

# Краткие сообщения

01;09

## О новых электромагнитных волнах в многокомпонентном диэлектрике

© В.М. Дубовик

Московский инженерно-физический институт (государственный университет),  
115409 Москва, Россия  
e-mail: vdubovik44@mail.ru

(Поступило в Редакцию 10 января 2007 г. В окончательной редакции 25 сентября 2007 г.)

Исследовано дисперсионное уравнение добавочных поперечных электромагнитных волн в многокомпонентном аморфном диэлектрике вблизи узкой линии поглощения. Возможность их возбуждения связана с пространственной дисперсией, обусловленной флуктуациями поляризуемости молекул диэлектрика. Выяснены условия, при которых закон дисперсии добавочной (новой) волны определяется в основном средним квадратом флуктуации поляризуемости.

PACS: 41.20.Jb

Строго говоря, все вещества неоднородны. Когда длина волны поля намного больше среднего расстояния между молекулами, вещество можно считать однородным. Как было показано в [1], в многокомпонентном диэлектрике вблизи нуля средней поляризуемости молекул  $\alpha(\omega)$  электромагнитные волны могут обладать аномальными свойствами. Ниже рассматривается возможность появления добавочных (новых) электромагнитных волн в многокомпонентном диэлектрике. Добавочные волны в конденсированной среде, обусловленные ее пространственной дисперсией, обсуждаются давно (см., например, [2–6]). В рассматриваемом случае они вызваны флуктуациями поляризуемости молекул многокомпонентного диэлектрика.

Если в аморфном диэлектрике, состоящем из нескольких сортов молекул, поменять местами две молекулы разного сорта, то полная плотность числа молекул не изменится, но изменятся локальные значения поляризуемости. Поэтому флуктуации плотности в таком диэлектрике менее существенны, чем флуктуации поляризуемости, и ими в первом приближении можно пренебречь. Отсюда следует, что многокомпонентный аморфный диэлектрик можно рассматривать как однородную изотропную среду с флуктуирующей поляризуемостью молекул. Учет флуктуаций приводит к тому, что поляризация вещества, а следовательно и индукция электрического поля, могут быть представлены в виде интеграла от плотности вероятности и поля. Это означает, что если до учета флуктуаций поляризуемости связь индукции с полем была локальной, то при их учете в среде возникает пространственная дисперсия.

В работе [1] было показано, что учет наличия нескольких сортов молекул в аморфном многокомпонентном диэлектрике дает добавочное слагаемое в его поляри-

зации:

$$\mathbf{P}_1(\mathbf{q}, \omega) = n_0 \langle \delta\alpha(\omega) \delta \mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega) \rangle, \quad (1)$$

где  $n_0$  — средняя плотность числа молекул,  $\delta\alpha(\omega)$  — флуктуация поляризуемости молекул диэлектрика,  $\delta \mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega)$  — полный фурье-образ флуктуации локального поля. Последовательное усреднение в  $\mathbf{P}_1$  по сортам молекул, обозначенное как  $\langle \dots \rangle$ , приводит, в конечном счете, к пространственной дисперсии поперечной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon^t(q, \omega) = \frac{\varepsilon_0(\omega) + (2/9)M(\omega)P(q, \omega)}{1 - (1/9)M(\omega)P(q, \omega)}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0(\omega)$  — диэлектрическая проницаемость, определяемая соотношением Клаузиуса–Моссотти

$$\varepsilon_0(\omega) = \frac{1 + (8\pi/3)n_0\alpha(\omega)}{1 - (4\pi/3)n_0\alpha(\omega)}, \quad (3)$$

$$M(\omega) = \{4\pi n_0[\varepsilon_0(\omega) + 2]\delta\alpha_s/3\}^2, \quad (4)$$

$(\delta\alpha_s)^2$  — средний квадрат флуктуации поляризуемости молекул,

$$P(q, \omega) = \frac{q^2 + 2(\omega/c)^2}{q^2 - \varepsilon_0(\omega)(\omega/c)^2}. \quad (5)$$

Из (2) и (4) видно, что если пренебречь флуктуациями поляризуемости молекул,  $\delta\alpha_s = 0$ , то  $M = 0$  и диэлектрическая проницаемость не обладает пространственной дисперсией,  $\varepsilon^t = \varepsilon_0(\omega)$ .

Вблизи полюса диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0(\omega)$ , соответствующего экситону в микроскопической теории, т.е. в окрестности линии поглощения  $\omega = \omega_0$ , поперечная проницаемость  $\varepsilon^t$  имеет вид

$$\varepsilon^t(\omega) = A/(\omega_0 - \omega), \quad (6)$$

где

$$A = 9/4\pi n_0(d\alpha/d\omega_0). \quad (7)$$

При наличии пространственной дисперсии, обусловленной в данном случае учетом флуктуаций поляризуемости молекул, в поперечной диэлектрической проницаемости появляются слагаемые, зависящие от волнового числа  $q$ ,

$$\varepsilon^f(q, \omega) = A(q)/[\omega_0 - \omega + \beta(n^2 + 2)], \quad (8)$$

где

$$A(q) = A - 2\beta(n^2 + 2), \quad \beta = A[(4\pi/3)n_0\delta\alpha_s]^2/9, \\ n^2 = q^2c^2/\omega^2. \quad (9)$$

Как известно [2–6], это повышает порядок алгебраического дисперсионного уравнения, определяющего спектр волны  $q(\omega)$ , и может привести к его дополнительным решениям.

Действительно, подставим в известное уравнение  $n^2 = \varepsilon^f(q, \omega)$  выражение (8) для поперечной диэлектрической проницаемости среды. После несложных алгебраических преобразований получается следующее биквадратное уравнение

$$n^4 - n^2\{[(\omega - \omega_0)/\beta] - 4\} - [(A/\beta) - 4] = 0. \quad (10)$$

Запишем решения этого уравнения:

$$n^2 = [(\omega - \omega_0)/2\beta] - 2 \\ \pm \{ \{ [(\omega - \omega_0)/2\beta] - 2 \}^2 + (A/\beta) - 4 \}^{1/2}, \quad (11)$$

причем нас будут интересовать, прежде всего, его положительные решения, соответствующие распространяющимся в среде волнам.

Из (11) видно, что существование одного или двух решений уравнения (10) зависит от величины  $A/\beta$  (см. второе соотношение в (9))

$$A/\beta = 9/[(4\pi/3)n_0\delta\alpha_s]^2, \quad (12)$$

т.е. определяется величиной  $n_0\delta\alpha_s$ . При  $A/\beta > 4$  имеем одно положительное решение, или одну добавочную волну, которой нет, если пренебречь пространственной дисперсией среды. При  $A/\beta < 4$  и  $\beta > 0$  имеется два положительных решения правее точки с координатами

$$n_m^2 = |(A/\beta) - 4|^{1/2}$$

и

$$\omega_m - \omega_0 = 2\beta\{|(A/\beta) - 4|^{1/2} + 2\},$$

а при  $A/\beta < 4$  и  $\beta < 0$  — два положительных решения левее точки с координатами

$$n_m^2 = |(A/\beta) - 4|^{1/2}$$

и

$$\omega_m - \omega_0 = -2|\beta|\{|(A/\beta) - 4|^{1/2} + 2\}.$$

В обоих случаях в указанных точках  $dn^2/d\omega = \infty$ . Заметим, что в общем случае  $\delta\alpha_s \sim \alpha$ , так что  $n_0\delta\alpha_s \sim 1$ ,

а следовательно и  $A/\beta \sim 1$ . Поэтому

$$|\omega_m - \omega_0| \sim |A\beta|^{1/2} = \delta\alpha_s(d\alpha/d\omega_0)^{-1},$$

согласно (7) и (9). Так как максимумы поляризуемости и диэлектрической проницаемости, вообще говоря, не совпадают, то производная  $d\alpha/d\omega_0$  невелика — порядка  $\alpha/\omega_0$ . Следовательно,  $|\omega_m - \omega_0| \sim \omega_0$ , что противоречит условию  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$ , ибо везде рассмотрение ведется в области частот вблизи линии поглощения. Поэтому при сделанных выше предположениях существование двух добавочных волн невозможно. Казалось бы, при  $\delta\alpha_s \ll \alpha$  выполняются оба условия:

$$\beta = [(4\pi/3)n_0\delta\alpha_s]^2/4\pi n_0(d\alpha/d\omega_0) \sim \omega_0(\delta\alpha_s/\alpha)^2 \ll \omega_0,$$

$$|\omega_m - \omega_0| \sim \omega_0(\delta\alpha_s/\alpha) \ll \omega_0.$$

Однако из (12) видно, что тогда  $A/\beta \sim 1/(\delta\alpha_s/\alpha)^2 \gg 1$ , т.е. снова приходим к случаю одной добавочной волны, соответствующей решению (см. (11))

$$n^2 = [(\omega - \omega_0)/2\beta] + \{ [(\omega - \omega_0)/2\beta]^2 + (A/\beta) \}^{1/2}. \quad (13)$$

Для частот, близких к  $\omega_0$ , а именно  $(\omega - \omega_0) \ll \beta$ , решение (13) может быть записано как  $n^2 = (A/\beta)^{1/2} + [(\omega - \omega_0)/2\beta]$ , т.е. определяется в основном величиной  $n_0\delta\alpha_s$ .

Рассмотрим также возможность выполнения условия  $\beta \ll \omega_0$  за счет большой величины производной  $d\alpha/d\omega_0$ . Для качественного ответа на вопрос, в каких случаях  $d\alpha/d\omega_0$  велико, можно воспользоваться известным выражением для поляризуемости атома

$$\alpha(\omega) = (e^2/m)\Sigma_s f_s (\omega_s^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega)^{-1}, \quad (14)$$

где  $f_s$  — сила осциллятора перехода. Если частота поля  $\omega$  близка к одной из собственных частот  $\omega_1$  электронов в атоме, то

$$\alpha(\omega) \approx (e^2/m)f_1/(\omega_1^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega). \quad (15)$$

Из (15) видно, что  $d\alpha/d\omega$  велико вблизи собственной частоты  $\omega$ . Подстановка (15) в (3) дает для диэлектрической проницаемости следующее приближенное выражение:

$$\varepsilon(\omega) \approx \frac{\omega_1^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega + f_1(8\pi ne^2/3m)}{\omega_1^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega - f_1(4\pi ne^2/3m)}, \quad (16)$$

из которого видно, что максимумы поляризуемости молекулы  $\omega_1$  и диэлектрической проницаемости среды  $\omega_0 \approx [\omega_1^2 - f_1(4\pi ne^2/3m)]^{1/2}$  могут быть близки при условии малости силы осциллятора  $f_1$  (см., например, [6]). Однако при этом из (7) следует, что  $A$  мало, но тогда нужно учесть в диэлектрической проницаемости  $\varepsilon^f$  кроме полюсного члена  $A/(\omega - \omega_0)$  также и постоянное слагаемое. (Этот случай был детально рассмотрен в [5], § 106.)

В заключение сделаем несколько замечаний. Во-первых, из-за большого значения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon^f$  вблизи  $\omega_0$  может нарушиться условие применимости макроскопической электродинамики,  $\lambda \gg n_0^{-1/3}$ . Для того чтобы оно выполнялось, необходимо, чтобы частота  $\omega$  удовлетворяла неравенству

$$|\omega - \omega_0| \gg \omega_0(\omega_0^2/c^2 n_0^{2/3}). \quad (17)$$

Во-вторых, выше речь шла о частотах  $\omega$ , близких к  $\omega_0$ , т.е. об узкой линии поглощения,  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$ , и одновременно далеких от ее центра, т.е. удовлетворяющих также неравенству

$$|\omega - \omega_0| \gg \gamma, \quad (18)$$

где  $\gamma$  — ширина линии. В противном случае необходимо учитывать поглощение, что может существенно изменить рассмотренную картину [5]. Какое из неравенств, (17) или (18), нарушится раньше, зависит от соотношения параметров  $\omega_0$  и  $\gamma$ , т.е. от положения и ширины линии в спектре поглощения конкретного вещества. И наконец, исходное соотношение Клаузиуса–Моссотти (3) имеет, как известно, ограниченную область применимости, например, для неполярных диэлектриков, вдали от области аномальной дисперсии и т.д. Таким образом, для возбуждения добавочной электромагнитной волны необходимо выполнение перечисленных выше условий. Отметим, что примером многокомпонентных непроводящих сред, где должна наблюдаться „новая“ волна, могут служить оксидные неорганические стекла, например, боратные стекла — смесь оксида бора ( $B_2O_3$ ) с тяжелыми металлами типа бария или свинца [7].

Автор выражает признательность М.И. Рязанову за обсуждение полученных результатов.

## Список литературы

- [1] Дубовик В.М., Рязанов М.И. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 9. С. 1–5.
- [2] Пекар С.И. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Киев, 1982. 295 с.
- [3] Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., 1965. 374 с.
- [4] Давыдов А.С. Теория молекулярных экситонов. М., 1968. 296 с.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982. 680 с.
- [6] Рязанов М.И. Введение в электродинамику конденсированного вещества. М., 2002. 320 с.
- [7] Химическая энциклопедия. Т. 4. М., 1995. С. 422–424.