01;07;08

Влияние пространственной структуры звукового поля на брэгговскую акустооптическую дифракцию в условиях сильной акустической анизотропии

© С.Н. Антонов,¹ А.В. Вайнер,¹ В.В. Проклов,¹ Ю.Г. Резвов²

¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
 141190 Фрязино, Московская область, Россия
 e-mail: olga-ant@yandex.ru
 ² Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева,
 301665 Новомосковск, Тульская область, Россия

(Поступило в Редакцию 30 июня 2009 г.)

Рассматривается брэгтовская акустооптическая дифракция в акустически анизотропной среде с учетом дифракционной двумерной пространственной структуры акустического пучка. Найдены условия, при которых существенно ослабевает обратная передача световой мощности из дифрагированного луча в проходящий в режиме 100%-ной эффективности дифракции. Показано, что причиной эффекта является дифракционное искривление волновых фронтов звукового пучка в плоскости акустооптической дифракции. Решена задача оптимизации размеров пьезопреобразователя и пространственного положения входного светового луча по критерию минимально необходимой мощности акустического поля. Приведены результаты моделирования в широком интервале параметров акустооптического взаимодействия в случае гауссова светового пучка. Адекватность модели подтверждена экспериментально. Сформулированы рекомендации разработчикам акустооптических устройств.

Введение

При теоретическом анализе акустооптического (AO) взаимодействия и конструировании АО-устройств обычно не учитывают дифракционную структуру акустического пучка ("ближнее поле") и используют модель звукового столба. Пренебрежение пространственной неоднородностью звукового пучка при расчетах приводит к таким последствиям, как завышение предельной эффективности дифракции и неточность определения акустической мощности, необходимой для достижения этого предела. Угловая расходимость дифрагированного света на практике оказывается больше расчетной, что снижает важный для АО-дефлекторов параметр — число разрешимых точек. Кроме того, модель звукового столба не позволяет теоретически оптимизировать такие параметры АО-ячеек (АОЯ), как размер преобразователя в направлении, перпендикулярном плоскости дифракции, и место входа светового луча в звуковой пучок.

Последовательный учет указанного фактора при АО-взаимодействии представляет собой трудную задачу. Известные работы по данной тематике, включая последние [1,2], подтверждают сильное влияние реальной структуры акустического поля на характеристики АО-взаимодействия. В настоящее время остается актуальной задача построения теории АО-взаимодействия с учетом дифракционной структуры акустического пучка и многообразия условий взаимодействия.

Цели настоящей работы следующие:

1) построение модели брэгговского АО-взаимодействия с учетом двумерной дифракционной структуры акустического пучка в анизотропной среде; 2) теоретическое (в рамках данной модели) и экспериментальное исследование высокоэффективной АО-дифракции гауссова светового пучка в кристалле парателлурита;

3) составление практических рекомендаций разработчиками АО-приборов.

1. Расчетная модель

1.1. Акустическое поле прямоугольного преобразователя

Как известно (например, [3,4]), поле упругих смещений частиц среды в монохроматической волне, возбуждаемой плоским прямоугольным преобразователем (расположенным в плоскости x = 0), имеет вид:

$$s(x, y, z, t) = \operatorname{Re}\left\{S_0H_y(x, y)H_z(x, z - x\operatorname{tg}\gamma)\right\}$$
$$\times \exp\left(-j\omega(t - x/v_s)\right).$$

Здесь S_0 — амплитуда колебаний у преобразователя, v_s — фазовая скорость центральной акустической волны; ω — циклическая частота колебаний; γ — угол сноса звука в плоскости АО-дифракции xz.

Полагаем, что снос звуковой волны существует только в этой плоскости. $H_y(x, y)$ и $H_z(x, z)$ — двумерные комплексные профили акустического поля, описывающие его пространственную структуру. Если преобразователь занимает область $-l_y/2 \le y \le l_y/2$,



Рис. 1. Модуль (*a*) и фаза (*b*) профиля акустического поля. Линия уровня |H| = 1.3 (*2*), 1.0 (*3*), 0.7 (*4*); $\arg(H) = -\pi/10$ (*2*), $\pi/10$ (*3*). Преобразователь занимает в плоскости $\alpha = 0$ область $-0.5 \le \beta \le 0.5$. Не показана область $\alpha \le 0.02$ слабонеоднородной пятнистой структуры.

 $-l_z/2 \le z \le l_z/2$, то в нормированных координатах X_y, X_z профили имеют идентичный вид:

$$H_{y}(x, y) = H\left(X_{y}, \frac{y}{l_{y}}\right), \quad X_{y} = \frac{\Lambda B_{y}}{\pi l_{y}^{2}} x,$$
$$H_{z}(x, z) = H\left(X_{z}, \frac{z}{l_{z}}\right), \quad X_{z} = \frac{\Lambda B_{z}}{\pi l_{z}^{2}} x, \qquad (1)$$
$$H(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \left(\text{erf}\left(\frac{\beta + 1/2}{\sqrt{j\alpha}}\right) - \text{erf}\left(\frac{\beta - 1/2}{\sqrt{j\alpha}}\right) \right).$$

Здесь $\Lambda = 2\pi v_s / \omega$ — длина звуковой волны; erf() — функция ошибок; B_y , B_z — факторы квадратичной анизотропии, описывающие кривизну поверхности фазовых скоростей: B_y — в плоскости yx, B_z — в плоскости AO-дифракции xz. В изотропной среде $B_{y,z} = 1$, в анизотропной среде значения этих коэффициентов могут достигать нескольких десятков, быть положительными, отрицательными и обращаться в нуль (автоколлимационные направления).

В общем случае кривизну поверхности фазовой скорости звука характеризует двумерная матрица **B**, собственные векторы которой могут быть направлены не по координатным осям. Однако будем полагать, что $B_{y,z}$ есть собственные значения матрицы **B**, это вносит количественную неточность, но существенно упрощает выкладки и правильно передает общие закономерности. Отметим, что в параболическом приближении теории дифракции компоненты k_x , k_y , k_z волнового вектора плоской акустической волны связаны соотношением

$$k_x = \frac{\omega}{v_s} + \operatorname{tg}(\gamma)k_z - \frac{1}{2}\frac{v_s}{\omega}\left(B_yk_y^2 + B_zk_z^2\right).$$
(2)

Модуль и фаза функции $H(\alpha, \beta)$ приведены на рис. 1. Для дальнейшего анализа существенны следующие закономерности. В ближней зоне ($\alpha < 0.05$) поле имеет мелкую пятнистую структуру. Далее на оси акустического пучка существует достаточно протяженная область повышенной амплитуды, причем максимальное значение достигается при $\beta = 0$, $\alpha = 0.109$ и превышает 1.34. В начале этой области поле имеет минимальную ширину. За областью повышенной амплитуды (т. е. за ближней зоной) поле становится более равномерным и расширяется. Фаза поля в ближней зоне почти однородна, а за пределами ближней зоны фазовые фронты постепенно искривляются по мере удаления от преобразователя.

1.2. АО-дифракция на неоднородном акустическом поле

Пусть на акустическое поле под брэгговским углом к центральной акустической волне в плоскости дифракции *xz* падает монохроматический световой пучок (рис. 2), с гауссовым распределением амплитуды:

$$E_i(x, y) \sim \exp\left[-\left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\right)/r^2\right],$$
 (3)

где x_0 и y_0 — координаты входа оси пучка (отнесенные к плоскости z = 0), r — радиус пучка по уровню интенсивности $1/e^2$.

Обозначим углы между световыми пучками и осью z, т.е. углы падения и дифракции, как $\gamma_{t,d}$. В результате брэгговского АО-взаимодействия помимо проходящего светового пучка (распределение амплитуды $E_t(x, y, z)$) образуется дифрагированный пучок ($E_d(x, y, z)$). Групповые скорости пучков $S_{t,d}$ могут различаться, поэтому удобно обозначить следующим образом:

$$E_d(x, y, z) \to (S_{dz}/S_{tz})^{1/2} E_d(x, y, z).$$

В таких обозначениях уравнения связи имеют наиболее простой вид, а эффективность дифракции в произвольной плоскости z = const равна:

$$\eta = \frac{\iint |E_d(x, y, z)|^2 dx dy}{\iint |E_i(x, y)|^2 dx dy}.$$
(4)



Рис. 2. Геометрия АО-взаимодействия. *G* — вектор Пойнтинга акустической волны.

Примем ряд допущений:

1) пучки пересекают акустическое поле под небольшим углом к волновому вектору, т.е. $\gamma_{t,d} \ll 1$;

2) в пределах апертуры падающего света акустическое поле можно считать однородным по оси x: $H_a(x, a) \cong H_a(x_0, a), a = y, z$. Оценить применимость этого допущения можно, сопоставив апертуру света 2r с характерными волновыми числами пространственного спектра:

$$\Delta k_x \cong \frac{\Lambda}{4\pi} B_a \Delta k_a^2 \sim \frac{\Lambda B_a}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{l_a}\right)^2.$$

Получаем следующий критерий:

$$P_1 = 2r\Lambda |B_a|/l_a^2 \ll 1; \tag{5}$$

3) проходящий и дифрагированный световые пучки на длине взаимодействия распространяются вместе. Расхождением лучей можно пренебречь, если (с учетом допущения 1)

$$P_2 = \frac{\lambda l_z}{2rn_{t,d}\Lambda} \ll 1; \tag{6}$$

4) можно пренебречь дифракционным расширением световых пучков на длине взаимодействия. Для гауссова светового пучка радиуса r разброс значений волнового числа составляет $\Delta k_{tx} \cong 2/r$. Следует учесть также неопределенность, обусловленную дифракционным расплыванием звука. В случае небольшой звуковой мощности оценочно получаем

$$P_3 = \left(\frac{2}{r} + \frac{r}{x_0} \frac{\Lambda}{4\pi} B_a \left(\frac{2\pi}{l_y}\right)^2\right)^2 \frac{\lambda l_z}{(2\pi)^2 n_{t,d}} \ll 1.$$

В типичных условиях взаимодействия $(x_0 \ge r, l_y \ge 2r \ge 6\Lambda)$ это автоматически соблюдается при выполнении предыдущего условия (6).

При этих допущениях стандартная процедура вывода укороченных уравнений связанных волн дает:

$$\frac{\partial E_d(x, y, z')}{\partial z'} = VH_y(x_0, y)H_z(x_0, z')E_t(x, y, z'),$$
$$\frac{\partial E_t(x, y, z')}{\partial z'} = -V^*H_y^*(x_0, y)H_z^*(x_0, z')E_d(x, y, z').$$
(7)

Здесь $z' = z/l_z$ — нормированная координата, вдоль которой изменяются световые поля; V = v/2, где v известный в литературе параметр — индекс фазовой модуляции, рассчитанный формально для акустического поля в модели звукового столба. Отметим, что в рамках принятых приближений снос звука в плоскости АО-дифракции не оказывает влияния на АО-процесс. Систему (7) дополняют граничные условия:

$$E_t(x, y, -\infty) = E_i(x, y), \quad E_d(x, y, -\infty) = 0.$$
 (8)

Далее теоретический анализ АО-дифракции строится на уравнениях (1), (7), (8).

Влияние структуры поля в плоскости дифракции

2.1. Теоретический анализ

Рассмотрим дифракцию светового пучка, достаточно тонкого для того, чтобы считать профиль $H_y(x_0, y)$ однородным в пределах апертуры света. Тогда в (7) этот профиль является постоянным коэффициентом при V, т.е. лишь масштабирует шкалу звуковых мощностей. Без ограничения общности его можно исключить из уравнений. Оставшийся профиль $H_z(x_0, z')$ описывает неоднородность акустического поля вдоль пути светового пучка. Если фаза поля мало меняется на пути луча, т.е. arg $(H_z(x_0, z')) \cong$ const, уравнения (7), (8) имеют простое аналитическое решение:

$$E_{d}(x, y, z') = \frac{H_{z}(x_{0}, z')}{|H_{z}(x_{0}, z')|} \times \sin\left(V \int_{-\infty}^{z'} |H_{z}(x_{0}, z')| dz'\right) E_{i}(x, y),$$
$$E_{t}(x, y, z') = \cos\left(V \int_{-\infty}^{z'} |H_{z}(x_{0}, z')| dz'\right) E_{i}(x, y).$$

В соответствии с (4) эффективность АО-дифракции в этом случае следующая:

$$\eta = \sin^2 \left(V \int_{-\infty}^{+\infty} |H_z(x_0, z')| \, dz' \right).$$

Видно, что в этом случае вид кривой $\eta(V)$ сохраняет основные черты, присущие модели звукового столба,

когда $\eta = \sin^2(V)$. Сохнаяется периодический энергообмен между световыми пучками и эффективность изменяется в пределах от 0 до 100%.

Однако при удалении точки входа луча от преобразователя неоднородность фазы поля становится существенной. В этом случае решение можно искать в виде ряда по *V*:

$$E_d(x, y, z') = V(c_1 - c_3V^2 + c_5V^4 - c_7V^6 + \dots)E_i(x, y),$$
$$E_t(x, y, z') = (1 - c_2V^2 + c_4V^4 - c_6V^6 + \dots)E_i(x, y),$$

где функции $c_i = c_i(z')$ определяются следующим образом:

$$c_{1}(z') = \int_{-\infty}^{z} H_{z}(x_{0}, z')dz',$$

$$c_{i}(z') = \int_{-\infty}^{z'} H_{z}(x_{0}, z')c_{i-1}(z')dz', \quad i = 3, 5, \dots;$$

$$c_{i}(z') = \int_{-\infty}^{z'} H_{z}^{*}(x_{0}, z')c_{i-1}(z')dz', \quad i = 2, 4, \dots$$

Рис. З показывает, как при этом трансформируется зависимость $\eta(V)$. На начальном восходящем участке этой кривой изменения малы и могут быть описаны поправочным коэффициентом ослабления *F*, так что:

$$\eta = \sin^2 \big(VF(X_z, V) \big). \tag{9}$$

Коэффициент ослабления $F(X_z, \eta)$ зависит от расстояния от преобразователя и эффективности дифракции. Из рис. 4 видно, что фактор *F* следует учитывать, когда эффективность близка к 100%. Таким образом, возрастает значение параметра *V*, необходимое для достижения близкой к 100% эффективности АО-дифракции.

Самые существенные изменения происходят в режиме перемодуляции, когда эффективность дифракции



Рис. 3. Зависимость эффективности дифракции тонкого гауссова пучка от амплитуды акустической волны V с учетом структуры поля только в плоскости АО-дифракции. Расстояние от преобразователя $X_z = 0$ (1), 0.2 (2), 0.4 (3), 0.6 (4).



Рис. 4. Зависимость фактора ослабления $F(X_z, \eta)$ от параметра X_z при эффективности дифракции $\eta = 0.50$ (1), 0.80 (2), 0.90 (3), 0.95 (4).

прошла максимум и начинает снижаться. При $X_z \ll 1$ перемодуляция наблюдается при $\pi/2 < V < \pi$. Исчезает периодический обмен энергией между падающим и дифрагированным светом, что приводит к существенному выравниванию кривой $\eta(V)$. Причиной этого является неоднородность фазы звукового поля вдоль световых лучей, что полностью соответствует одному из выводов работы [5].

2.2. Эксперимент

Экспериментальное исследование трансформации кривой $\eta(V)$ подробно описано в работе [6]. Кратко приведем только условия и основные результаты этого исследования.

Использовалась АОЯ из парателлурита (TeO₂), в которой возбуждалась медленная сдвиговая волна вдоль кристаллографического направления [110]. Частота звука была равна 6 MHz, скорость $v_s = 616$ m/s, коэффициенты квадратичной анизотропии составили $B_y = 52$, $B_z = 12$. Пьезопреобразователь из ниобата лития имел размеры 5.5 mm вдоль оси *y* (т. е. в направлении, перпендикулярном плоскости дифракции) и примерно 2.7 mm в плоскости дифракции. Луч света с длиной волны 1.07 μ m и апертурой 0.6 mm падал на звуковой пучок под углом 2° (в кристалле). Положение светового луча по оси *y* соответствовало оси акустического пучка, по оси *x* положение менялось и в разных точках измерялась зависимость $\eta(V)$.

На рис. 5 демонстрируются результаты измерений в разных точках. На каждом из них нижняя осциллограмма — электрический сигнал, подаваемый на преобразователь. Амплитуда этого сигнала пропорциональна амплитуде акустической волны V. Верхние осциллограммы показывают эффективность дифракции, изменяющуюся синхронно с ростом амплитуды сигнала.

Эксперимент продемонстрировал удовлетворительное согласие с теоретическим расчетом. Вблизи преобразователя (рис. 5, *a*) зависимость близка к синусоидальной.



Рис. 5. Измеренные зависимости эффективности АО-дифракции от амплитуды акустической волны. Расстояние от преобразователя: 1.4 mm (a), 4 (b), 12.5 (c).

По мере удаления от преобразователя (рис. 5, b) уменьшается глубина провала после максимума эффективности. Наконец, эффективность дифракции стабилизируется на высоком уровне (рис. 5, c). Начальный участок кривой (до максимума) при этом изменяется мало. Амплитуда акустической волны, при которой наблюдается максимум эффективности, медленно растет.

Влияние структуры поля в плоскости, ортогональной дифракционной

Если $X_z \ll 1$, то можно считать, что $H_z(x_0, z) = 1$ в пределах $-l_z/2 \le z \le l_z/2$, при этом будут незначительны эффекты, рассмотренные выше. Решение (7) примет вид

$$E_d(x, y, z') = (H_y(x_0, y) / |H_y(x_0, y)|) \sin(|VH_y(x_0, y)|)$$
$$\times (z' + 1/2))E_i(x, y).$$
(10)

Дальнейший анализ существенно зависит от апертуры светового пучка. В частности, использование тонкого пучка характерно для АО-модуляторов, достаточно широкие пучки используют АО-дефлекторы.

3.1. Дифракция тонкого светового пучка

Для достаточно тонкого светового пучка, когда $2r \ll l_y$, профиль $H_y(x_0, y)$ практически постоянен на апертуре света. Следовательно, при заданной амплитуде акустической волны эффективность дифракции определяется только координатами x_0 и y_0 входа светового пучка:

$$\eta(x_0, y_0) = \sin^2(V|H_y(x_0, y_0)|).$$
(11)

В условиях слабого взаимодействия, когда $\eta \ll 1$, эффективность дифракции пропорциональна интенсивности колебаний в точке входа:

$$\eta(x_0, y_0) = V^2 |H_y(x_0, y_0)|^2.$$

Этот режим АО-визуализации акустического поля хорошо известен. Однако нелинейный характер зависимости (11) при высокоэффективной дифракции нарушает это однозначное соответствие, что может приводить к ошибочной трактовке экспериментальных результатов.

Для исследования точности этой формулы и выражений (2), описывающих структуру акустического поля, был проведен эксперимент. Схема измерительной установки представлена на рис. 6. Излучение одномодового



Рис. 6. Схема измерительной установки.



Рис. 7. Измеренные (a-c) и расчетные (d-f) картины эффективности дифракции. Управляющее напряжение 20 mV (a), 40 (c), 50 (e). Расчет соответствует значениям V = 0.65 (b), 1.30 (d), 1.63 (f).

линейно-поляризованного лазера 1 с длиной волны в вакууме $\lambda = 1.07 \,\mu$ m поступало на двухкоординатный дефлектор 2, состоящий из двух АО-дефлекторов, ориентированных ортогонально друг другу. На дефлекторы подавались ЛЧМ-сигналы с периодами 0.5 s (горизонтальная развертка) и 25 s (вертикальная). Между дефлекторами и исследуемой АОЯ 4 софокусно располагалась линза 3 (фокусное расстояние F = 270 mm), которая превраща-

ла угловое отклонение лазерного луча в координатное смещение. Таким образом, луч лазера сканировал входную апертуру исследуемой ячейки, причем угол падения света на звук поддерживался постоянным и равным углу Брэгга. За АОЯ располагалась линза 5, фокусирующая нулевой порядок дифракции на фотоприемник 6. Чтобы исключить влияние аппаратной функции дефлектора, измерения выполнялись в два этапа: сначала сканирование проводилось без звука в исследуемой ячейке, затем — со звуком. Отношение измеренных сигналов позволяло определить дифракционную эффективность с погрешностью ~ 1%.

Исследовалась АОЯ на монокристалле парателлурита (TeO₂) с размерами 14 mm по направлению распространения звука, 12 mm — в направлении света и 8 mm — по высоте. Медленная сдвиговая акустическая волна возбуждалась в направлении, составляющем угол 6° с осью [110] в плоскости АО-дифракции (110). В таких условиях скорость звука $v_s = 652 \text{ m/s}$, угол сноса 44.8° в плоскости дифракции, параметры квадратичной анизотропии $B_v = 47.3, B_z = 10.4$. Пьезопреобразователь из ниобата лития (LiNbO₃) имел размер $l_7 = 4.5 \,\mathrm{mm}$ в направлении света и $l_y = 5 \,\mathrm{mm}$ в высоту. Свет распространялся в плоскости (110) под небольшим углом к оптической оси, апертура света на входе в АОЯ составляла $2r = 0.2 \,\mathrm{mm}$. На выбранной частоте звука f = 20.7 MHz (длина звуковой волны $\Lambda = 31.5\,\mu m)$ соотношение расходимостей света и звука составляло ~ 0.5, что определяло предельную эффективность дифракции ~ 90% [7]. Сканируемое поле перекрывало весь акустический пучок в АО-кристалле, имело размеры $6 \times 8 \,\mathrm{mm}$ и состояло из 40×55 измеряемых точек. Длина сканируемого поля (8 mm) соответствовала нормированным координатам $X_z = 0.04$ и $X_{v} = 0.19$, что позволяло пренебречь структурой акустического поля в плоскости дифракции, но при этом исследовать структуру в ортогональной плоскости.

Параметры применимости построенной теоретической модели, рассчитанные по (8)–(10), составляли: $\gamma_t = 0.03$, $\gamma_d = 0.02$, $P_1 = 0.015$, $P_2 = 0.35$, $P_3 = 0.022$. Параметр P_2 нельзя счесть вполне малым, т.е. лучи не совсем вместе распространялись в среде взаимодействия. Однако построенная модель может быть использована, хотя и с ограниченной точностью.

На рис. 7 приведены измеренные и расчетные картины эффективности дифракции в плоскости, ортогональной дифракционной, при трех уровнях амплитуды акустического поля. Расчетные уровни амплитуды взяты пропорционально измеренным значениям напряжения электрического сигнала на преобразователе АОЯ.

В точке $x \simeq 2 \,\mathrm{mm}$ виден небольшой по размеру, но глубокий минимум. В области, где расчет предсказывает повышенную амплитуду колебаний ($3.5 \le x \le 7.5 \,\mathrm{mm}$), наблюдается более эффективная дифракция при средней акустической мощности (рис. 7, a) и перемодуляция при большой мощности (рис. 7, e). Снижение

эффективности на краю измеренной области связано с большим углом сноса акустического пучка. Из-за этого на расстоянии $x \sim 7-8$ mm пучок ограничивался одной из боковых граней кристалла, что уменьшало длину АО-взаимодействия и, следовательно, эффективность.

Вблизи своего максимума эффективность слабо зависит от амплитуды колебаний, поэтому в тех областях, где достигается максимальная эффективность $(3.5 \le x \le 7.5 \text{ mm}$ на рис. 7, c и $x \le 2 \text{ mm}$ на рис. 7, e), она становится более однородной. Тем не менее характерные особенности распределения сохраняются.

В целом картины демонстрируют хорошее согласие теоретической модели с экспериментом, что позволяет рассчитать интегральную эффективность дифракции широкого светового пучка и оптимизировать его положение и размеры преобразователя для конкретного применения.

3.2. Дифракция широкого светового пучка

В этом случае неоднородность акустического поля по апертуре светового пучка должна вызывать следующие явления. Во-первых, будет ограничена предельно достижимая эффективность дифракции. Во-вторых, величина звуковой мощности, необходимая для достижения заданного уровня эффективности дифракции, будет зависеть от апертуры светового луча. В-третьих, пространственный спектр дифрагированного пучка изменится относительно падающего света.

Рассмотрим задачу выбора оптимальной комбинации высоты преобразователя l_y и расстояния от пьезопреобразователя до светового луча x_0 при всех остальных заданных параметрах взаимодействия: длине волны звука Λ , факторе анизотропии B_y , апертуре гауссова светового луча 2r (по уровню интенсивности e^{-2}). Принимаются все допущения, перечисленные в начале статьи, за исключением того, что неоднородность акустического поля по апертуре света вдоль оси x не считается пренебрежимо малой (т.е. учитывается).

С учетом этих допущений эффективность дифракции есть

$$\eta = \frac{2}{r^2 \pi} \iint \exp\left[-2 \frac{(x - x_0)^2 + y^2}{r^2}\right] \\ \times \sin^2\left[V \left| H\left(X_y, \frac{y}{l_y}\right) \right| \right] dx dy.$$
(12)

Это выражение удобно анализировать в следующих нормированных величинах:

$$\tilde{l}_y = \frac{l_y}{2r}, \quad \tilde{x}_0 = \frac{x_0}{2r}, \quad \tilde{x} = \frac{x}{2r}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{2r}, \quad A = \frac{2r}{\Lambda B_y},$$
(13)



Рис. 8. Линии уровня акустической мощности W/W_0 , при которой достигается максимум дифракционной эффективности.

а именно

$$X_{y} = \frac{\Lambda D_{y} x}{\pi l_{y}^{2}} = \frac{x}{\pi A \tilde{l}_{y}^{2}},$$

$$\eta = \frac{2}{r^{2} \pi} \iint \exp\left[-2\left((\tilde{x} - \tilde{x}_{0})^{2} + \tilde{y}^{2}\right)\right]$$
$$\times \sin^{2}\left[V\left|H\left(\frac{\tilde{x}}{\pi A \tilde{l}_{y}^{2}}, \frac{\tilde{y}}{\tilde{l}_{y}}\right)\right|\right] d\tilde{x} d\tilde{y}.$$
 (14)

Акустическая мощность, необходимая для достижения этой эффективности, равна:

$$W = \tilde{l}_y \left(\frac{2}{\pi}V\right)^2 W_0, \quad W_0 = \frac{\lambda^2 r}{M_2 l_z}, \quad (15)$$

где W_0 — мощность, рассчитанная в модели плоского столба при $\tilde{l}_y = 1$. В этих выражениях кроме переменных, по которым происходит интегрирование, есть четыре параметра. По параметру V будем находить максимум эффективности дифракции, и собственно его величина не важна (важна акустическая мощность). Параметры \tilde{l}_y и \tilde{x}_0 требуется найти. Остается один параметр задачи — *А*. Он определяет соотношение масштабов акустического поля по осям *x* и *y*.

Требования, предъявляемые к оптимальным значениям \tilde{l}_y и \tilde{x}_0 , в первую очередь заключаются в необходимом высоком уровне эффективности дифракции и минимально возможной необходимой акустической мощности. Поэтому решение задачи заключается в расчете максимальной эффективности и необходимой для ее достижения мощности при различных значениях \tilde{l}_y и \tilde{x}_0 по формулам (1), (14), (15).

Для примера рассмотрим случай A = 1.9. На рис. 8 в координатах \tilde{x}_0 (абсцисса) и \tilde{l}_y (ордината) нанесены линии уровня акустической мощности, необходимой для достижения максимума эффективности дифракции. Мощность отложена в нормированных единицах W/W_0 . Серым цветом закрашена область, в которой предельная эффективность ниже 95%. Будем считать эту величину заданным необходимым уровнем эффективности. Существенно, что расчет не учитывает дифракционной расходимости светового луча и связанного с ней снижения эффективности АО-дифракции, т.е. на практике эффективность будет несколько ниже.

Оптимальной является либо точка I ($\tilde{l}_y = 1, \tilde{x}_0 = 1.8, W = 1.19W_0$), либо точка 2 ($\tilde{l}_y = 1.4, \tilde{x}_0 = 0.75, W = 1.23W_0$).

4. Практические рекомендации

Ниже дан ряд практических рекомендаций для разработчиков АО-устройств. Подраздел 4.1 имеет значение при заметной неоднородности акустического поля в плоскости дифракции; 4.2 и 4.3 — существенны при заметном отступлении от модели звукового столба в ортогональной плоскости. При этом рекомендации разд. 4.3 носят оценочный характер и существенны при АО-дифракции достаточно широких световых пучков.

4.1. Зависимость эффективности дифракции от амплитуды звука

По мере удаления светового луча от преобразователя акустическое поле на пути луча становится неоднородным. В результате изменяется зависимость эффективности АО-дифракции от амплитуды управляющего электрического сигнала.

Во-первых, незначительно изменяется форма кривой на участке от нуля до максимума эффективности и смещается положение самого максимума. Это изменение удобно формально описать фактором ослабления $F(X_z, \eta)$ (см. рис. 4), существенным только при высокой эффективности. Практически важно, что смещение максимума вызывает увеличение акустической



Рис. 9. Увеличение акустической мощности, необходимой для достижения эффективности 100% (1), 95 (2) по мере удаления от преобразователя. W_0 — расчетная мощность в модели звукового столба.

Журнал технической физики, 2010, том 80, вып. 3

мощности, при которой достигается заданный уровень эффективности (рис. 9). Пренебрежение этим фактором при высокоэффективной АО-дифрации может служить источником погрешности.

Во-вторых, уменьшается глубина провала эффективности после ее максимума (рис. 3). При $X_z > 0.5$ провал фактически отсутствует и эффективность дифракции, достигнув максимума, стабилизируется в широком диапазоне акустической мощности.

4.2. Оптимизация размера преобразователя и расстояния до него

Зависимость параметров оптимальных точек от величины A представлена на рис. 10–12. На всех рисунках ось абсцисс — параметр A в логарифмическом масштабе, где по три графика, каждый из которых соответствует своей близкой к оптимуму области. Графики построены в диапазоне $0.2 \le A \le 10$. Меньшие значения A, повидимому, не встречаются на практике. Значения больше 10 вполне обычны (например, в изотропных средах). При этом ближняя зона акустического поля имеет



Рис. 10. Оптимальный размер преобразователя.



Рис. 11. Оптимальное расстояние от преобразователя.



Рис. 12. Минимальное значение мощности звука для достижения 95% эффективности дифракции.

большую протяженность и, как правило, заполняет весь АО-образец. Параметры дифракции почти не зависят от \tilde{x}_0 . Эффективность дифракции 95% достигается при $\tilde{l}_v \sim 1.2-1.5$.

Как видно из рис. 11, во многих случаях минимум акустической мощности достигается при $\tilde{x} \sim 0.5 - 1.5$. На практике столь близкое расположение светового луча и преобразователя может быть неудобным или даже технически невозможным. При удалении светового луча от преобразователя он попадает в дальнюю зону акустического поля, в которой амплитуда звуковых колебаний быстро падает, что сильно повышает величину необходимой мощности W. Однако определенное увеличение размера преобразователя l_v сдвигает область максимальной амплитуды поля к световому лучу и уменьшает необходимую мощность, несмотря на то что И пропорционально l_v. В такой ситуации оптимальна область, лежащая сразу за границей ближней зоны акустического поля, а именно при заданном, минимально допустимом расстоянии от преобразователя \tilde{x}_{\min} , оптимальный размер преобразователя составляет

$$\tilde{l}_y = \sqrt{\frac{\tilde{x}_{\min}}{0.5A}}.$$
(16)

Таким образом, алгоритм вычисления оптимальных значений высоты преобразователя и расстояния от него до луча света следующий.

1. Рассчитать параметр *А* для конкретной задачи и по графикам (рис. 10–12) найти оптимальные области.

2. Если оптимальные расстояния \tilde{x}_0 слишком малы для конкретной задачи, то оптимальный размер преобразователя рассчитать по (16), подставив в него минимально допустимое расстояние \tilde{x}_{min} .

3. Если необходимо, по формулам (1), (14), (15) рассчитать картину, подобную рис. 8, для полученной величины А. Это может понадобиться в случае, если в задаче есть какие-либо дополнительные ограничения или если необходимый уровень эффективности дифракции составляет не 95%.

4.3. Угловая расходимость дифрагированного луча света

Отметим важные особенности взаимодействия в случае, характерном для АО-дефлекторов, когда апертура широкого светового пучка близка к высоте преобразователя $(r/l_v \sim 0.3 - 0.5)$. Важным параметром является число разрешимых положений светового пучка, которое (в том числе) определяется уголовой шириной $\theta_{d,out}$ дифрагированного света. Обычно полагают, исходя из модели звукового столба, что эта величина равна углу расходимости θ_d падающего пучка. Однако неоднородность возмущения среды по апертуре света увеличит расходимость светового пучка в обеих плоскостях хг и уг. Это увеличение в плоскости АО-дифракции хг приведет к уменьшению числа разрешимых положений. С учетом условий (7)-(11) угловую расходимость дифрагированного луча можно оценить как $\theta_{d,\text{out}} \sim (1 + \pi P_2/4)\theta_d$, т.е. число разрешимых положений уменьшается в $1 + \pi P_2/4$ раза. Так как $P_2 \sim r$, то увеличение апертуры падающего пучка света увеличивает число разрешимых положений лишь до некоторого предела.

Заключение

1. Исследована брэгговская АО-дифракция на удалении от преобразователя, где акустическое поле расширяется, а его волновые фронты искривляются. Теоретически и экспериментально показано, что зависимость эффективности такой дифракции от акустической мощности отличается от классического брэгговского случая — по мере увеличения мощности эффективность доходит до максимума, близкого к 100%, а затем не снижается в большом диапазоне мощностей, т.е. отсутствует перемодуляция. Установлено, что этот эффект проявляется начиная с расстояния от преобразователя:

$$x_0 \approx \frac{\pi}{2} \, \frac{l_z^2}{B_z \Lambda}$$

где l_z — размер преобразователя в плоскости дифракции, Λ — длина волны звука, B_z — параметр акустической анизотропии.

2. Структура акустического поля в плоскости, ортогональной дифракционной, приводит к неоднородности эффективности дифракции по оптической апертуре АОячейки. В результате этого, во-первых, акустическая мощность, необходимая для достижения заданного уровня дифракционной эффективности, зависит от апертуры и места входа светового луча в АО-ячейку. Во-вторых, от этих же факторов зависит предельная достижимая эффективность дифракции. В-третьих, угловая расходимость дифрагированного луча света становится больше расходимости исходного луча.

3. Сформулированы практические рекомендации по выбору размеров преобразователя и места входа светового луча в акустическое поле для достижения заданного уровня эффективности АО-дифрации при минимальной величине акустической мощности.

Список литературы

- Григорьев М.А., Навроцкая Ю.Н., Прохоров В.В., Петров В.В., Толстиков А.В. // Опт. и спектр. 1998. Т. 84. № 2. С. 307–311.
- [2] Магдич Л.Н., Писаревский Ю.В., Семеновский Н.Н., Сильвестрова О.Ю. // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53. № 12. С. 1528–1532.
- [3] Хаткевич А.Г. // Акустический журнал. 1978. Т. 24. № 1. С. 108–115.
- [4] Maloney W.T., Meltz G., Gravel R.L. // IEEE Transact on Sonics and Ultrasonics. 1968. Vol. SU-15. N 3. P. 167–172.
- [5] Шарангович С.Н. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 104–110.
- [6] Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г. //
- ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 6. С. 119–123. [7] *Ребрин Ю.К.* Управление оптическим лучом в простран-
- [7] Ребрин Ю.К. Управление оптическим лучом в пространстве. М.: Сов. радио, 1977. 336 с.