

Самоорганизация электронов в электронных приборах в свете принципов механики и термодинамики

© В.Г. Усыченко

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: Usychenko@rphf.spbstu.ru

(Поступило в Редакцию 5 июля 2005 г.)

Принцип наименьшего действия распространен на системы, содержащие большое число частиц. На примере электронных приборов продемонстрирована эквивалентность основных энергетических соотношений механики и термодинамики. Показано, что кристаллизация растворов в термодинамике и самоорганизация электронных структур в электронных приборах подчиняются общим законам. Уточнено определение термодинамической информации.

PACS: 05.65.+b

Введение

Практическое применение электроники основано на использовании эффектов, создаваемых коллективным движением электронов, для управления которым используют специфические физические воздействия и технические средства. Среди большого числа вакуумных приборов (клистронов, магнетронов, ламп прямой и обратной волны и т.д.) хорошо известны два прибора, в которых коллективные электронные образования возникают без специфического воздействия на них со стороны, т.е. в процессе самоорганизации частиц. Речь идет о вакуумном диоде [1,2] и магнетронном диоде [3–5]. В вакуумном диоде коллективное образование — объемный заряд — при неизменной эмиссии электронов и постоянном анодном напряжении является стационарной структурой. Объемный заряд магнетронного диода, напротив, демонстрирует многообразные динамические свойства [5–8]. Примером самоорганизованной структуры в твердотельных приборах является домен сильного поля в диоде Ганна [9,10]. Эффекты самоорганизации заряженных частиц в этих приборах рассмотрены в [11,12].

В настоящее время наиболее строгой и последовательной является термодинамическая теория структур [13,14]. На микроскопическом уровне движение частиц описывается в гидродинамическом приближении, дифференциальные уравнения содержат только первую производную координаты по времени. Этим, в частности, подчеркивается необратимость процессов. В дрейфовом приближении описывается движение носителей заряда и в диоде Ганна [10]; но в вакуумном и в магнетронном диоде движение отдельных электронов — в гамилтоновом приближении [2,4,15,16]. Уравнения содержат вторую производную по времени, а необратимость процессов объясняется конечным временем жизни частиц в приборе. Если исходить из предположения о том, что самоорганизация взаимно отталкивающихся электронов в электронных приборах и молекул и атомов в тер-

модинамических системах протекает согласно одному общему принципу, то различие форм взаимодействия и движения частиц на микроскопических уровнях не должно влиять на конечный результат. В этом случае макроскопические состояния как электронных, так и термодинамических систем и структур должны описываться общими законами. Проверке этих положений и посвящена настоящая статья.

Принцип минимизации интегрального лагранжиана

Согласно принципу наименьшего действия Гамильтона, электрон, перемещаясь в вакууме на интервале времени $t_1 \leq t \leq t_2$ из координаты $q(t_1)$ в координату $q(t_2)$,

движется таким образом, что интеграл $S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$

имеет наименьшее значение. Принцип выполняется в системах с разнообразной конфигурацией потенциалов и полей. Поскольку пределы интегрирования вдоль реальной и варьируемых траекторий одинаковы, то естественно считать, что во всех физически реализуемых случаях минимум интегралу обеспечивает функция Лагранжа $L(q, \dot{q}, t)$, обладающая тем свойством, что на любом конечном интервале $\Delta t = t_2 - t_1$ ее среднее значение вдоль истинного пути, определяемое как

$$\Lambda = \frac{\int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt}{\Delta t}, \quad (1)$$

является минимальным, т.е. $\Lambda = \Lambda_{\min}$. Условие минимальности не изменится, если от интегрирования по времени перейти к интегрированию по координате в интервале $\Delta q = q(t_2) - q(t_1)$.

Пусть число N электронов в приборе настолько велико, что влиянием поля объемного заряда, определяемого с помощью уравнения Пуассона, пренебречь нельзя. Полагая приложенные к прибору внешние поля

постоянными, рассмотрим установившийся регулярный режим. Если объемный заряд проявляет динамические свойства, перейдем в систему координат, в которой он как целое стационарен и неподвижен. Сила воздействия объемного заряда на электрон намного превышает силу индивидуальных взаимодействий электронов. При таких предположениях распределение полей в пространстве прибора описывается детерминированными функциями, движение отдельных частиц можно анализировать в гамильтоновом приближении, функция Лагранжа каждого электрона не зависит явно от времени [11]. Выберем малый интервал времени Δt , в течение которого ротацией частиц в приборе можно пренебречь. Введем среднее значение функции Лагранжа системы

$$\Lambda = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \int_{t_1}^{t_2} L_j(q, \dot{q}) dt}{\Delta t} = \frac{\sum_{j=1}^N \Lambda_j}{N}, \quad (2)$$

где j — номер частицы. Желая перейти к интегрированию по координатам q_i , разобьем внутреннее пространство прибора на большое число элементарных объемов $dV = \prod_i dq_i$. Выберем один из таких элементов, содержащий $s \gg 1$ частиц, и определим среднее значение лагранжиана

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \sum_i \frac{\int_{q_{ji1}}^{q_{ji2}} L_j(q_{ji}, \dot{q}_{ji}) dq_{ji}}{q_{ji2} - q_{ji1}}.$$

Здесь $q_{ji2} - q_{ji1}$ — расстояние, пройденное j -м электроном вдоль i -й координаты за интервал времени $t_2 - t_1$. Теперь выражение (2) можно записать в виде

$$\Lambda = \frac{\int_V \langle \Lambda \rangle n dV}{\int_V n dV} = \frac{\int_V \langle \Lambda \rangle n dV}{N}, \quad (3)$$

где n — концентрация частиц в элементе dV объема прибора; $\langle \Lambda \rangle$ — среднее значение их лагранжианов в dV . Интегрирование в (3) ведется по всему объему V прибора. На основании (1) приходим к выводу, что реальное стационарное состояние прибора характеризуется наименьшим из всех возможных значений $\Lambda = \Lambda_{\min}$.

В работе [11] функционал (3) назван интегральным лагранжианом системы, в дальнейшем просто лагранжианом Λ . Сформулирован принцип минимизации Λ , согласно которому при заданном числе N частиц реализуется стационарное состояние, характеризуемое наименьшим значением Λ_{\min} . Показано, что при изменении числа частиц значение лагранжиана меняется в соответствии с неравенством

$$\partial \Lambda_{\min} / \partial N < 0. \quad (4)$$

Для пояснения сказанного рассмотрим вакуумный диод с плоскими параллельными электродами, расстояние между которыми равно b . Пусть $U_a > 0$ — потенциал

анода относительно катода. Рассмотрим два состояния. В состоянии 1 из катода с нулевой скоростью стартует один электрон. Состояние 2 характеризуется наличием объемного заряда. В пренебрежении начальными скоростями частиц это состояние описывается известным законом Чайлда — „законом $3/2$ “. В состоянии 2 все электроны достигают анода, движутся одинаково, поэтому непосредственный подсчет числа N частиц отпадает. Используя формулы, приведенные в [2], найдем для каждого состояния время τ пролета электрона от катода до анода, интеграл действия $S = \int_0^{\tau} m \dot{x}^2(x) dt$ и лагранжиан $\Lambda_{\min} = S/\tau$:

$$\tau_1 = 2 \sqrt{\frac{mb}{-2eU_a}}, \quad S_1 = \frac{2b}{3} \sqrt{-2emU_a}, \quad \Lambda_{\min 1} = -\frac{2}{3} eU_a,$$

$$\tau_2 = 3 \sqrt{\frac{mb}{-2eU_a}}, \quad S_2 = \frac{3b}{5} \sqrt{-2emU_a}, \quad \Lambda_{\min 2} = -\frac{2}{5} eU_a.$$

В этих выражениях $e < 0$, m — заряд и масса электрона; $\dot{x}(x)$ — скорость электрона на расстоянии x от катода.

Из приведенных выражений видно, что при увеличении числа электронов наиболее быстро и в соответствии с (4) меняется значение Λ_{\min} . Но гораздо более заметные изменения произойдут при высокой эмиссии, требующей учета тепловых скоростей электронов. В этом состоянии вблизи катода возникает минимум потенциала. Электроны, не сумевшие его преодолеть, возвращаются на катод [1,2]. С ростом эмиссии относительное число таких электронов растет, а электронов, „прорвавшихся“ к аноду, т.е. в область больших значений потенциала $U(x)$ и кинетической энергии $0.5m\dot{x}^2 = -eU(x)$, уменьшается. В этом состоянии лагранжиан может стать намного меньше, чем $\Lambda_{\min 1}$ и $\Lambda_{\min 2}$ в рассмотренных выше состояниях.

В [11] принцип минимизации Λ распространен также на стационарные состояния твердотельных электронных приборов. Высказано предположение, что в установившемся режиме значение Λ принимает минимальное, но, как правило, не экстремальное значение. Однако полученный выше вывод об экстремальном минимуме меняет ситуацию радикально, поскольку сам собой решается вопрос об устойчивости стационарного состояния. Наряду с этим открывается возможность поиска общих признаков самоорганизации частиц не только в электронике, являющейся частью механики, но и в термодинамике, где теория структур и локальных экстремумов разработана наиболее полно [13,14,17–19].

Нахождение лагранжиана (3) в большинстве практических случаев представляет собой трудную задачу. Но, как правило, в этом нет большой необходимости. Важно то, что из требований минимизации Λ , как будет показано ниже, вытекают экстремальные значения ряда макроскопических параметров системы, которые могут быть найдены независимым путем или измерены.

Работа в электронике

Различные виды энергии внутри рабочего пространства двухполюсного электронного прибора в установившемся режиме связаны [11,12] энергетическим соотношением

$$W_N = W_\Sigma + W_{kr}. \quad (5)$$

Левая часть формулы представляет собой полную энергию системы

$$W_N = -e\beta NU_a + \alpha NkT_c. \quad (6)$$

Здесь $-e\beta NU_a = -e \int_V nU_v dV$, где $U_v > 0$ — вакуумный потенциал, равный среднему значению потенциала в элементе dV при отсутствии электронов в приборе. Коэффициент усреднения $\beta \leq 1$ выражает значение интеграла $\int_V nU_v dV$ в единицах NU_a . Слагаемое αNkT_c характеризует тепловую энергию электронов, которая у вакуумных приборов определяется температурой катода T_c ; коэффициент α (порядка единицы) характеризует особенности статистики частиц; k — постоянная Больцмана. Слагаемое

$$W_\Sigma = W_{sc} + A, \quad (7)$$

стоящее в правой части формулы (5), определяет энергию электронной структуры, которая в общем случае включает в себя потенциальную энергию

$$W_{sc} = -e \int_V nU_{sc} dV > 0 \quad (8)$$

объемного заряда ($U_{sc} \leq 0$ — потенциал объемного заряда в элементе dV объема) и работу

$$A = \sum_i W_{ksi}, \quad (9)$$

которую структура выполняет, перемещаясь в пространстве прибора с переносной скоростью; $\sum_i W_{ksi}$ — различные виды этой работы, которую будем называть динамической. В вакуумном диоде объемный заряд неподвижен, поэтому $W_{sc} \geq 0$, $A = 0$. В магнетронном диоде [11] электронной структурой является в простейшем случае одна уединенная волна, которая, перемещаясь вокруг катода с постоянной угловой скоростью, совершает два вида работы: по преодолению противозлектродвижущей и центростремительной сил. В диоде Ганна структурой является домен сильного поля, который при своем движении преодолевает противодействие решетки. В этих приборах $W_{sc} > 0$, $A > 0$.

Второе слагаемое в правой части (5)

$$W_{kr} = 0.5m \int_V nu^2 dV = 0.5mN \langle u^2 \rangle \quad (10)$$

учитывает кинетическую энергию некогерентных перемещений электронов относительно структуры: u — от-

носительная составляющая скорости частиц, содержащихся в элементе dV объема; $\langle u^2 \rangle$ — квадрат этой скорости, усредненный по всему объему V .

Для описания прибора как открытой системы необходимо [11,12] еще один закон сохранения энергии

$$W_0 = A + W_a. \quad (11)$$

Здесь A — динамическая работа (9), выполняемая электронной структурой. В левой части формулы (11) выражение

$$W_0 \cong U_a I_a \langle \tau \rangle = -eNU_a \quad (12)$$

есть энергия, поступающая в прибор от источника анодного питания в течение среднего времени $\langle \tau \rangle = N/I_a$ жизни электронов в приборе; I_a — анодный ток. За время $\langle \tau \rangle$ электроны рассеивают (в вакуумном и магнетронном диоде — преимущественно на аноде, в диоде Ганна — в кристаллической решетке) энергию W_a . Вся энергия W_a передается в виде тепла в окружающую среду, на что расходуется ξ -я часть энергии источника питания

$$W_a = \xi W_0 = -\xi eNU_a. \quad (13)$$

Коэффициент $0 < \xi \leq 1$ характеризует [12] уровень кооперации электронов и связан с коэффициентом полезного действия

$$\eta = A/W_0 = 1 - W_a/W_0 \quad (14)$$

равенством $\xi = 1 - \eta$. На значение η влияют и другие диссипативные процессы, например радиационное излучение ускоряемых электронов, но принципиального значения они не имеют, учитывать их не будем.

Энергия диссипации W_a связана также с энергией W_{kr} некогерентного движения частиц соотношением

$$W_{kr} = \theta W_a = -\xi \theta eNU_a, \quad (15)$$

в котором коэффициент $0 < \theta \leq 1$ характеризует [12] уровень несоответствия электронных скоростей распределению Максвелла.

Законы (5) и (11), взаимно дополняя друг друга, описывают стационарное состояние прибора при заданных граничных условиях. Закон (5) определяет прибор как квазиконсервативную систему, закон (11) определяет его же как открытую диссипативную систему, обменивающуюся с внешней средой энергией и веществом (электронами).

Принцип минимизации Λ приводит к результату [11], общему для всех приборов: в стационарном режиме реализуется такое состояние, в котором нормированная энергия $w_{kr} = W_{kr}/N$ достигает наименьшего $(w_{kr})_{\min}$ значения, возможного при наложенных извне условиях. При этом нормированная энергия $w_{sc} = W_{sc}/N$ достигает максимального значения $(w_{sc})_{\max}$. Интересуясь только стационарными состояниями, в которых параметры U_a , N , а следовательно (12) и энергия W_0 ,

неизменны, будем в дальнейшем использовать ненормированные значения энергий $(W_{kr})_{\min}$ и $(W_{sc})_{\max}$. При этом из (11), (15) имеем

$$(W_{kr})_{\min} = \theta_{\min}(W_0 - A)_{\min},$$

отсюда следует $A = A_{\max}$. Таким образом, если в системе образуется структура, обладающая коллективной степенью свободы, то реализуется такой стационарный режим, в котором структура выполняет экстремально большую работу с максимальным коэффициентом полезного действия (14) и минимальным значением ξ_{\min} . Из (13), (14) следует, что при этом энергия диссипации также достигает наименьшего значения $W_a = (W_a)_{\min}$.

Что изменится в приборе, если при заданных условиях на границах и неизменных значениях U_a , N и W_0 принцип минимизации Λ вдруг „откажется“ действовать? В этом случае вследствие распада корреляций между частицами будем иметь $\xi = 1$, $A = 0$. Уравнения (5), (11) примут вид

$$W_N = W_{kr} = -\theta eNU_a = \theta I_a U_a \langle \tau \rangle, \quad (16)$$

$$W_0 = W_a = -eNU_a = I_a U_a \langle \tau \rangle. \quad (17)$$

Из (16) видно, что в условиях $\xi = 1$, $A = 0$ вся энергия W_N прибора сосредоточена только в кинетической энергии W_{kr} неорганизованного (некогерентного) движения частиц, которая (15) трансформируется в энергию диссипации W_a . При этом прибор по-прежнему потребляет от источника питания всю доступную ему энергию $W_0 = (W_0)_{\max} = -eNU_a$, которая как видно из (17), расходуется только на нагрев окружающей среды. Увеличение W_{kr} и W_a (по сравнению с режимом $\xi < 1$, $A > 0$) связано с ростом анодного тока, что при $N = \text{const}$ и $W_0 = \text{const}$ возможно только за счет уменьшения среднего времени $\langle \tau \rangle$ жизни частиц в системе. Полученный результат подтверждается практикой. Так, подвижность электронов в диоде Ганна в режиме без домена в несколько раз больше, чем в режиме с доменом. Если в магнетронном диоде мгновенно отключить магнитное поле, то электронная волна распадется. В результате анодный ток скачком возрастает, а время жизни электронов соответственно уменьшится на несколько порядков. Таким образом, самоорганизация частиц, сопровождаемая появлением у них коллективной степени свободы, ведет к увеличению времени их жизни в приборе, и в установившемся режиме $\langle \tau \rangle = \langle \tau \rangle_{\max}$.

Возвратимся к реальной ситуации, когда действует принцип минимизации Λ , устремляющий стационарный режим прибора к таким экстремальным значениям ряда параметров, которые возможны при заданных внешних условиях. Желая явно обозначить эти экстремумы, перепишем уравнения (5), (11) в виде

$$W_N = (W_{sc})_{\max} + A_{\max} + (W_{kr})_{\min}, \quad (18)$$

$$A_{\max} = (W_0)_{\max} - (W_a)_{\min}, \quad (19)$$

дополнив их сопутствующими величинами

$$\eta_{\max} = 1 - (W_a)_{\min}/(W_0)_{\max}, \quad \xi_{\min}, \quad \theta_{\min}, \quad \langle \tau \rangle_{\max}. \quad (20)$$

Из сравнения (18) и (16) видно, что энергия, необходимая для существования структуры и выполнения ею работы, отбирается от энергии W_{kr} неорганизованного движения частиц. Минимизация этой энергии закончится тогда, когда структура, достигнув максимального значения $(W_{sc})_{\max}$, будет способна выполнять максимальную работу (19) с максимальной эффективностью η_{\max} (20). В термодинамике [17–19] последний результат используется в качестве исходного постулата в теореме С. Карно. Если предположить, что принцип минимизации Λ является общим для электронных и термодинамических систем, то, следуя в термодинамике обратным путем — от теоремы Карно, мы должны получить экстремальные соотношения, подобные (18), (19).

Динамическая работа и термодинамическая энтропия

В современной трактовке теорема Карно утверждает [17–19], что обратимые тепловые двигатели имеют максимальный коэффициент полезного действия, задаваемый соотношением

$$\eta_{\max} = 1 - Q_2/Q_1 = 1 - T_2/T_1. \quad (21)$$

Здесь T_1 и T_2 — абсолютные температуры горячего и холодного резервуаров, Q_1 — количество теплоты, полученной двигателем от горячего резервуара, Q_2 — количество теплоты, которое двигатель передал холодному резервуару. Если считать, что в электронике направление развития процессов определяет принцип минимизации интегрального лагранжиана, то в термодинамике подобную роль выполняет энтропия. На языке энтропии теорема Карно превращается в утверждение о том, что в обратимом цикле сумма изменений энтропии равна нулю: $Q_1/T_1 - Q_2/T_2 = 0$. Это выражение можно записать так:

$$S_t = Q_1/T_1 = Q_2/T_2, \quad (22)$$

где индекс „t“ означает, что энтропия термодинамическая.

Считая температуру T_2 холодного резервуара постоянной, будем подключать двигатель к горячим резервуарам, имеющим различную температуру T_1 . Из (21), (22) следует, что при этом каждый из бесконечно медленно протекающих обратимых процессов будет выполняться с максимальным коэффициентом полезного действия, возможным от других, но энтропия во всех случаях будет одинаковой. Неизменность энтропии объясняется тем, что в каждом обратимом цикле идеальный газ, совершивший работу при увеличении своего объема в двигателе, к моменту вступления в контакт с холодным резервуаром имеет такую же как у него температуру T_2 . Иметь к моменту контакта температуру меньше, чем T_2 ,

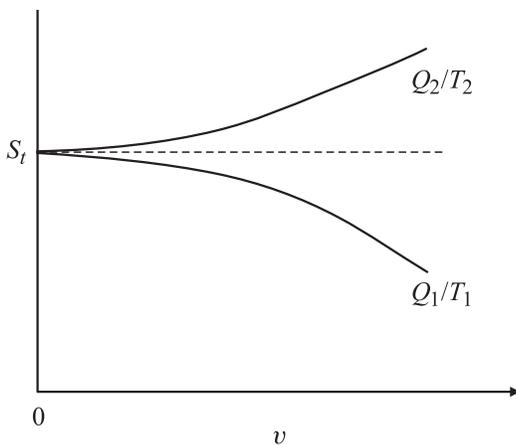
газ в принципе не может: это означало бы, что внутри двигателя есть свой холодильник. Температура больше, чем T_2 , означала бы, что не вся теплота, запасенная газом, пошла на выполнение работы в процессе его изотермического и адиабатического расширения. Остаток теплоты ΔQ_2 в этом случае привел бы к увеличению энтропии на величину $\Delta S = \Delta Q_2/T_2$. Из сказанного следует, что в каждом обратимом бесконечно медленном процессе холодному резервуару передается наименьшее количество теплоты $Q_2 = (Q_2)_{\min}$, которое и определяет энтропию

$$S_i = (Q_2)_{\min}/T_2, \quad (23)$$

поступающую в холодный резервуар. Меняя T_2 и сохраняя $T_1 = \text{const}$, приходим к выводу, что количество теплоты Q_1 , поступающей в двигатель со стороны горячего резервуара, достигает наибольшего значения $(Q_1)_{\max}$ в таком же бесконечно медленном обратимом процессе. И это значение определяет энтропию

$$S_i = (Q_1)_{\max}/T_1, \quad (24)$$

поступающую в двигатель. Сказанное поясняет рисунок, на котором зависимости Q_2/T_2 и Q_1/T_1 сходятся к значению S_i при скорости процессов $v \rightarrow 0$.



Из равенства (22) величин (23) и (24) следует, что энтропия S_i в цикле Карно характеризует такую особенность устройства и функционирования двигателя, которая обеспечивает выполнение максимальной динамической работы:

$$A_{\max} = (Q_1)_{\max} - (Q_2)_{\min} \quad (25)$$

с максимальным коэффициентом полезного действия (21). При этом подразумевается, что работа является продуктом, который не содержит в себе энтропии системы.

Вернемся к электронике. Энергия $(W_0)_{\max}$ поступает в прибор от источника питания, который, в отличие от горячего резервуара в двигателе Карно, не характеризуется температурой T_1 . Холодильником же является окружающая среда, в которой рассеивается энергия $(W_a)_{\min}$.

Считая внешнюю среду термостатом с температурой T_e , можно ввести [12] энтропию

$$\Delta_{ex} S = (W_a)_{\min}/T_e, \quad (26)$$

поступающую во внешнюю среду. Полагая, что работа в электронике, как и в термодинамике, не содержит в себе энтропии системы, можно формально, воспользовавшись равенством (22), ввести [12] эквивалентную энтропию

$$S_{ps} = W_0/T_{ps} = \Delta_{ex} S,$$

поступающую в прибор от источника питания, и эквивалентную температуру этого источника

$$T_{ps} = T_e \frac{W_0}{W_a} = \frac{T_e}{1 - \eta}.$$

Соответствие формул (26) и (23) было бы полным, если бы электроны, бомбардирующие анод, имели кинетическую энергию, эквивалентную температуре T_e внешней среды. Но за редким исключением это не так. Вместе с тем обе формулы минимальными значениями своих числителей показывают, что и тепловой двигатель, и электронный прибор действуют, подчиняясь общему правилу, которое не связано с конкретными значениями температуры. Прибор, как и двигатель, чтобы выполнить максимальную динамическую работу (19) с эффективностью η_{\max} , должен потреблять от источника питания как можно больше энергии $(W_0)_{\max}$, а отдавать во внешнюю среду предельно малое количество энергии $(W_a)_{\min}$. Формулы (19) и (25) различаются только обозначениями. Но напомним, что в электронике формула (19) вытекает из принципа минимизации лагранжиана Λ , а в термодинамике формула (25) введена как постулат.

Известно, что в любом реальном процессе часть тепловой энергии δQ_1 , поступившей в двигатель из горячего резервуара, рассеивается непродуктивно, что ведет к снижению коэффициента полезного действия. Процесс рассеяния этой энергии называют производством энтропии. Количество энтропии $\Delta_i S$, производимое в каждом цикле необратимого процесса, идет на увеличение энтропии окружающего пространства. Согласно принципу Пригожина [13,14], в слабо неравновесной системе производство энтропии достигает минимального значения $(\Delta_i S)_{\min}$ (как и энтропия (23), (26), поступающая в холодный резервуар), а сама система находится в состоянии наименьшей диссипации. Таким образом, особенность устройства теплового двигателя проявляется в том, что от горячего источника он берет максимальное количество энергии (теплоты), а отдает минимальное, будь то холодильнику или диссипативным процессам. Таким же свойством обладают и электронные системы, стремящиеся выполнить работу A_{\max} с максимальной эффективностью η_{\max} . Очевидно, что свойством „брать по максимуму, отдавать по минимуму“ обладают открытые системы различной природы.

Свободная энергия и деформационная работа

Свойство „брать по максимуму“ приводит к тому, что количество энтропии, поступающей в тепловой двигатель со стороны горячего резервуара (см. рисунок), удовлетворяет соотношению $S_t \geq Q_1/T_1$, в котором знак равенства относится к обратимому циклу Карно. От теплового двигателя перейдем к изолированной термодинамической системе, помещенной в термостат с температурой T_1 . Теплообмен осуществляется через стенки, отделяющие систему от термостата. Опуская в неравенстве $S_t \geq Q_1/T_1$ индекс „1“ при температуре, рассматривая бесконечно медленные обратимые процессы, выпишем основное термодинамическое соотношение, объединяющее в себе первый и второй законы термодинамики:

$$TdS_t = \delta\tilde{A} + dE. \quad (27)$$

Здесь dS_t — изменение энтропии системы, причем $TdS_t = \delta Q_1$, где δQ_1 — количество теплоты, сообщенное системе за время dt ; $\delta\tilde{A}$ — работа, совершенная системой за это же время; dE — изменение внутренней энергии системы. Обозначение $\delta\tilde{A}$ вводит различие между динамической работой A , о которой шла речь выше, и работой \tilde{A} , ниже выражаемой через термодинамический потенциал. Работа \tilde{A} связана с изменением взаимного расположения (конфигурации) частиц. В дальнейшем будем называть ее деформационной работой [19].

Из уравнения (27) следует — $\delta\tilde{A} = dE - TdS_t = dF$, где $F = E - TS_t$ — свободная энергия Гельмгольца, которая в стационарном состоянии достигает своего минимума F_{\min} , а работа соответственно максимума $\tilde{A}_{\max} = -F_{\min}$. Стационарное состояние системы описывается уравнением

$$TS_t = \tilde{A} + E, \quad (28)$$

в котором температура отсчитывается от абсолютного нуля. В обратимом процессе, согласно (24), имеем конкретное значение $TS_t = (Q_1)_{\max}$. Поэтому при $\tilde{A} = \tilde{A}_{\max}$ из (28) получаем $E = E_{\min}$. Уравнению (28), записанному в форме

$$(TS_t)_{\max} = \tilde{A}_{\max} + E_{\min}, \quad (29)$$

в электронике соответствует уравнение (18).

Уравнение (29) описывает состояние однородной равновесной системы, в которой отсутствуют градиенты температуры или термодинамических потенциалов. Уравнение (18) описывает неравновесное стационарное состояние более сложной системы, функционирование которой обеспечивается, как правило, наличием больших градиентов разнообразных величин: электрических потенциалов, концентрации частиц, распределения их скоростей и т.д. Уравнение (18) получено [11] в результате последовательного применения законов механики. Уравнение (29) получено посредством замены в законе

сохранения энергии Q_1 на TS_t . В электронике такой прием был бы равносильен замене W_N на $(W_0)_{\max}$, которая превращает уравнение (18) в равенство

$$(W_0)_{\max} = W_{kr} = W_a = -eNU_a. \quad (30)$$

Это энергетическое соотношение полностью описывает макроскопическое состояние только простейшего устройства — резистора [11], равномерно рассеивающего всю подведенную к нему энергию источника питания. Сделанная нами подстановка существенно сузила область применения уравнения (18). Вместе с тем указанные различия формул (18) и (29) не мешают установить смысловое соответствие между входящими в них величинами:

$$W_N \Leftrightarrow TS_t, \quad W_\Sigma \Leftrightarrow \tilde{A}, \quad W_{kr} \Leftrightarrow E. \quad (31)$$

Для стационарного режима электронного прибора из (7), (18) имеем

$$(W_\Sigma)_{\max} = (W_{sc})_{\max} + A_{\max}. \quad (32)$$

Выберем такой прибор, или такой режим, в котором динамическая работа $A = 0$. При этом из (31), (32) вытекает $(W_\Sigma)_{\max} = (W_{sc})_{\max} \Leftrightarrow A_{\max}$. Отсюда следует, что деформационной работе A , выражаемой в термодинамике через термодинамический потенциал, в электронике соответствует потенциальная энергия объемного заряда. Таким образом, и в электронике, и в термодинамике существуют два вида работы — деформационная и динамическая, причем и та и другая достигают максимальных значений за счет минимизации энергии $W_{kr} \Leftrightarrow E$ неорганизованного движения частиц. В электронике оба вида работы могут сосуществовать в одном приборе.

Статистическая энтропия и термодинамическая информация

При $A = 0$ формула (5) для вакуумного прибора принимает вид

$$-\beta eNU_a + \alpha NkT_c = W_{sc} + W_{kr}.$$

Положив анодное напряжение $U_a = 0$, получим уравнение стационарного режима, которое с учетом (18) запишем в форме

$$\alpha NkT_c = (W_{sc})_{\max} + (W_{kr})_{\min}.$$

Предположим, что прибор наполнен не электронами, а частицами, у которых нет собственных полей, посредством которых они могли бы взаимодействовать друг с другом на расстоянии. При наличии таких частиц, ведущих себя подобно атомам идеального газа, будем иметь $W_{sc} = 0$, $\alpha = 3/2$, и последняя формула принимает вид

$$((W_{kr})_{\min})_{\max} = 1.5NkT_c. \quad (33)$$

Аналогичным выражением описывается и кинетическая энергия электронов в однородном равновесном полупроводнике. Двойная индексация подчеркивает тот факт, что значение энергии W_{kr} , всегда стремящееся к минимуму согласно принципу минимизации Λ , имеет своим верхним максимальным пределом значение $1.5NkT_c$. Система частиц, энергия которых описывается формулой (33), находится в состоянии термодинамического хаоса, подчиняющегося статистике Максвелла. С этого состояния, характеризуемого также максимальной статистической энтропией, и начинается [12] отсчет самоорганизации систем. Введенная таким образом статистическая энтропия отличается от термодинамической энтропии. Термодинамическая энтропия (24) связана с максимальным количеством энергии, поступившей в систему в обратимом процессе. Статистическая энтропия связана с энергией $W_{kr} \Leftrightarrow E$ „молекулярного“ хаоса, сохранившегося в системе после выполнения работы.

В термодинамике внутренняя энергия E в общем случае включает в себя энергию хаотического движения частиц, а также энергию взаимодействий и связей (например, электронов и ядра в атоме газа). Будем учитывать только хаотическую составляющую, меняющуюся в ходе процессов. Разделив (29) на T , введем новую функцию

$$I_{\max} = \tilde{A}_{\max}/T = (S_t)_{\max} - (S_{st})_{\min}, \quad (34)$$

которую назовем термодинамической информацией. В этом выражении

$$(S_{st})_{\min} = E_{\min}/T$$

— статистическая энтропия, являющаяся мерой „молекулярного“ хаоса, сохранившегося в термодинамической системе после выполнения работы. Индекс „min“ подчеркивает, что статистическая энтропия, в отличие от термодинамической энтропии (24), всегда стремится к наименьшему значению, возможному при наложенных на систему условиях. Записав выражение (34), мы тем самым утверждаем, что деформационная работа \tilde{A} , как и динамическая работа A в цикле Карно, является продуктом, который не содержит в себе энтропии системы.

Формулу (34) можно использовать для сравнения различных состояний системы. В качестве примера рассмотрим сосуд с водородом, помещенный в термостат, температура которого такова, что водород можно считать идеальным газом. Вся энергия, полученная от термостата, содержится во внутренней энергии системы — в кинетической энергии частиц. При этом $\tilde{A}_{\max} = I_{\max} = 0$ и из (34) следует, что статистическая энтропия газа достигает наибольшего значения, равного значению термодинамической энтропии: $S_{st1} = (S_{t1})_{\max}$. Предположим теперь, что температура термостата квазистатически понизилась настолько, что образовался кристаллический водород. Тепловые колебания еще присутствуют, поэтому $(S_{st2})_{\min} \neq 0$. Такое кристаллическое

состояние отличается от исходного газообразного состояния наличием информации $I_{\max} = (S_{t1})_{\max} - (S_{st2})_{\min}$.

Обратим внимание на то, что если в выражениях (22), (27), (29) принципиально важно использовать точные значения температуры T , отсчитываемые от абсолютного нуля, то для термодинамической информации это не так. Мы получили (34), разделив (29) на T . Но в качестве делителя можно применить температуру, отсчитываемую по другой шкале, и даже использовать коэффициент иной физической природы. Это означает, что для термодинамической информации важны не столько значения размерных величин, входящих в (34), сколько количественные соотношения между ними.

Обратимся к электронике. Учитывая вышесказанное, разделим уравнение (18) на температуру T_e среды, окружающей прибор. Получим термодинамическую информацию

$$\hat{I} = \frac{(W_{\Sigma})_{\max}}{T_e} = \frac{W_N}{T_e} - (S_{st})_{\min}, \quad (35)$$

где

$$(S_{st})_{\min} = (W_{kr})_{\min}/T_e \quad (36)$$

— статистическая энтропия, являющаяся мерой хаоса, сохранившегося в приборе после выполнения работы $(W_{\Sigma})_{\max} = \tilde{A}_{\max} + A_{\max}$. Электронный прибор — открытая система, в которой энергия W_{kr} некогерентного движения частиц связана равенством (15) с энергией W_e , поступающей во внешнюю среду. Поэтому статистическая энтропия (36) пропорциональна (с коэффициентом θ) термодинамической энтропии (26), а последняя, в свою очередь, равносильна энтропии (23), фигурирующей в цикле Карно.

„Шапочка“ над I в (35) устанавливает различие между информацией (35) и (34), которое не связано с температурой. Дело в том, что в термодинамике информация (34) является мерой порядка, который, по образному выражению Пригожина и Стенгерс [20], выделяется из хаоса. Действительно, в правой части формулы (34) первое слагаемое характеризует уровень беспорядка в системе до совершения работы, второе — после. Первое же слагаемое W_N/T_e в правой части (35) имеет отношение не к тепловой (хаотической), а к электрической энергии, которая представляет собой вид работы, произведенной другой открытой системой — электрическим генератором. Информация (35) применима, например, к автогенератору, который потребляет энергию от стабильного источника питания, создает работу, характеризуемую энергией гармонического колебания, а само колебание имеет статистическую неопределенность, отображаемую [21] энергетическими спектрами флуктуаций амплитуды и фазы.

Формула (35) применима и в термодинамике. Так, в рассмотренном выше примере по сути ее придется использовать в случае, когда исходным является не газообразное состояние водорода, а жидкое — более упорядоченное.

Из вышесказанного следует, что в зависимости от типа прибора и режима работы значения W_N и W_{kr} могут изменяться. Информация (35) полезна при сравнении систем одного вида по общему для них признаку. Например, в радиопроизводстве широко используется сравнение автогенераторов по стабильности колебаний. Но при сравнении разнородных систем, прошедших при своем развитии через ряд бифуркаций, важен отсчет от „начала начал“. Если такой отсчет вести от изначального хаоса, то в электронике ему соответствуют предельно большие значения $W_N = (W_0)_{\max} = -eNU_a$ (см. формулу (30)), достигаемые только в резисторах, рассеивающих всю подведенную к ним энергию. Заменяя в (35) W_N на $W_0 = -eNU_a$, введя $(S_t)_{\max} = -eNU_a/T_e$, получим термодинамическую информацию

$$(I)_{\max} = (S_t)_{\max} - (S_{st})_{\min}, \quad (37)$$

которая по форме и содержанию совпадает с информацией (34). Аналогичная формула получена в [12]. Поскольку в (37) важны не столько сами величины, сколько соотношения между ними, то информацию удобно представить [12] в безразмерном виде

$$I_{\max} = 1 - (\theta\xi)_{\min}. \quad (38)$$

При этом появляется возможность сравнивать между собой системы различной природы — физической, химической, биологической и т.д. Применительно к электронным приборам разных типов численные значения величин, входящих в формулу (38), приведены в [12].

Механизм самоорганизации

Итак, принцип минимизации интегрального лагранжиана приводит открытую систему к стационарному состоянию, которое характеризуется экстремальными значениями макроскопических величин (18), (19), (20). В термодинамике уравнению (18) эквивалентно основное термодинамическое соотношение (29), описывающее равновесные состояния изолированных систем, квазистатически обменивающихся теплом с внешней средой. Таким образом, установление близкого и дальнего порядка в открытых системах, как и кристаллизацию растворов в изолированных системах, можно объяснить с единых позиций. Используя термины брюссельской химико-физической школы [13,14,20], можно сказать, что образование диссипативных структур, структур термодинамической ветви и равновесных термодинамических структур происходит, благодаря действию одного принципа, но формы его проявления разные.

В процессе кристаллизации атомы стремятся занять устойчивые положения, в которых потенциальная энергия их взаимодействия друг с другом минимальна, а деформационная работа A соответственно максимальна. Лагранжиан Λ минимизируется благодаря тому, что при охлаждении частицы „опускаются“ на дно глубоких потенциальных ям. Минимизация лагранжиана в

открытых системах происходит по иному сценарию. Наличие потока вещества, непрерывно текущего через открытую систему, означает, что внутри системы нет достаточно глубоких потенциальных ям, в которых частицы могли бы упокоиться, подобно атомам кристалла. Деформационная работа, приходящаяся на одну частицу открытой системы, значительно меньше, чем в кристалле. (Именно поэтому температура плавления или горения органических веществ, как правило, меньше, чем минеральных.) Поскольку деформационная работа A мала, то дальнейшая минимизация Λ становится возможной только при появлении динамической работы A , которую структура и выполняет с максимальной эффективностью, допускаемой наложенными на систему условиями. При этом для полного макроскопического описания системы необходимо закон (18) дополнить законом (19) и параметрами (20). Термодинамика такие сильно неравновесные состояния не описывает.

Заключение

В 1747 г. Мопертюи опубликовал принцип наименьшего действия, придав ему телеологический, т.е. „целенаправленный“ смысл, который можно сформулировать [22] следующим образом. „Из всех возможных движений природа выбирает то, при котором цель движения достигается с наименьшей затратой действия“. Принцип минимизации интегрального лагранжиана распространяет принцип наименьшего действия на системы, содержащие большое число частиц. Поскольку из принципа минимизации Λ следует способность открытых систем создавать структуры и выполнять работу с максимальной эффективностью, то эту способность материи к самоорганизации можно назвать „целесообразностью“, „целенаправленностью“. В основном Мопертюи, по-видимому, был прав.

Автор благодарен В.Ю. Петрунькину за полезные дискуссии и руководству АО „Аргус-Спектр“ за поддержку.

Список литературы

- [1] *Langmuir I., Compton K.* // Rev. Mod. Phys. 1931. Vol. 12. P. 237.
- [2] *Гвоздовер С.Д.* Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М.: ГИТТЛ, 1956. 528 с.
- [3] *Hull A.W.* // Phys. Rev. 1921. Vol. 18. P. 31.
- [4] *Бриллюэн Л.* Теория магнетрона. Сб. переводов. М.: Сов. радио, 1946. 144 с.
- [5] Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями. М.: ИИЛ, 1961. Т. 1. 456 с.
- [6] *Шевчик В.Н., Шведов Г.Н., Соболева А.В.* Волновые и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Изд-во СГУ, 1962. 336 с.
- [7] *Кервалишвили Н.А.* // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 2. С. 174–181.
- [8] *Смирнов А.В., Усыченко В.Г.* // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 1. С. 151–160.

- [9] *Gitt J.B.* // IBM Journ. Res. Dev. 1964. Vol. 8. P. 141.
- [10] *Левинштейн М.Е., Пожела Ю.К., Шур М.С.* Эффект Ганна. М.: Сов. радио, 1975. 288 с.
- [11] *Усыченко В.Г.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 38–46.
- [12] *Усыченко В.Г.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 5. С. 19–27.
- [13] *Пригожин И.* Введение в термодинамику необратимых процессов. М.: Ижевск. РХД, 2001. 160 с.
- [14] *Глендорф П., Пригожин И.* Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973. 280 с.
- [15] *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
- [16] *Усыченко В.Г.* // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41. № 10. С. 1243–1250.
- [17] *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. М.: Мир, 2002. 462 с.
- [18] *Квасников И.А.* Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем. М.: Изд-во МГУ, 1991. 800 с.
- [19] *Гухман А.А.* Об основаниях термодинамики. М.: Энергоатомиздат, 1986. 384 с.
- [20] *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 312 с.
- [21] *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.
- [22] *Зоммерфельд А.* Механика. М.: Ижевск. РХД, 2001. 368 с.