

05;11

## Плавление ультратонкой пленки смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения

© А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко

Сумский государственный университет,  
40007 Сумы, Украина  
e-mail: khom@phe.sumdu.edu.ua

(Поступило в Редакцию 27 декабря 2006 г.)

Исследовано плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-гладкими поверхностями. Введены аддитивные шумы сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки, построена фазовая диаграмма, где интенсивность шума этой температуры и температура поверхностей трения определяют области жидкостного, сухого и прерывистого (stick-slip) трения. При численном анализе уравнения Ланжевена для различных областей диаграммы построены временные ряды напряжений, которые позволяют объяснить эксперименты по трению, где наблюдается прерывистое движение. Рассмотрено плавление смазки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения, дано объяснение экспериментально определенным временным зависимостям силы трения.

PACS: 64.60.-i, 05.10.Gg, 62.20.Fe, 68.60.-p

Плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-плоскими твердыми поверхностями при учете аддитивных шумов сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры описывается уравнением Ланжевена [1,2]:

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = f(\sigma) + \sqrt{I(\sigma)}\xi(t), \quad (1)$$

где  $\sigma$  — сдвиговое напряжение, являющееся параметром порядка,  $\tau_\sigma$  — время его релаксации. При  $\sigma = 0$  смазка твердоподобна, ситуация  $\sigma \neq 0$  отвечает ее жидкоподобному состоянию [3]. Согласно новой карте трения для граничного режима [4] с увеличением напряжений

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (2)$$

растет вязкая сила трения

$$F = \frac{\eta_{\text{eff}}VA}{h}, \quad (3)$$

где  $V$  — скорость блока,  $h$  — толщина пленки,  $\eta_{\text{eff}}$  — эффективная вязкость,  $A$  — площадь контакта. Из сопоставления (2) и (3) получим выражение для скорости через напряжения:

$$V = \sigma \frac{h}{\eta_{\text{eff}}}, \quad (4)$$

т. е. с ростом напряжений полная сила трения уменьшается, так как возрастает скорость движения сдвигаемых поверхностей (смазка плавится).

Обобщенная сила  $f(\sigma)$  и эффективная интенсивность шума  $I(\sigma)$  задаются равенствами

$$f(\sigma) \equiv -\sigma + g\sigma[1 - (2 - T_e)d(\sigma)],$$

$$I(\sigma) \equiv I_\sigma + (I_e + I_T\sigma^2)g^2d^2(\sigma), \quad d(\sigma) \equiv (1 + \sigma^2)^{-1}. \quad (5)$$

Здесь  $T_e$  — температура поверхностей трения;  $g(\sigma) = G/G_0 \equiv \text{const}$  — отношение модуля сдвига к его характерному значению;  $I_\sigma, I_e$  и  $I_T$  — интенсивности шумов напряжений, деформации и температуры соответственно. В (1) функция  $\xi(t)$  представляет  $\delta$ -коррелированный стохастический источник (белый шум). Его моменты определяются следующим образом:

$$\langle \xi(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2D\delta(t - t'), \quad (6)$$

где  $D$  — интеграл корреляционной функции, играющий роль интенсивности источника. Распределение значений  $\xi(t)$  по их величине  $\xi$  является гауссовым [5]:

$$P(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\mu}\right\}. \quad (7)$$

Здесь  $\mu^2$  представляет второй момент источника

$$\mu^2 \equiv \langle \xi^2(t) \rangle = 2D\delta(0), \quad (8)$$

расходящийся как  $D/\tau$ , где  $\tau \rightarrow 0$  — ширина  $\delta$ -функции, которая в реальных физических системах всегда принимает ненулевое значение.

Уравнению Ланжевена (1) соответствует уравнение Фоккера–Планка (УФП) в форме Ито [6]:

$$\tau_\sigma \frac{\partial P(\sigma, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \sigma} f(\sigma)P(\sigma, t) + D \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} I(\sigma)P(\sigma, t). \quad (9)$$

С течением времени распределение решений уравнения (1) становится стационарным и его явный вид может быть найден из (9) при  $\partial P(\sigma, t)/\partial t = 0$ :

$$P(\sigma) = Z^{-1} \exp\{-U(\sigma)\}. \quad (10)$$

Полученное распределение определяется нормировочной постоянной

$$Z = \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp\{-U(\sigma)\} \quad (11)$$

и эффективным потенциалом<sup>1</sup>

$$U(\sigma) = \ln I(\sigma) - \frac{1}{D} \int_{-\infty}^{\sigma} \frac{f(\sigma')}{I(\sigma')} d\sigma'. \quad (12)$$

Уравнение, определяющее положение максимумов функции  $P(\sigma)$ , имеет вид

$$(1-g)x^3 + g(2-T_e)x^2 - 2g^2DI_Tx + 4g^2D(I_T - I_\varepsilon) = 0, \quad (13)$$

$$x \equiv 1 + \sigma^2.$$

Таким образом, абсциссы максимумов распределения  $P(\sigma)$  не зависят от интенсивности шума  $I_\sigma$ .

При фиксированной интенсивности  $I_\varepsilon$  фазовая диаграмма имеет вид, показанный на рис. 1, где линии I, II отвечают пределам потери устойчивости системы. Выше прямой I, определяемой равенством

$$T_e = 1 + g^{-1} + 2gD(I_T - 2I_\varepsilon), \quad (14)$$

наиболее вероятное значение напряжений  $\sigma \neq 0$ , и смазка находится в жидкоподобной фазе, обеспечивая устойчивое жидкостное трение (SF). Ниже кривой II, касающейся прямой I в трикритической точке  $T$  с координатами

$$T_e^c = \frac{2}{3}(1 + 2g^{-1} - 2gDI_\varepsilon),$$

$$I_T^c = \frac{1}{6gD}(g^{-1} - 1 + 8gDI_\varepsilon), \quad (15)$$

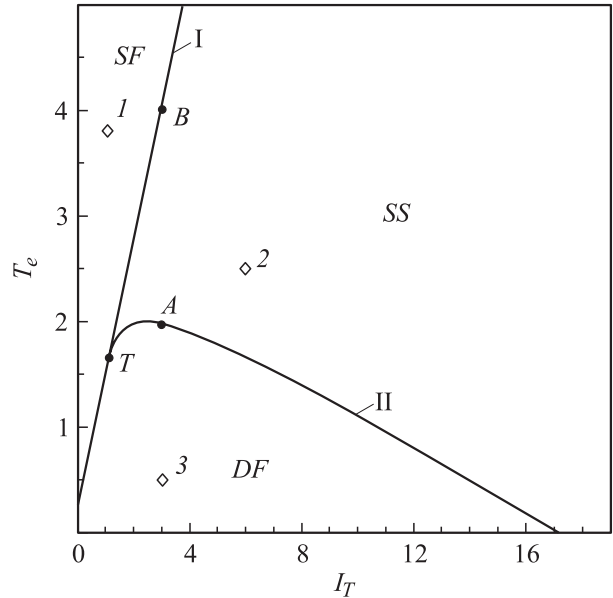
имеется максимум функции  $P(\sigma)$  только в точке  $\sigma = 0$ , и реализуется сухое трение (DF), характерное для твердоподобной пленки смазки. Между этими линиями максимумы  $P(\sigma)$  отвечают нулевому и ненулевому значениям напряжений, т.е. расположена область прерывистого (stick-slip) трения (SS), при котором происходят периодические переходы между указанными динамическими режимами трения. Это характерно для режима перемежаемости при плавлении смазки, где имеет место смесь твердоподобного и жидкоподобного состояний. Согласно (15), плавление смазки возможно даже при нулевой температуре  $T_e$  поверхностей трения, если интенсивность флуктуаций деформации превышает критическое значение

$$I_\varepsilon = (1 + 2g^{-1})/2gD.$$

Отсюда видно, что с увеличением интенсивности стохастического источника  $D$  это значение уменьшается.

Фазовая диаграмма состояний системы построена согласно аналитически найденному распределению  $P(\sigma)$ . Теперь проделаем аналогичную процедуру, анализируя уравнение (1) численно. Это обусловлено тем, что в эксперименте обычно измеряются временные зависимости физических величин. Кроме того, данная процедура позволит еще раз показать, что между УФП в форме Ито и уравнением Ланжевена (1) существует однозначное соответствие.

<sup>1</sup> В отличие от [1] нижний предел интегрирования равен не 0, а  $-\infty$ , поскольку далее рассматриваются и отрицательные напряжения.



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма при  $g = 0.8$ ,  $I_\varepsilon = 0.8$ ,  $D = 0.8$  с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистого (SS) трения ( $T$  — трикритическая точка).

Умножив (1) на  $dt$ , получим дифференциальное соотношение Ланжевена:

$$\tau_\sigma d\sigma = f(\sigma)dt + \sqrt{I(\sigma)}dW(t), \quad (16)$$

где  $dW(t) = W(t+dt) - W(t) \equiv \xi(t)dt$  — винеровский процесс, обладающий свойствами белого шума [7]:

$$\langle W(t) \rangle = 0; \quad \langle (W(t))^2 \rangle = 2Ddt. \quad (17)$$

В рамках подхода Ито полагается, что стохастические процессы  $\sigma(t)$  и  $dW(t)$ , входящие в последний член уравнения (16), статистически некоррелированы [6]. Для численного решения уравнения (16) воспользуемся методом Эйлера. Измерив время в единицах  $\tau_\sigma$ , с учетом определения дискретного аналога дифференциала случайной силы  $dW(t) \equiv \sqrt{\Delta t}W_n$  получим итерационную процедуру расчета временного ряда напряжений:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + f(\sigma_n)\Delta t + \sqrt{I(\sigma_n)\Delta t}W_n. \quad (18)$$

Решение уравнения производится на временном интервале  $t \in [0, T]$ . При заданном количестве итераций  $N$  (числе точек временного ряда) приращение времени определяется как  $\Delta t = T/N$ . Сила  $W_n$  обладает следующими свойствами:

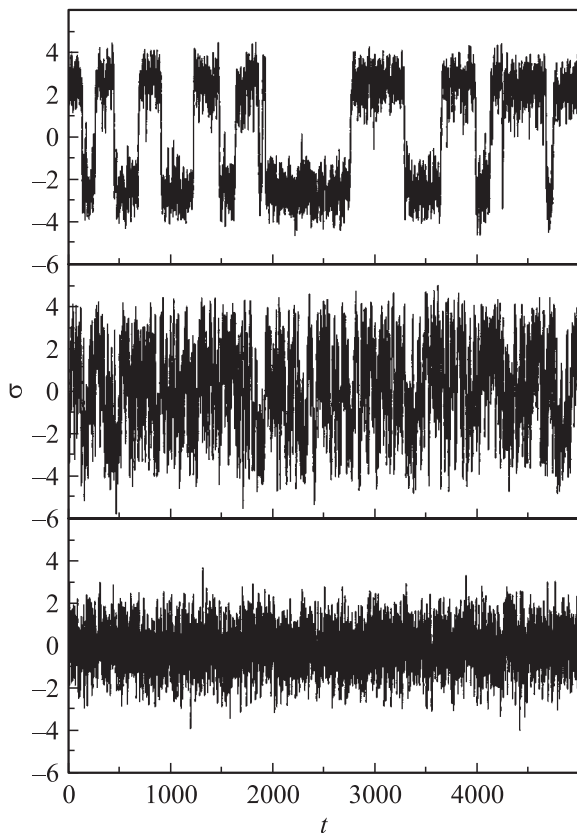
$$\langle W_n \rangle = 0, \quad \langle W_n W_n' \rangle = 0, \quad \langle W_n^2 \rangle \rightarrow 2D. \quad (19)$$

Адекватно представить случайную силу, обладающую свойствами белого шума, позволяет модель Бокса—Мюллера [8]:

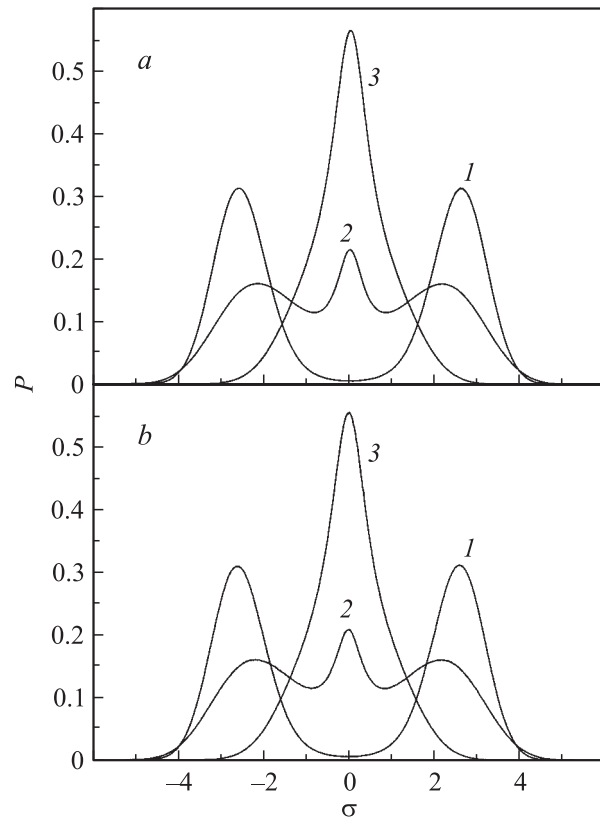
$$W_n = \mu \sqrt{-2 \ln r_1} \cos(2\pi r_2), \quad r_i \in (0, 1], \quad (20)$$

где  $\mu = \sqrt{2D}$ , а  $W_n$  — абсолютно случайное число со свойствами (19), (7). Псевдослучайные числа  $r_1$  и  $r_2$  повторяются через определенный интервал.

Траектории  $\sigma(t)$  для различных областей фазовой диаграммы показаны на рис. 2. Верхняя панель рисунка соответствует точке 1 на рис. 1 (SF). Здесь видны периодические переходы между положительным и отрицательным устойчивыми значениями напряжений, которые равны по абсолютной величине. Данный режим соответствует жидкоподобной структуре смазки, и малому значению силы трения. Следует считать, что при отрицательных значениях напряжений осуществляется реверсивное движение (движение сдвигаемых поверхностей в обратном направлении), деформация при этом также становится отрицательной. Можно пренебречь отрицательной областью, считая ее нефизичной, и предполагать, что при достижении напряжениями нулевого значения они начинают увеличиваться, что позволяет анализировать поведение  $|\sigma|$ . Средняя панель отвечает точке 2 рис. 1 (SS). На ней видны частые переходы между нулевым и ненулевым значениями напряжений, что соответствует режиму прерывистого трения, когда сила трения скачкообразно изменяется в процессе движения. Поскольку переходы эти очень частые, такая ситуация отвечает режиму перемежаемости, когда в смазке существует смесь жидкоподобной и твердоподобной фаз [2]. Нижняя панель рисунка соответствует точке 3 рис. 1 (DF). Здесь осуществляются колебания



**Рис. 2.** Временные ряды напряжений  $\sigma(t)$ , соответствующие режимам, показанным точками на рис. 1 при  $I_\sigma = 0.1$ . Верхняя панель — точка 1 —  $I_T = 1$ ,  $T_e = 3.8$  (SF); средняя панель — точка 2 —  $I_T = 6$ ,  $T_e = 2.5$  (SS); нижняя панель — точка 3 —  $I_T = 3$ ,  $T_e = 0.5$  (DF).

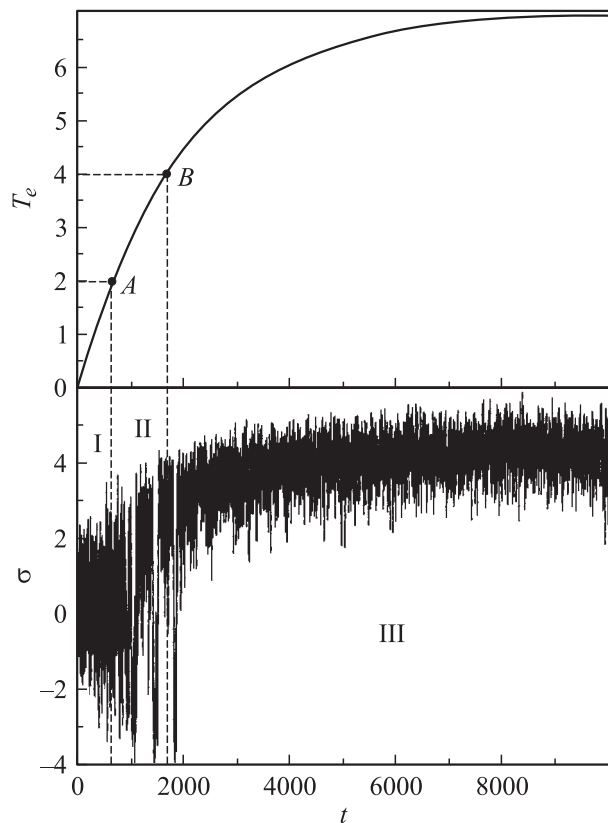


**Рис. 3.** Распределение вероятностей: *a* — определяемые выражением (10) и отвечающие точкам на рис. 1; *b* — найденные при численном анализе уравнения (18) с параметрами  $N = 10^8$ ,  $T = 10^6$ ,  $\Delta t = 0.01$  и соответствующие траекториям на рис. 2.

вблизи  $\sigma = 0$ , что отвечает твердоподобной структуре смазки и самому большому значению силы трения.

На рис. 3, *a* приведено распределение вероятности (10) для точек, указанных на фазовой диаграмме, на рис. 3, *b* представлены аналогичные распределения, полученные численно при решении уравнения Ланжевена и отвечающие траекториям на рис. 2. Видно, что соответствующие зависимости  $P(\sigma)$  в обоих случаях идеально совпадают, что подтверждает соответствие УФП в форме Ито (9) и полученной итерационной процедуры (18). Кривая 1 соответствует области жидкостного трения на фазовой диаграмме, где реализуется только ненулевой максимум  $P(\sigma)$ ; кривая 2 — области прерывистого трения, здесь сосуществуют нулевой и ненулевой максимумы; области сухого трения отвечает кривая 3 с одним нулевым максимумом  $P(\sigma)$ .

В работе [9] приведены экспериментальные зависимости силы трения от скорости сдвигаемых поверхностей, между которыми помещались гидрокربонные и силиконовые жидкости: циклогексан, октаметилциклотетрасилоксан, *n*-октан, *n*-тетрадекан и разветвленный изопарафин-2-метилоктадекан. Согласно им сила трения сначала линейно увеличивается, а затем устанавливается режим stick-slip, при котором ее зна-



**Рис. 4.** Верхняя панель — зависимость температуры сдвигаемых поверхностей от времени (21) при  $T_e^0 = 7.0$ ,  $B = 0.005$ . Точки A и B отвечают точкам на рис. 1. Нижняя панель — временной ряд  $\sigma(t)$ , соответствующий параметрам рис. 1 при  $I_\sigma = 0$ ,  $I_T = 3.0$  и изменяющейся температуре  $T_e$ , представленной зависимостью (21).

чение периодически изменяется, обеспечивая прерывистое движение. В рамках предлагаемого подхода такое поведение может быть объяснено следующим образом: вначале движения преобладает упругая компонента напряжений  $\sigma$  и смазка твердоподобна (нижняя панель рис. 2). Здесь выполняется закон Гука, а полная сила трения при этом увеличивается. При некотором критическом значении скорости происходят переходы между твердоподобной и жидкоподобной (где преобладает вязкая компонента напряжений) структурами смазки за счет эффекта „сдвигового плавления“ [10] (средняя панель рис. 2).

Кроме того, экспериментально измеряются временные зависимости силы трения, на которых плавление смазки показано при постоянных скоростях сдвига, например [9,11]. Следует отметить, что в процессе трения всегда происходит диссипация энергии поступательного движения трущихся поверхностей, что приводит к их разогреву. Причем диссипация тем сильнее, чем больше значение полной силы трения, значит, при твердоподобном состоянии смазки поверхности будут нагреваться быстрее, чем при жидкоподобном. Со временем изменение температуры поверхностей будет все более и более

слабым за счет роста количества энергии, отдаваемой во внешнюю среду, пока не установится равновесное значение  $T_e$ . Для аппроксимации роста температуры поверхностей трения с течением времени воспользуемся экспоненциальной зависимостью, которая позволяет учесть указанные особенности:

$$T_e(t) = T_e^0(1 - \exp(-Bt)), \quad (21)$$

где  $T_e^0$  — устанавливающееся значение  $T_e$ ,  $B$  — константа, которая задает скорость роста температуры на начальном этапе.

На рис. 4 приведено решение уравнения Ланжевена на  $\sigma(t)$  с учетом (21). На верхней панели представлена зависимость (21). Согласно фазовой диаграмме (рис. 1), точка A отвечает температуре перехода от сухого трения (DF) к прерывистому (SS). При температуре, показанной точкой B, происходит дальнейший переход к жидкостному режиму трения (SF). Нижняя панель показывает эволюцию напряжений  $\sigma(t)$ , где выделены три временные области: I (DF), II (SS), III (SF). В первой области сила трения принимает максимальное значение либо растет, во второй происходит прерывистое движение, в третьей — она уменьшается. Этот рисунок согласуется с экспериментальными данными [11,12].

## Список литературы

- [1] *Khomenko A.V.* // Phys. Lett. A. 2004. Vol. 329. P. 140–147.
- [2] *Хоменко А.В., Лашенко Я.А.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 11. С. 17–25.
- [3] *Khomenko A.V., Yushchenko O.V.* // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 68. P. 036 110–6.
- [4] *Luengo G., Israelachvili J., Granick S.* // Wear. 1996. Vol. 200. P. 328–335.
- [5] *Romero Aldo H., Sancho J.M., Lindenberg K.* // Fluctuation and Noise Letters. 2002. Vol. 2. P. L79–L100.
- [6] *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: URSS, 2005. 245 с. (Haken H. Information and self-organization. A macroscopic approach to complex systems Berlin–Heidelberg–N.Y.: Springer-Verlag, 2000).
- [7] *Гардинер К.В.* Стохастические методы в естественных науках. М.: Наука, 1985. 526 с. (Gardiner C.W. Handbook of stochastic methods. Berlin: Springer, 1994).
- [8] *William H.* Numerical recipes in C: the art of scientific computing. N.Y.: Cambridge University Press, 1992.
- [9] *Gee M.L., Mc Guiggan P.M., Israelachvili J.N., Homola A.M.* // J. Chem. Phys. 1990. Vol. 93. P. 1895–1906.
- [10] *Aranson I.S., Tsimring L.S., Vinokur V.M.* // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 65. P. 125 402.
- [11] *Yoshizawa H., Israelachvili J.* // J. Phys. Chem. 1993. Vol. 97. P. 11 300–11 313.
- [12] *Braun O.M., Naumovets A.G.* // Surface Sci. Rep. 2006. Vol. 60. P. 79–158.