

01;05;06

## Формирование области пространственного заряда в диффузионных $p-n$ -переходах при обрыве тока высокой плотности

© И.В. Грехов,<sup>1</sup> А.С. Кюрегян<sup>2</sup><sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия<sup>2</sup> Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина,  
111250 Москва, Россия  
e-mail: ask@vei.ru

(Поступило в Редакцию 2 декабря 2004 г.)

Проведен анализ процесса обратного восстановления диодов с диффузионными  $p-n$ -переходами при высокой плотности обратного тока  $j$ . Получено условие нарушения квазинейтральности в диффузионных слоях, учитывающее зависимость подвижностей носителей заряда  $\mu$  от напряженности поля  $E$  и пригодное для широкого диапазона  $j$ . Задача о формировании области пространственного заряда (ОПЗ) в контуре с индуктивностью  $L$  и активной нагрузкой  $R$  сведена к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Аппроксимация результатов численного решения этой системы позволила получить приближенные аналитические соотношения между плотностью обрываемого тока  $\tilde{j}$ , параметрами контура, диода и формирующегося импульса напряжения (амплитудой  $V_m$  и фронтом  $t_p$ ). Изучен вопрос о предельно достижимых параметрах импульса генераторов с индуктивным накопителем энергии и прерывателем тока на основе диффузионных диодов. Определена критическая плотность обрываемого тока  $\tilde{j}_B$ , при которой поле в ОПЗ вблизи анода достигает пробивного значения  $E_B$  и начинается интенсивная ударная ионизация дырками, приводящая к замедлению скоростей спада тока и роста напряжения на ОПЗ, вследствие чего при  $\tilde{j} > \tilde{j}_B$  начинает увеличиваться  $t_p$  и уменьшаться коэффициент перенапряжения генератора. Величина  $V_m$ , соответствующая значению  $\tilde{j} = \tilde{j}_B$ , равна  $V_B \approx m(\varepsilon \bar{v}_h l_p / \tilde{j}_B)^{1/2} E_B^{3/2}$ , где  $m$  — число диодов в прерывателе,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника,  $\bar{v}_h$  — насыщенная дрейфовая скорость дырок,  $l_p$  — глубина залегания  $p-n$ -перехода. Выводы теории подтверждены точным численным моделированием процесса восстановления и качественно согласуются с известными экспериментальными данными.

### Введение

Процесс восстановления блокирующей способности  $p^+-p-n^-n^+$ -диодов с глубоким диффузионным  $p-n^-$ -переходом при переключении с прямого смещения на обратное впервые рассматривался в работах [1,2]. Модель процесса, использованная авторами работ [1,2] для анализа, в качественном отношении вполне удовлетворительна, но для количественного описания практически неприменима по двум причинам. Во-первых, в [1,2] анализировался малоинтересный с практической точки зрения случай постоянного обратного тока. Во-вторых, использованное в [1,2] приближение постоянной (не зависящей от напряженности электрического поля  $E$ ) подвижности  $\mu$  носителей заряда ограничивает область применимости теории малыми плотностями обратных токов и обратными напряжениями. Таким образом, для практически наиболее важного случая обратного восстановления диодов при больших напряжениях и плотностях тока в цепи, содержащей индуктивность, теория процесса до сих пор отсутствовала. Актуальность ее создания особенно возросла после обнаружения авторами работы [3] эффекта быстрого обрыва тока очень высокой ( $2-10 \text{ kA/cm}^2$ ) плотности диффузионными кремниевыми диодами, названного впоследствии *SOS*-эффектом [4]. Уже почти 10 лет он успешно используется для гене-

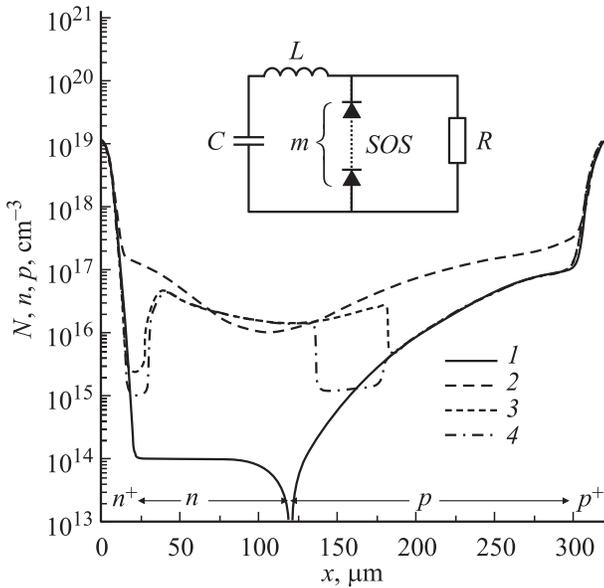
рации сверхмощных импульсов напряжения с фронтом  $5-50 \text{ ns}$  [5]. Численное моделирование [6-10] позволило выяснить механизм этого явления, который в качественном отношении полностью соответствует модели [1,2]. Однако для более наглядного представления физической картины процесса и, главное, для выявления взаимосвязей между его характеристиками, конструкцией полупроводниковой структуры и параметрами контура необходимо создать аналитическую или полуаналитическую теорию. Решение этой задачи и является целью настоящей работы. Для ее достижения мы используем модифицированную модель [1,2], более точно учитывающую реальные зависимости  $\mu(E)$ . Вследствие этого при высоких плотностях токов изменяется условие нарушения квазинейтральности, момент и место начала образования областей пространственного заряда (ОПЗ) в диффузионных слоях. Кроме того, для описания структуры ОПЗ мы используем приближение постоянной дрейфовой скорости, которое гораздо проще и при больших обратных напряжениях более оправдано, чем приближение постоянной подвижности. Основанный на этой модели анализ процесса обрыва тока индуктивного накопителя энергии позволит получить соотношения между параметрами контура, диода и предельно достижимыми амплитудой и фронтом импульса напряжения, формирующегося на активной нагрузке.

## 1. Стадия высокой обратной проводимости

После окончания импульса прямого тока слаболегированная центральная область диода заполнена квазинейтральной электронно-дырочной плазмой, распределение которой  $p(x) + N_d(x) = n(x) + N_a(x)$  по координате  $x$  сложным образом зависит от профиля легирования  $N(x) = N_d(x) - N_a(x)$ , рекомбинационных параметров диода и формы импульса тока  $J(t)$  (здесь  $n, p, N_d$  и  $N_a$  — концентрации электронов, дырок, доноров и акцепторов соответственно). Пример такого распределения плазмы в диоде с типичной [7] для прерывателя тока высокой плотности структурой приведен на рис. 1. Восстановление блокирующей способности прерывателя, состоящего из  $m$  последовательно соединенных одинаковых диодов, происходит в контуре, эквивалентная схема которого показана на вставке к рис. 1 [5–7]. В начальный момент ток контура  $J = 0$ , конденсатор заряжен до напряжения  $(-U_{C0})$ , а сопротивление диода обычно много меньше и сопротивления нагрузки  $R$ , и внутреннего импеданса контура  $\sqrt{L/C}$ , поэтому на первой стадии

$$J(t) \approx -U_{C0} \sqrt{C/L} \sin(t/\sqrt{LC}). \quad (1)$$

Накопленные в базе электроны и дырки вытягиваются этим током главным образом из приграничных областей, где образуются движущиеся навстречу друг другу крутые концентрационные фронты, разделяющие плазменную область, и области, практически свободные от



**Рис. 1.** Распределение легирующих примесей (сплошные кривые) и неосновных носителей заряда в диоде площадью  $0.25 \text{ cm}^2$  в момент  $t = 0$  окончания полусинусоидального импульса прямого тока с длительностью  $400 \text{ ns}$  и амплитудой  $450 \text{ A}$  (пунктир), в момент  $t = T_p$  начала формирования „анодной“ ОПЗ (точки) и в конце фронта импульса  $t = T_p + t_p$  (штрихпунктир). На вставке — схема контура, в котором происходит обрыв тока.

неравновесных носителей заряда [1]. Скорости движения фронтов со стороны катода  $v_n^f$  и со стороны анода  $v_p^f$  соответственно равны [11]

$$v_n^f \equiv dx_n/dt = \Delta j_n(x_n)/q\Delta n(x_n) = \Delta j_p(x_n)/q\Delta p(x_n),$$

$$v_p^f \equiv dx_p/dt = \Delta j_n(x_p)/q\Delta n(x_p) = \Delta j_p(x_p)/q\Delta p(x_p), \quad (2)$$

если толщины фронтов, равные по порядку величины  $D_{e,h}/v_{n,p}^f$  [12], много меньше всех остальных характерных размеров задача (здесь  $x_{n,p}$  — положения фронтов;  $D_{e,h}$ ,  $\Delta j_{n,p}$  и  $\Delta n, \Delta p$  — коэффициенты диффузии, перепады плотностей токов и концентраций электронов и дырок на фронтах). На начальной стадии восстановления концентрации легирующих примесей на фронтах  $|N(x_{n,p})|$  достаточно велики для того, чтобы и за пределами плазменной области выполнялось условие квазинейтральности

$$\left| \frac{\partial E}{\partial x} \right| \ll \frac{q}{\varepsilon} |N(x_{n,p})|, \quad (3)$$

где  $q$  — элементарный заряд,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника.

При этом скорости движения фронтов получаются из (2) с учетом того, что везде  $n + N = p$ , а концентрации и потоки неосновных носителей заряда при  $x < x_n$  и  $x > x_p$  пренебрежимо малы

$$v_{n,p}^f = \frac{j\mu_{e,h}}{q(\mu_e n_{n,p} + \mu_h p_{n,p})}, \quad (4)$$

где  $j = J/S$ ,  $S$  — площадь диода,  $\mu_{e,h}$ ,  $n_{n,p}$  и  $p_{n,p}$  — подвижности и максимальные концентрации электронов и дырок в плазменной области вблизи границ  $x_{n,p}$ .

Как видно,  $v_{n,p}^f$  равны просто дрейфовым скоростям электронов и дырок в максимумах концентраций плазмы вблизи левого и правого фронтов соответственно. До тех пор пока неравенство (3) выполняется, напряженность поля за пределами плазмы определяется формулой

$$j = qv_{e,h}(E)|N(x)|. \quad (5)$$

Для простейшей аппроксимации зависимостей  $v_{e,h}(E)$  вида  $v_{e,h}(E) = \mu_{e,h}E(1 + E/\bar{E}_{e,h})^{-1}$  [11,13] из уравнения Пуассона и (5) следует формула

$$|N(\tilde{x}_{n,p})| = \frac{1}{q} \left[ \frac{j}{\bar{v}_{e,h}} + \sqrt{\frac{\varepsilon j}{\gamma \mu_{e,h} \lambda_{n,p}}} \right], \quad (6)$$

( $\bar{E}_{e,h} = \bar{v}_{e,h}/\mu_{e,h}$ ,  $\bar{v}_{e,h}$  — насыщенные скорости электронов и дырок;  $\lambda_{n,p}^{-1} = \partial \ln N(x_{n,p})/\partial x$ ), определяющая положения фронтов  $\tilde{x}_{n,p}$  и концентрации  $\tilde{N}_{n,p} = N(\tilde{x}_{n,p})$ , при которых степень нарушения нейтральности равна  $\gamma \ll 1$  (т.е.  $|\varepsilon \partial E/\partial x| \simeq \gamma q |N(x_{n,p})|$ ).

В дальнейшем для упрощения изложения мы будем аппроксимировать реальные диффузионные профили простыми экспонентами

$$N_{d,a}(x) = \tilde{N}_{n,p} \exp\left(\frac{\tilde{x}_{n,p} - x}{\lambda_{n,p}}\right). \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что, например, для гауссовых профилей с поверхностными концентрациями  $N_{n,p}^s$  и глубинами диффузии  $l_{n,p}$  параметр

$$\lambda_{n,p} = \frac{l_{n,p}}{2} \left[ \ln \left( \frac{N_{n,p}^s}{N_0} \right) \ln \left( \frac{N_{n,p}^s}{\tilde{N}_{n,p}} \right) \right]^{-1/2}, \quad (8)$$

где  $N_0$  — концентрация доноров в базе.

При малых плотностях тока первое слагаемое в правой части формулы (6) пренебрежимо мало и она совпадает с условием нарушения нейтральности из работы [1]. Однако при типичных для SOS-эффекта плотностях тока и больших глубинах диффузии  $j \gg \varepsilon \bar{v}_{e,h}^2 / \mu_{e,h} \lambda \sim 500 \text{ A/cm}^2$ , поэтому из (6) следует, что

$$\tilde{N}_{n,p} = N(\tilde{x}_{n,p}) \simeq j/q\bar{v}_{e,h}. \quad (9)$$

Уравнение (9) (или (6)) однозначно определяет  $\tilde{x}_{n,p}$  только при постоянном обратном токе. В противном случае, представляющем наибольший интерес, ток обрывается заранее неизвестен, но эта задача может быть в принципе решена, если известны зависимости  $j(t)$  и  $p(x)$ . Действительно, при больших  $j$  ток смещения, диффузионный и рекомбинационный токи внутри пламенной области пренебрежимо малы [1], поэтому плотность тока электронов

$$j_e \simeq j \frac{\mu_e}{\mu_h} \left( 1 + \frac{\mu_e}{\mu_h} + \frac{N}{n} \right)^{-1} \quad (10)$$

и  $\partial n / \partial t = -\partial j_e / \partial x \simeq 0$ , если реализуется высокий уровень инжекции ( $n\mu_e \gg N\mu_h$ ). Это означает, что профиль концентрации  $p(x)$  в интервале  $x_n < x < x_p$  „замораживается“ [12] после смены знака тока и из (2), (4) можно получить „содержательные“ уравнения

$$\tilde{Q}_{n,p} \equiv \int_0^{T_{n,p}} j(t) dt \simeq q \frac{\mu_e + \mu_n}{\mu_{h,e}} \left| \int_{x_{n,p}^0}^{x_{n,p}} p(x) dx \right|, \quad (11)$$

определяющие вместе с (7), (9) время  $T_{n,p}$  начала формирования ОПЗ, а также соответствующие положения фронтов  $\tilde{x}_{n,p}$  и плотности токов  $\tilde{j}_{n,p}$ . Границы  $x_{n,p}^0$  области, заполненной плазмой в момент  $t = 0$ , определяются равенствами  $N_d(x_n^0) \simeq p(x_n^0) \equiv p_n^0$  и  $N_a(x_p^0) \simeq n(x_p^0) \equiv p_p^0$ .

До начала формирования областей пространственного заряда падение напряжения на диффузионных слоях экспоненциально увеличивается за счет роста их омического сопротивления и в моменты  $t = T_{n,p}$  достигает величин

$$\tilde{U}_{n,p} \approx m\lambda_{n,p} \bar{E}_{e,h} \ln \left( 1 + \sqrt{\gamma \lambda_{n,p} \tilde{j}_{n,p} / \varepsilon \bar{v}_{e,h} \bar{E}_{e,h}} \right), \quad (12)$$

где индексы  $n$  и  $p$  относятся к свободным от плазмы областям вблизи катода и анода соответственно.

Величина  $\tilde{U}_n/m$  обычно не превышает несколько вольт и значительно меньше напряжения на конденсаторе  $U_{C0}$ ,

поэтому в первом приближении вплоть до  $t = T_n$  зависимость тока от времени описывается формулой (1). Простые оценки по формуле (11) с учетом этого обстоятельства показывают, что для типичных условий наблюдения SOS-эффекта выполняется неравенство  $\tilde{Q}_n < \tilde{Q}_p$ , т.е. вблизи катода нейтральность нарушается раньше, чем вблизи анода:  $T_n < T_p$ . Этот результат, являющийся следствием большой глубины диффузии акцепторов  $l_p$  (а значит, и  $\lambda_p$ ; см (8)), подтверждается и экспериментами [5], и численным моделированием.

## 2. Формирование области пространственного заряда вблизи катода

Формирующаяся при  $t > T_n$  „катодная“ ОПЗ быстро расширяется до тех пор, пока вследствие роста напряженности поля в ней не начинается ударная ионизация. Учитывая, что при этом почти во всей ОПЗ дрейфовые скорости носителей заряда насыщаются, и полагая  $p_n \gg j/q\bar{v}_n$  (это неравенство обеспечивает, в частности, возможность пренебрежения током смещения в ОПЗ), легко получить из (2) формулу для скорости движения фронта в этой ситуации<sup>1</sup>

$$v_n^f = \frac{j}{qp_n} \left[ \xi \frac{\mu_h}{\mu_e} - \left( 1 - \frac{1}{M_n} \right) \right], \quad (13)$$

где  $\xi = \mu_e / (\mu_e + \mu_h)$ ,  $M_n$  — коэффициент лавинного умножения электронов.

Здесь можно использовать статический коэффициент умножения, поскольку постоянная времени установления стационарного состояния в ОПЗ, превышающее время пролета  $w_n/\bar{v}_e$  в  $M_n$  раз, значительно меньше всех остальных характерных времен задачи. Как видно, при  $M_n = 1/\xi \approx 4/3$  „катодный“ фронт, казалось бы, должен останавливаться из-за того, что ответственное за движение (и за само существование!) фронта интенсивное вытягивание дырок из прилегающей к фронту плазмы точно компенсируется притоком дырок, родившихся в ОПЗ вследствие ударной ионизации. На самом деле полной остановки фронта быть не может. Действительно, резкое уменьшение  $v_n^f$  приводит к росту ширины фронта  $D_e/v_n^f$  и уменьшению диффузионного потока электронов из плазмы в „катодную“ ОПЗ. Поэтому для поддержания все возрастающего полного тока необходимо увеличение тока дырок в ОПЗ<sup>2</sup>, а значит и коэффициент умножения  $M_n$ . Но при этом плотность объемного заряда, пропорциональная, как легко убедиться, величине  $[(\bar{v}_h/\bar{v}_e + 1)M_n^{-1} - 1]$ , уменьшается. Поэтому  $M_n$  может увеличиваться только вследствие расширения толщины ОПЗ, что и приводит к необходимости движения фронта с конечной, хотя и относительно очень малой скоростью.

<sup>1</sup> Подобные, но не совсем точные формулы использовались ранее в [8,11].

<sup>2</sup> Дополнительный, но, как показывают оценки, незначительный вклад в рост полного тока дает ток смещения.

Значение  $M_n = 4/3$  в кремниевых диодах достигается при напряжении на „катодной“ ОПЗ  $\tilde{U}_n$ , примерно равном половине напряжения „динамического пробоя“ (см., например, [14]), которое, вообще говоря, зависит от  $\tilde{j}_n$  и  $\lambda_n$ . Простую оценку  $\tilde{U}_n$  легко получить для мелкого  $n^+ - n$ -перехода, полагая толщину „катодной“ ОПЗ  $\tilde{w}_n \gg \lambda_n$  и распределение заряда в ней резко асимметричным. Необходимо лишь учесть, что в этом случае плотность объемного заряда равна  $\tilde{j}_n/\bar{v}_e$  почти во всей „катодной“ ОПЗ, и воспользоваться известными [15] формулами, связывающими между собой параметры ОПЗ резко асимметричных  $p$ - $n$ -переходов. В результате получается

$$\tilde{U}_n \approx m\varepsilon\bar{v}_e E_B^2/4\tilde{j}_n, \quad \tilde{w}_n \approx \varepsilon\bar{v}_e E_B/\sqrt{2}\tilde{j}_n, \quad (14)$$

где  $E_B$  — пробивное поле, которое мы будем считать для простоты заданным параметром полупроводника.

При больших глубинах диффузии  $l_n$  формулы (14) дают заниженные значения  $\tilde{U}_n$  и  $\tilde{w}_n$ ; более точно их можно вычислить, например, следуя работе [16]. Время  $t_n$  быстрого нарастания толщины ОПЗ и падения напряжения на ней можно оценить по порядку величины, пренебрегая уменьшением скорости движения фронта из-за умножения

$$t_n \approx \tilde{w}_n/v_n^f(T_n) = q\varepsilon\bar{v}_e E_B \tilde{p}_n \mu_e / \sqrt{2}\xi\mu_h \tilde{j}_n^2. \quad (15)$$

При выводе этих формул мы еще предполагали, что за малое время  $t_n \sim 10$  ns ток изменяется относительно слабо (т.е.  $j(t) \approx \tilde{j}_n$ ).

При  $t > T_n + t_n$  по причине, указанной выше, напряжение на ОПЗ продолжает расти, хотя и гораздо медленнее. Дополнительный вклад в увеличение напряжения на диоде в это время дает экспоненциально возрастающее сопротивление свободной от плазмы части  $p$ -слоя и сопротивление центральной части самой плазменной области, где концентрация носителей заряда минимальна. К моменту времени  $t = T_p$  полное падение напряжения равно

$$U(T_p) \approx \tilde{U}_n + \tilde{U}_n + \tilde{U}_p + U_{pn}, \quad (16)$$

где

$$U_{pn} = \tilde{j}_p \int_{x_n}^{x_p} \frac{dx}{qp(x)(\mu_n + \mu_p)}.$$

Наконец, при  $t = T_p$  начинается собственно SOS-эффект, т.е. процесс относительно быстрого обрыва тока через диод и роста напряжения на нем, вызванный формированием ОПЗ в толстом  $p$ -слое.

### 3. Формирование области пространственного заряда в диффузионном $p$ -слое

После того как в плоскости  $x = \tilde{x}_p$  диффузионного  $p$ -слоя начинает формироваться ОПЗ, скорость движения „анодного“ фронта плазмы определяется формулой,

аналогичной (13),

$$v_p^f = \frac{j}{qp_p} \left[ \xi - \left( 1 - \frac{1}{M_p} \right) \right]. \quad (17)$$

Так как в Si дырочный коэффициент ударной ионизации много меньше электронного [15,16,18], то сильное неравенство  $(M_p - 1) \ll 1$  выполняется до тех пор, пока максимальная напряженность поля  $E_p^M$  в „анодной“ ОПЗ не станет почти равной пробивному значению  $E_B$  [14]. Это обстоятельство существенно упрощает анализ процесса, однако появляются два усложняющих фактора.

Во-первых, ток через диоды сильно уменьшается в процессе формирования „анодных“ ОПЗ, а падение напряжения на них  $U_p(t)$  вследствие наличия индуктивности резко возрастает и может значительно превышать напряжение на емкости контура. Поэтому для описания процесса необходимо использовать дифференциальное уравнение, учитывающее основные особенности контура. В нашем случае оно принимает вид

$$\frac{L}{R} \frac{dU_p}{dt} + LS \frac{dj}{dt} + U_p = 0. \quad (18)$$

При выводе (18) мы предполагали, что падение напряжения на большой емкости контура и на всем диоде, кроме „анодной“ ОПЗ, слабо изменяются за время фронта  $t_p$  и равны друг другу. Последнее допущение объясняется тем, что в правильно спроектированном генераторе полный ток контура должен достигать максимума при  $t = T_p$ .

Во-вторых, необходимо учесть существенную неоднородность концентрации заряженных акцепторов в „анодной“ ОПЗ, схематически приведенной на рис. 2.

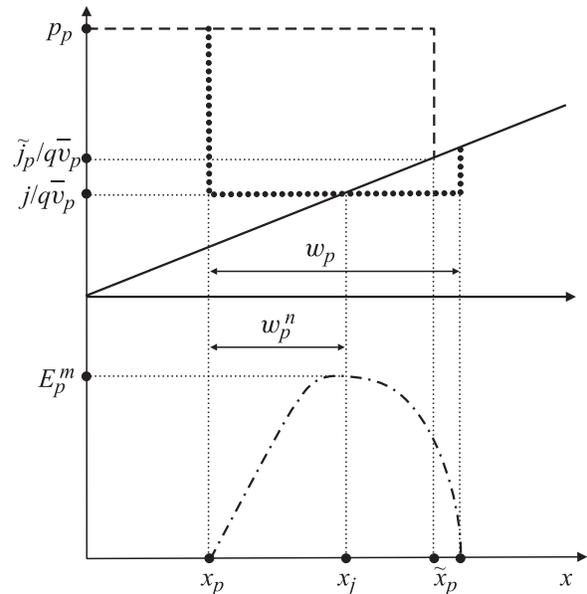


Рис. 2. Идеализированные распределения концентраций акцепторов (сплошная линия), неравновесных носителей заряда при  $t = T_p$  (пунктир) и  $t > T_p$  (точки) и напряженности поля при  $t > T_p$  (штрихпунктир), использованные для анализа процесса формирования ОПЗ в  $p$ -слое.

В приближении насыщенной дрейфовой скорости дырок для профиля диффузии (7) это можно сделать, используя соотношения между величинами  $w_p$ ,  $U_p$ ,  $E_p^M$  и  $w_p^n \equiv (x_j - x_p)$ , приведенными, например, в [16],

$$U_p = \frac{2m\lambda_p^2 \tilde{j}_p}{\varepsilon \tilde{v}_h} u(y, \omega), \quad (19)$$

$$E_p^M = \frac{\lambda_p \tilde{j}_p}{\varepsilon \tilde{v}_h} e(y, \omega), \quad (20)$$

$$w_p^n = -\lambda_p \ln \omega (\text{cth } \omega - 1), \quad (21)$$

где

$$\omega = w_p / 2\lambda_p, \quad y = j / \tilde{j}_p,$$

$$u(y, \omega) = yf(\omega), \quad e(y, \omega) = y\varphi(\omega),$$

$$f(\omega) = \omega(\omega \text{cth } \omega - 1),$$

$$\varphi(\omega) = [\omega(\text{cth } \omega - 1) - 1 - \ln \omega(\text{cth } \omega - 1)].$$

Координата динамического  $p$ - $n$ -перехода (т.е. плоскости, в которой поле максимально, а плотность объемного заряда равна нулю) вычисляется из (7) и (9)

$$x_j = \tilde{x}_p + \lambda_p \ln j / \tilde{j}_p. \quad (22)$$

Координата левой границы ОПЗ (совпадающая с координатой правого фронта плазменной области) получается путем интегрирования (17)

$$x_p = \tilde{x}_p - \frac{\xi}{q\tilde{p}_p} \int_{T_p}^t j dt, \quad (23)$$

если допустить, что концентрация носителей заряда в плазме при  $t = 0$  слабо зависит от  $x$  вблизи  $x = \tilde{x}_p$  (т.е.  $p(x) \approx p(\tilde{x}_p) \equiv \tilde{p}_p$ ), как это видно на рис. 2. Формулы (18)–(23) после введения новых безразмерных величин

$$\theta = \frac{\tilde{j}_p \xi}{q\tilde{p}_p \lambda_p} (t - T_p), \quad \chi = \frac{\varepsilon \tilde{v}_h S R}{2\lambda_p^2 m}, \quad \xi = \frac{q\tilde{p}_p \lambda R}{\xi \tilde{j}_p L}$$

и несложных преобразований можно свести к системе двух дифференциальных уравнений

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{y[\chi + f(\omega)] - \xi f(\omega)}{(\chi + \omega^2)[1 + f(\omega)/\omega]}, \quad (24)$$

$$\frac{dy}{d\theta} = -y \frac{y[\omega^2 - f(\omega)] + \xi f(\omega)}{(\chi + \omega^2)} \quad (25)$$

с очевидными начальными условиями

$$\omega(0) = 0, \quad y(0) = 1. \quad (26)$$

Единственный точный результат, который удается получить из анализа системы (24)–(26), состоит в том, что при любых значениях параметров  $\chi$  и  $\xi$  функции  $y(\theta)$  монотонно уменьшается, а функции  $e(\theta)$ ,  $u(\theta)$  и  $\omega(\theta)$  достигают своих максимальных значений  $e_m$ ,  $u_m$  и

$\omega_m$  в моменты времени  $\theta_E$ ,  $\theta_U$  и  $\theta_w$ , удовлетворяющие неравенствам  $\theta_E < \theta_U < \theta_w$ . Иными словами, вначале достигает своего максимального значения напряженность поля, потом падение напряжения на ОПЗ и в последнюю очередь ее толщина. Анализ результатов численного решения системы (24)–(26), сделанного нами для широкого диапазона значений параметров  $\chi$  и  $\xi$ , показал, что зависимости  $e_m(\chi, \xi)$ ,  $u_m(\chi, \xi)$ , и  $\theta_{0,9}(\chi, \xi)$  можно описать выражениями

$$e_m(\chi, \xi) = \frac{1}{2} \frac{\chi^{3/5}}{1 + \xi^{3/5}} F_E(\chi, \xi), \quad (27)$$

$$u_m(\chi, \xi) = \chi^{9/10} (1 + 1.5\xi^{9/20})^{-2} F_U(\chi, \xi), \quad (28)$$

$$\theta_{0,9}(\chi, \xi) = 2(\chi/\xi)^{1/3} (1 + 0.1\chi^{-1/2}) F_t(\chi, \xi), \quad (29)$$

где величина  $\theta_{0,9}$ , определяемая из условия  $u(\theta_{0,9}) = 0.9u_m$ , характеризует длительность  $t_p$  фронта импульса напряжения, формируемого на нагрузке. Входящие в (27)–(29) очень слабые функции  $F_{E,U,t}(\chi, \xi)$  отличаются от 1 менее чем на 40% в интервале значений  $0.01 < \chi$ ,  $\xi < 100$ , поэтому в дальнейшем для простоты мы будем полагать  $F_{E,U,t}(\chi, \xi) = 1$ . Тогда формулы (28) и (29) в размерных обозначениях принимают вид

$$V_m \approx \tilde{j}_p S R \left( \frac{2\lambda_p^2 m}{\varepsilon \tilde{v}_h S R} \right)^{1/10} \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{q\tilde{p}_p \lambda_p R}{\xi \tilde{j}_p L} \right)^{9/20} \right]^{-2}, \quad (30)$$

$$t_p \approx 2 \left( \frac{q\tilde{p}_p}{\xi \tilde{j}_p} \right)^{2/3} \left( \frac{\varepsilon \tilde{v}_h S L}{2m} \right)^{1/3} \left[ 1 + \frac{\lambda_p}{10} \left( \frac{2m}{\varepsilon \tilde{v}_h S R} \right)^{1/2} \right], \quad (31)$$

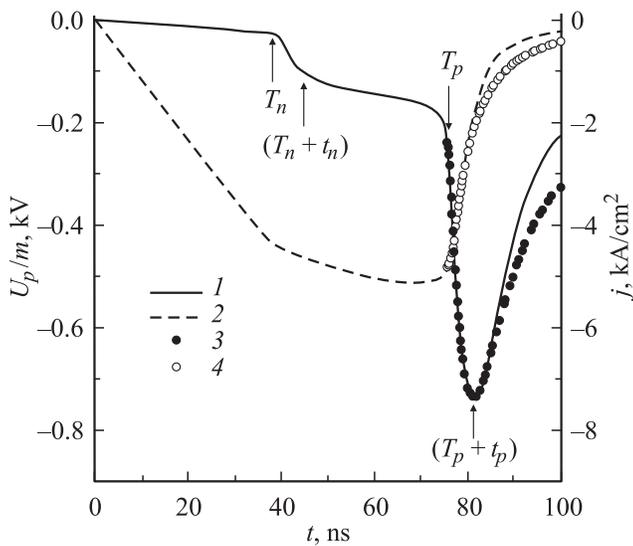
где  $V_m$  — максимальное падение напряжения на „анодной“ ОПЗ.

Эти результаты, конечно, не могут претендовать на точное количественное описание процесса,<sup>3</sup> но зато они позволяют выявить в относительно простом и понятном виде качественно правильный характер взаимосвязей между параметрами контура, диода и формируемого импульса. Как и следовало ожидать,  $V_m$  увеличивается, а длительность фронта  $t_p$  уменьшается с ростом обрываемого тока и сопротивления нагрузки в полном соответствии с результатами эксперимента [5]. При очень малых  $R$  (режим генератора тока)  $V_m \sim \tilde{j}_p S R$ , а при больших  $R$  (режим холостого хода) зависимости  $V_m(R)$  и  $t_p(R)$  насыщаются и амплитуда импульса напряжения достигает значения  $V_m \sim \xi \tilde{j}_p^2 S L / 2q\tilde{p}_p \lambda_p$ . Вполне понятны также зависимости  $V_m$  и  $t_p$  от остальных параметров. Например, с ростом концентрации неравновесных дырок увеличивается заряд, который необходимо вывести из  $p$ -слоя для расширения ОПЗ, поэтому при прочих равных условиях амплитуда импульса должна уменьшаться, а длительность фронта увеличиваться с ростом  $\tilde{p}_p$ , которая в свою очередь увеличивается с ростом амплитуды и длительности импульса тока прямой накачки. С ростом глубины диффузии  $l_p$  (и, следовательно, параметра  $\lambda_p$ )

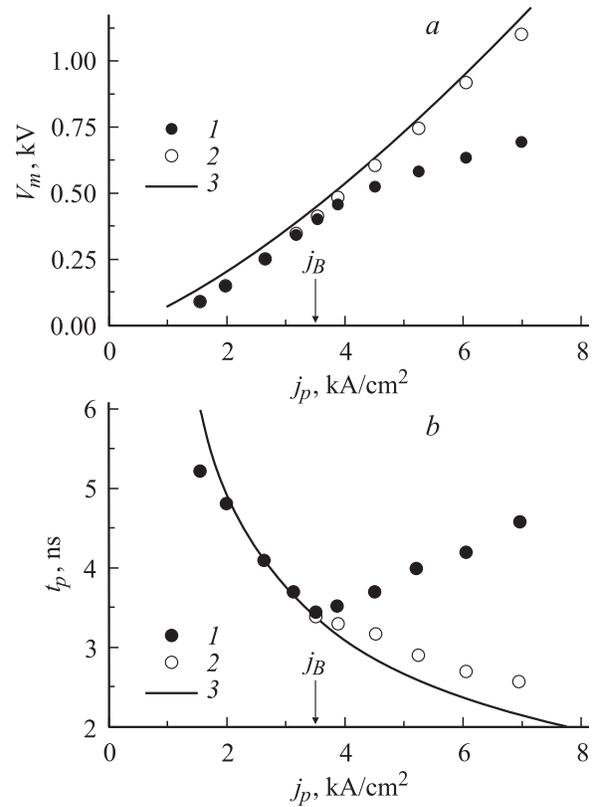
<sup>3</sup> Для этого следует численно решить систему (24), (25) — задача вполне тривиальная в настоящее время.

уменьшается средняя плотность объемного заряда в ОПЗ, поэтому при прочих равных условиях падение напряжения на ОПЗ должно быть тем меньшим, чем больше  $\lambda_p$ . По той же причине толщина ОПЗ при прочих равных условиях должна быть тем больше, чем больше  $\lambda_p$ . Это приводит к увеличению заряда, который необходимо извлечь для формирования ОПЗ, и, как следствие, к увеличению длительности фронта с ростом  $\lambda_p$ , поскольку  $v_p^f$  не зависит в явном виде от  $l_p$ , а определяется только перепадами концентраций  $\Delta n$ ,  $\Delta p$  и плотностей тока  $\Delta j_{n,p}$  на фронте в соответствии с формулой (2) или следующими из нее (13), (17). Другое дело, что увеличение  $l_p$  должно изменить величины  $\Delta n$ ,  $\Delta p$  и  $\Delta j_{n,p}$  даже при сохранении всех остальных параметров контура и диодов (см. раздел 5) и таким образом может оказать косвенное влияние на  $v_p^f$ . Однако анализ этих факторов выходит за рамки настоящей работы. Здесь следует еще отметить, что описываемые формулами (30) и (31) зависимости  $V_m$  и  $t_p$  от глубины диффузии прямо противоположны тем, что были получены ранее [8] в рамках приближения квазинейтральности. Причем на первый взгляд они противоречат и результатам экспериментов [5]. На самом деле это противоречие кажущееся и оно будет разрешено ниже.

Для проверки выводов настоящего раздела мы сравнили их с результатами точного численного моделирования процесса восстановления диффузионных диодов, проведенного с помощью программы „Исследование“ [18]. Оказалось, что эти два метода расчета

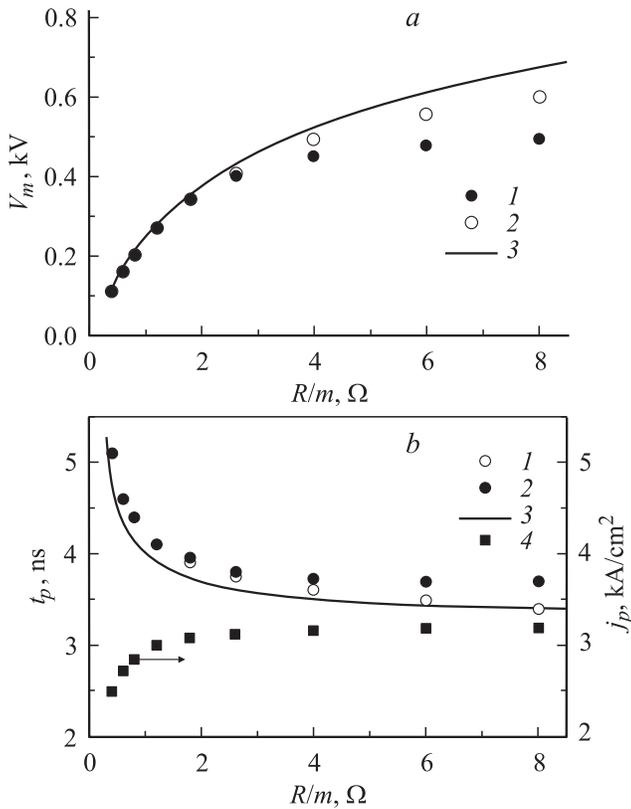


**Рис. 3.** Вольт-секундная (сплошная линия и темные кружки) и ампер-секундная (пунктир и светлые кружки) характеристики процесса восстановления прерывателя тока, состоящего из  $m$  кремниевых диффузионных диодов, структура которых показана на рис. 1. Характеристики получены путем моделирования процесса восстановления с помощью программы „Исследование“ [18] в контуре с  $mC = 2 \mu F$ ,  $L/m = 6.4$  нН,  $R/m = 1.25 \Omega$ ,  $U_{C0}/m = 200$  В (кривые) и численного решения системы уравнений (25), (26) при  $\chi = 0.43$ ,  $\xi = 0.39$  (значки).



**Рис. 4.** Зависимости амплитуды (а) и длительности фронта (б) импульса напряжения на „анодной“ ОПЗ от плотности обрываемого тока при  $\tilde{p}_p = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $R/m = 1.8 \Omega$ . 1 — численное моделирование с учетом ударной ионизации в „анодной“ ОПЗ; 2 — численное моделирование без учета ударной ионизации в „анодной“ ОПЗ; 3 — расчет по формулам (30), (31). Стрелкой отмечено значение плотности обрываемого тока, при котором максимальное поле в ОПЗ достигает пробивного значения.

качественно, а во многих отношениях и количественно совпадают. Для примера на рис. 3 приведены результаты расчетов процесса восстановления прерывателя, состоящего из  $m$  кремниевых диффузионных диодов, структура которых и начальные распределения неравновесных носителей заряда приведены на рис. 1. При расчетах были приняты значения параметров  $S = 0.25 \text{ cm}^2$ ,  $\lambda_p = 18 \mu m$  (это значение следует из (8) при  $l_p = 200 \mu m$  и  $N_p^s = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ),  $\tilde{p}_p = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  (рис. 1),  $\tilde{j}_p = 4.75 \text{ kA/cm}^2$ ,  $L/m = 6.4$  нН и  $R/m = 1.25 \Omega$ , использованные в [7]. Кроме этого, мы приняли значения  $mC = 2 \mu F$  и  $U_{C0}/m = 200$  В обеспечивающие нужную величину тока начала обрыва  $\tilde{j}_p$  и типичное значение  $T_p \approx 75$  ns. В систему уравнений (24), (25) при этом следует подставить значения  $\chi = 0.43$ ,  $\xi = 0.39$ . При обработке результатов численного моделирования в качестве условия нарушения нейтральности и образования ОПЗ принималось равенство  $\max \rho(x) = 0.1 q N_a(x)$  справа от динамического  $p-n$ -перехода (здесь  $\rho(x)$  —



**Рис. 5.** Зависимости амплитуды (а) и длительности фронта (б) импульса напряжения на „анодной“ ОПЗ и плотности обрываемого тока (б) от сопротивления нагрузки при  $\tilde{p}_p = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  и неизменном напряжении  $U_{co}$ . 1 — численное моделирование с учетом ударной ионизации в „анодной“ ОПЗ; 2 — численное моделирование без учета ударной ионизации в „анодной“ ОПЗ; 3 — расчет по формулам (30), (31), выполненный с учетом изменения плотности обрываемого тока; 4 — плотность обрываемого тока, полученная путем численного моделирования.

плотность объемного заряда), что соответствует значению  $\gamma = 0.1$ . В момент  $t = T_p$  полное падение напряжения на одном диоде  $U(T_p)/m$  достигает 235 В. Сдвигая результаты интегрирования системы (24), (25) по оси ординат на  $T_p$ , а по оси абсцисс — на  $U(T_p)/m$ , можно сравнить результаты упрощенной теории и точного численного моделирования. Как видно из рис. 3, совпадение результатов очень хорошее вплоть до завершающей фазы процесса, когда нарушаются условия применимости системы (24), (25) — постоянство дрейфовой скорости дырок, падения напряжения на „катодной“ ОПЗ и концентрации дырок в плазменной области вблизи  $x = x_p$ . Расчеты зависимостей  $V_m$  и  $t_p$  от плотности обрываемого тока (рис. 4) и сопротивления нагрузки (рис. 5), выполненные по формулам (30), (31), также хорошо совпадают с результатами численного моделирования, полученными без учета ударной ионизации в анодной ОПЗ.

#### 4. Предельно достижимые параметры прерывателей тока

Максимальная напряженность поля в ОПЗ  $E_p^M$  достигает пробивного значения  $E_B$  при увеличении плотности обрываемого тока до некоторой критической величины  $\tilde{j}_B$ . Ее можно определить, воспользовавшись формулами (20) и (27),

$$\tilde{j}_B \approx q\tilde{p}_p\lambda_p R/\xi L\xi_B, \quad (32)$$

где  $\xi_B$  — решение уравнения

$$\xi_B(1 + \xi_B^{3/5}) \approx \frac{q\tilde{p}_p R}{2\xi E_B L} \left(\frac{SR}{2m}\right)^{3/5} \left(\frac{\lambda_p^2}{\varepsilon\bar{v}_h}\right)^{2/5}. \quad (33)$$

При этом  $V_m$  достигает максимального значения  $V_B$ , для которого нетрудно получить простую и физически ясную формулу

$$V_B \approx 3m(\varepsilon\bar{v}_h\lambda_p/\tilde{j}_B)^{1/2} E_B^{3/2}, \quad (34)$$

следующую из (27), (28) и верную с такой же точностью. Используя известные соотношения между параметрами ОПЗ [15], легко убедиться, что она описывает взаимосвязь между пробивным полем и напряжением пробоя линейного  $p$ – $n$ -перехода с градиентом плотности объемного заряда, равным  $32\tilde{j}_p/81\bar{v}_p\lambda_p$ . Учитывая, что напряжения пробоя линейных и глубоких диффузионных  $p$ – $n$ -переходов отличаются очень слабо [16], а плотность тока в момент достижения максимума напряжения примерно в  $2.5 \approx 81/32$  раза меньше  $\tilde{j}_p$ , нетрудно понять, что так и должно быть. По сути дела формула (34) означает рост „напряжения пробоя“ динамического  $p$ – $n$ -перехода при увеличении глубины диффузии примесей и уменьшении концентрации дырок в ОПЗ — эффект, хорошо известный для обычных  $p$ – $n$ -переходов [15,16,18], где вместо дырок положительный объемный заряд создают доноры.

При  $\tilde{j}_p > \tilde{j}_B$  в „анодной“ ОПЗ начинается лавинное умножение дырок, однако скорость  $v_p^f$  не может уменьшиться из-за этого более чем в  $\mu_e(\bar{v}_e + \bar{v}_h)/\bar{v}_e(\mu_e + \mu_h) \approx 1.7$  раз. В противном случае в прилегающей к „анодному“ фронту части ОПЗ будет нарушено условие  $(p - N) > n$ , с необходимостью следующее из уравнений Пуассона. Тем не менее скорость роста  $w_p$  и, следовательно, падения напряжения на ОПЗ заметно уменьшится. Кроме того, в результате лавинного размножения средняя плотность объемного заряда уменьшается из-за перераспределения концентрации электронов и дырок в ОПЗ [18], что приводит к дополнительному снижению  $V_m$ . Таким образом, ударная ионизация существенно замедляет скорость роста падения напряжения на „анодной“ ОПЗ, хотя и в гораздо меньшей степени, чем на „катодной“. Численное моделирование показывает, что, например, при двукратном увеличении обрываемого тока через прерыватель, описанный в конце раздела 3, амплитуда импульса напряжения

увеличивается в 1.5 раз (рис. 4). Это означает, что такой важный показатель качества прерывателя, как коэффициент перенапряжения [5], должен быть максимальным при  $\tilde{j}_p \approx \tilde{j}_B$  и  $V_m \approx V_B$ , в чем нетрудно убедиться и с помощью рис. 4, *a*. Разумеется, снижение скорости движения границы плазменной области из-за ударной ионизации приводит и к увеличению длительности фронта, как это хорошо видно на рис. 4, *b*.

Еще одним важным параметром является предаваемая нагрузке пиковая мощность  $P_m = V_m^2/R$ , достигающая максимального значения  $P_0$  при некотором сопротивлении нагрузки  $R = R_0$  [5]. В принципе  $R_0$  можно оценить, используя формулу (30). Однако более точный результат получается после определения положения  $\xi_0$  экстремума зависимости  $u_m^2/\chi$  от  $\xi$  при условии  $\xi/\chi = \text{const}$  путем численного решения системы уравнений (24), (25). Оказалось, что в интервале значений  $10^{-2} < \xi/\chi < 10^2$  искомая величина отличается от решения уравнения

$$\xi_0(1 + 25\chi/\xi_0)^{1/4} = 1 \quad (35)$$

не более чем на 10%. Кроме того, на всей экстремальной кривой (35) с такой же погрешностью справедливы зависимости

$$e_m = \sqrt{\chi/25\xi_0}, \quad u_m = \frac{3}{2} e_m^{3/2}, \quad (36)$$

позволяющие найти значения сопротивления  $R_0$  и плотности обрываемого тока  $\tilde{j}_0$ , при которых пиковая мощность максимальна и  $E_p^M = V_B$ . При этом следует учесть, что обычно (см. ниже)  $\chi/\xi_0 > 1$ , поэтому решение (35) можно представить в виде  $\xi_0 = (25\chi)^{-1/3}$ . После несложных преобразований получается, что

$$R_0 = m\sqrt{2\xi E_B L / q\tilde{p}_p S m}, \quad (37)$$

$$\tilde{j}_0 = (50q\varepsilon\tilde{v}_h E_B^2 \lambda_p \tilde{p}_p m / \xi S L)^{1/3}. \quad (38)$$

Используя (36), нетрудно убедиться, что соответствующая этим значениям сопротивления нагрузки и тока обрыва амплитуда импульса напряжения равна

$$V_0 \approx \frac{3}{2} m E_B (\varepsilon\tilde{v}_h \lambda_p S)^{1/3} \left( \frac{\xi E_B L}{q\tilde{p}_p S m} \right)^{1/6}, \quad (39)$$

а пиковая мощность

$$P_0 \approx 2m E_B^2 (\varepsilon\tilde{v}_h \lambda_p S)^{2/3} \left( \frac{q\tilde{p}_p S m}{\xi E_B L} \right)^{1/6}. \quad (40)$$

Для оценки длительности  $t_0$  фронта импульса, формирующегося при этих условиях, можно воспользоваться аппроксимацией  $\theta_{0.9} = 2(\chi/\xi_0)^{1/4}$ , которая на экстремальной кривой (35) в актуальном интервале значений  $\xi/\chi = 0.1-10$  обеспечивает лучшую точность, чем (29). Подстановка в нее (37) и (38) дает

$$t_0 \approx \sqrt{\frac{2q\tilde{p}_p S L}{5\xi E_B m}} = \sqrt{\frac{4}{5}} \frac{L}{R_0}. \quad (41)$$

Для примера, рассмотренного в конце раздела 3, расчет по этим формулам дает  $R_0/m \approx 1.85 \Omega$ ,  $j_0 \approx 3.93 \text{ kA} \cdot \text{cm}^{-2}$ ,  $V_0/m \approx 523 \text{ V}$ ,  $P_0/m \approx 148 \text{ kW}$ ,  $t_0 \approx 4.35 \text{ ns}$ . При этом параметр  $\chi$  равен

$$\chi_0 = \frac{\varepsilon\tilde{v}_h}{\lambda_p^2} \sqrt{\frac{\xi E_B S L}{2q\tilde{p}_p m}} \approx 0.64, \quad (42)$$

а отношение  $\chi_0/\xi_0 \approx 1.6$  и практически не может быть сильно уменьшено; это и оправдывает использование приближенного решения уравнения (35).

## 5. Обсуждение результатов

Построенная в предыдущих разделах теория формирования ОПЗ при обрыве тока высокой плотности в качественном отношении правильно описывает экспериментальные закономерности SOS-эффекта. Однако полученные нами зависимости (34) и (39) максимальной амплитуды импульсов напряжения от глубины залегания  $p$ - $n$ -перехода  $l_p$  слишком слабы, чтобы количественно объяснить наблюдавшееся [5] многократное увеличение  $V_m$  при увеличении  $l_p$  всего в 1.5–2 раза. Для этого необходимо еще привлечь дополнительные соображения, суть которых состоит в следующем.

Во-первых, везде выше мы предполагали, что входящие в теорию основные параметры независимы друг от друга, и, таким образом, получили взаимосвязи между ними, так сказать, в „чистом виде“. Например, формула (30) описывает зависимость  $V_m(l_p)$  при постоянных значениях  $\tilde{j}_p$  и  $\tilde{p}_p$ . Между тем изменение  $l_p$  при сохранении всех остальных параметров прерывателя и контура должно привести к изменению падения напряжения на диодах во время протекания импульса прямого тока  $T^+$  и, следовательно, заряда, прошедшего через диоды; заряда неравновесных дырок, накопленного в базовых слоях диодов прерывателя за время  $T^+$ , и их распределения по координате  $p(x)$ ; момента  $T_p$  начала формирования „анодной“ ОПЗ и соответствующей плотности тока  $\tilde{j}_p$ ; положения плоскости  $x = \tilde{x}_p$ , в которой начинает формироваться „анодная“ ОПЗ и соответствующей концентрации неравновесных дырок  $\tilde{p}_p$ .

Иными словами, параметры  $\lambda_p$ ,  $\tilde{j}_p$  и  $\tilde{p}_p$  оказываются взаимосвязанными весьма сложным образом, так что сохранить постоянство  $\tilde{j}_p$  и  $\tilde{p}_p$  при изменении  $\lambda_p$  в процессе проведения эксперимента (даже численного) крайне затруднительно, особенно если специально не ставить перед собой такой цели. Поэтому при испытании прерывателей различных типов „в одинаковых условиях“ (см., например, рис. 24 в работе [5]) некоторые из них могут работать в оптимальном для себя режиме, тогда как другие в режимах, далеко не оптимальных. В результате такое сравнение оказывается не вполне корректным.

Во-вторых, с ростом  $l_p$  при прочих равных условиях уменьшаются толщина слаболегированной базы и, следовательно, потери при прохождении импульса прямого

тока [7]. Однако для снижения этих потерь вовсе не обязательно увеличивать  $l_p$ , так как того же результата можно добиться уменьшением полной толщины структуры.

В-третьих, с ростом  $l_p$  время  $T_p$  от момента смены знака тока до начала обрыва обычно увеличивается.<sup>4</sup> Этот эффект существенно облегчает достижение необходимого тока обрыва при использовании прерывателей с глубокими  $p-n$ -переходами и тем самым обуславливает их важное преимущество по сравнению с обычными диодами.

Наконец, до сих пор мы неявно предполагали, что все диоды прерывателя совершенно одинаковы и однородны по площади. Однако на практике всегда существует разброс электрофизических параметров и внутри каждой структуры по площади и между разными структурами. Это неизбежно приводит к разбросу моментов начала формирования „анодных“ ОПЗ разных диодов, замедлению скорости обрыва тока и, как следствие, уменьшению амплитуды импульса напряжения на нагрузке. С другой стороны, при прочих равных условиях разброс параметров диффузионных слоев должен уменьшаться с ростом глубины диффузии. Это может быть дополнительным важным фактором не физического, но технологического характера, приводящим к наблюдавшемуся [5] улучшению качества прерывателей, состоящих из большого числа последовательно соединенных диодных структур, с ростом  $l_p$ . Из вышесказанного следует, что для проверки результатов теории следует провести дополнительные эксперименты с использованием как можно меньшего числа тщательно подобранных последовательных диодов и при максимально полном контроле и учете всех параметров режима работы прерывателя.

В заключение отметим, что структура диода, показанного на рис. 1, была использована нами в качестве примера, поскольку она исследовалась ранее [7] и, кроме того, позволила решить методическую задачу четкого разделения стадий формирования „катодной“ и „анодной“ областей пространственного заряда. Между тем с практической точки зрения это разделение является важным недостатком, поскольку „анодная“ ОПЗ не участвует в формировании основного импульса, но создает перед ним „пьедестал“ и приводит к бесполезной потере энергии в течение времени между  $T_n$  и  $T_p$ . Очевидно, что этот недостаток можно исключить, попытавшись так изменить профиль легирования, чтобы по возможности точно выполнялось равенство  $T_p = T_n$ . По сути дела требование одновременности начала формирования ОПЗ полностью аналогично условию эффективной работы дрейфовых диодов с резким восстановлением — одновременности достижения плазменными фронтами плоскости  $p-n$ -перехода [20]. Из результатов раздела 2 следует, что этого в принципе можно добиться, изме-

няя соотношение между глубинами залегания  $n^+ - n$ - и  $n - p$ -переходов.

Авторы благодарны С.Н. Юркову и Т.Т. Мнацаканову, предоставившим возможность провести моделирование с помощью программы „Исследование“.

Работа выполнена при поддержке РФФИ.

## Список литературы

- [1] Benda H., Spence E. // Proc. IEEE. 1967. Vol. 55. N 8. P. 1331–1354.
- [2] Benda H., Dannhauser F. // Solid-State Electronics. 1968. Vol. 11. N 1. P. 1–11.
- [3] Рукин С.Н., Тимошенко С.П. // IX Симпозиум по сильноточной электронике. Тез. докл. 1992. С. 218–219.
- [4] Дарзбек С.А., Котов Ю.А., Месяц Г.А. и др. // ДАН. 1994. Т. 334. № 3. С. 304–306.
- [5] Рукин С.Н. // ПТЭ. 1999. № 4. С. 5–36.
- [6] Дарзбек С.А., Месяц Г.А., Рукин С.Н. // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 10. С. 64–70.
- [7] Дарзбек С.А., Рукин С.Н., Цыранов С.Н. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 4. С. 56–62.
- [8] Рукин С.Н., Цыранов С.Н. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 18. С. 41–46.
- [9] Пономарев А.В., Рукин С.Н., Цыранов С.Н. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 20. С. 29–34.
- [10] Рукин С.Н., Цыранов С.Н. // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. Вып. 1. С. 43–50.
- [11] Горбатюк А.В., Родин П.В. // Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе АН СССР. № 1276. Л., 1988. 35 с.
- [12] Кардо-Сысоев А.Ф., Попова М.В. // ФТП. 1991. Т. 25. Вып. 1. С. 3–11.
- [13] Trofimenkoff F.N. // Proc. IEEE. 1965. Vol. 53. P. 1765.
- [14] Серезжкин Ю.Н., Шестеркина А.А. // ФТП. 2003. Т. 37. Вып. 9. С. 1109–1112.
- [15] Зи С. Физика полупроводников приборов. Кн. 1. М.: Мир, 1984. 456 с. Пер. с англ. Sze S. Physics of Semiconductor Devices, Inc. New York; Chichester; Brisbane; Toronto; Singapore: A Wiley Interscience Publication, 1981.
- [16] Кюрегян А.С., Юрков С.Н. // ФТП. 1989. Т. 23. Вып. 10. С. 1819–1827.
- [17] Mnatkanov T.T., Rostovtsev I.L., Philatov N.I. // Solid-State Electronics. 1987. Vol. 30. N 3. P. 579–586.
- [18] Грехов И.В., Серезжкин Ю.Н. Лавинный пробой  $p-n$ -переходов в полупроводниках. Л., 1980.
- [19] Грехов И.В., Гейфман Е.М., Костина Л.С. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 4. С. 726–729.
- [20] Грехов И.В. // Изв. РАН. Сер. Энергетика. 2000. № 1. С. 53–61.

<sup>4</sup> При относительно малых плотностях тока этот эффект наблюдался ранее экспериментально [19], а для случая больших токов он следует непосредственно из формулы (11).