sadykov, N.A. Scorkin

Branch of South Ural State University,  
456070 Snezhinsk, Chelyabinsk, Russia  
\* Snezhinsk Physica and Technology Institute  
of the National Research Nuclear University „MEPhI”,  
456070 Snezhinsk, Chelyabinsk, Russia

**Abstract** The process of generation of millimeter range radiation in the medium on basis of nanotubes is theoretically investigated and mathematically simulated. The possibility of damped periodic oscillations of surface current in nanotubes at the expense of kinetic inductance and quantum electric capacitance in non-stationary electric field is the basis of radiation amplification.