

01;03;05

Влияние свойств поверхности на скачок температуры в металле

© А.В. Латышев, А.А. Юшканов

Московский государственный областной университет,
105005 Москва, Россия
e-mail:latyshev@orc.ru, yushkanov@mtu-net.ru

(Поступило в Редакцию 8 декабря 2003 г.)

Получено аналитическое решение задачи о скачке температуры в металле, обусловленном потоком тепла к поверхности, с учетом характера аккомодации энергии электронов на поверхности. Построен профиль температуры при различных значениях отношения длины свободного пробега электронов к дебаевскому радиусу.

Вопрос о распределении температуры вблизи поверхности металла чрезвычайно важен для решения задач о теплообмене между металлом и окружающей средой, особенно при низких температурах, а также для металлических образцов малого размера. Последний случай является типичным в микроэлектронике. Для металлических образцов малого размера становится принципиальным учет влияния процессов, протекающих вблизи поверхности, на распределение температуры.

Рассмотрим плоскую границу раздела между металлом и окружающей средой. Предположим, что имеется поток тепла в металле, текущий к (или от) поверхности. Введем декартову систему координат с центром на поверхности и осью x , перпендикулярной поверхности и направленной в глубь металла. Тогда на расстояниях от поверхности, существенно превышающей l — длину свободного пробега электронов, потоку тепла соответствует постоянный градиент температуры $G_T = dT/dx$ (возможной анизотропией металла пренебрегаем). Будем предполагать, что данный градиент достаточно мал в том смысле, что относительный перепад температуры на длине l много меньше единицы.

Слой, примыкающий к границе раздела и имеющий толщину порядка l , будем называть слоем Кнудсена. Вне слоя Кнудсена профиль температуры имеет вид $T = T_0 + G_T x$. Обозначим температуру поверхности через T_s . Скачком температуры называют величину $\Delta T = T_0 - T_s$. Эта величина при малых градиентах температуры пропорциональна градиенту G_T

$$\Delta T = C_T l G_T. \quad (1)$$

Коэффициент C_T , не зависящий от G_T , называется коэффициентом скачка температуры. Для определения коэффициента C_T необходимо решить кинетическое уравнение в слое Кнудсена [1]. Вместо ΔT обычно имеют дело с относительным скачком $\varepsilon_T = C_T l g_T$, $g_T = G_T/T_s$.

Отметим, что на величину скачка температуры существенное влияние оказывает характер взаимодействия электронов с поверхностью металла. Учет этого обстоятельства требует соответствующей модификации граничных условий с целью учета возможной степени

аккомодации энергии электронов на границе. Подобный учет проводится посредством введения соответствующего коэффициента аккомодации.

В работе рассматривается общий случай произвольной степени вырождения электронного газа. Поэтому полученные результаты справедливы в широком диапазоне температур.

Рассмотрим металл, в котором ферми-поверхность имеет сферическую форму. В кинетике металлов часто используется кинетическое уравнение для электронов в так называемом τ -приближении [1–3]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = (\mathbf{v}\nabla)f + e_0 \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{\tau} (f_F^0 - f). \quad (2)$$

Здесь f — функция распределения электронов, e_0 — заряд электрона, \mathbf{p} — импульс электрона, \mathbf{E} — электрическое поле, \mathbf{v} — скорость электронов, τ — время релаксации электронов, f_F^0 — фермиевской функции распределения. Если доминирует рассеяние электронов на примесях, то наиболее разумным представляется предположение о постоянстве длины свободного пробега электронов [4]. При этом время релаксации $\tau = l/w$. Через l мы обозначили длину свободного пробега электронов, а $w = |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$, где \mathbf{u} — средняя скорость движения электронов. Отметим, что в металлах во всех физически реализуемых случаях выполняется условие $u \ll v$. Поэтому вместо w будем писать v .

Кроме того, при конечной температуре наряду с кинетическим уравнением для электронов необходимо, вообще говоря, принимать во внимание кинетическое уравнение, описывающее поведение фононов.

Пусть функция распределения фононов f_{ph} удовлетворяет кинетическому уравнению [1,4]

$$\frac{\partial f_{\text{ph}}}{\partial t} + (\mathbf{C}\nabla)f_{\text{ph}} = J(f_{\text{ph}}, f). \quad (3)$$

Здесь \mathbf{C} — скорость фононов; $J(f_{\text{ph}}, f)$ — интеграл столкновения, учитывающий рассеяние фононов на электронах, на дефектах решетки и межфононное рассеяние. При конечной температуре в уравнении (2) в качестве равновесной функции распределения электронов вместо f_F^0 , соответствующей нулевой температуре,

должна присутствовать фермиевская функция распределения с некоторой эффективной температурой T_* и эффективным химическим потенциалом μ_* . Отметим, что указанные величины не совпадают, вообще говоря, с локально-равновесными значениями температуры T_{eq} и химического потенциала μ_{eq} .

При этом кинетическое уравнение для электронов в τ -приближении запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f + e_0\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \frac{v}{l}(f_F^* - f). \quad (4)$$

Здесь f_F^* — функция распределения Ферми (фермиан), $f_F^* = f_F(\mu_*, T_*)$,

$$f_F(\mu_*, T_*) = \left[\exp\left(\frac{mv^2}{2kT_*} - \frac{\mu_*}{kT_*}\right) + 1 \right]^{-1},$$

k — постоянная Больцмана, m — эффективная масса электрона.

Закон сохранения числа электронов приводит к следующему равенству, вытекающему из уравнения (4):

$$\int v f d\Omega_F = \int v f_F^* d\Omega_F. \quad (5)$$

Здесь $d\Omega_F = (2s+1)(2\pi\hbar)^{-3}d\mathbf{p}$, \hbar — постоянная Планка, s — спин электрона. Интегрирование ведется по всему пространству скоростей. Для большинства металлов в переносе тепла доминирует вклад электронной подсистемы [4]. В дальнейшем будем рассматривать именно этот случай и пренебрегать вкладом фононов в перенос тепла.

Из кинетического уравнения (4) для электронов в стационарном случае вытекает следующее соотношение:

$$\nabla \mathbf{Q}_e = \frac{v}{l} \left(\int v \frac{m}{2} v^2 f_F^* d\Omega_F - \int v \frac{m}{2} v^2 f d\Omega_F \right), \quad (6)$$

где \mathbf{Q}_e — поток тепла, переносимый электронами.

В стационарном случае при отсутствии источников тепла полный поток тепла \mathbf{Q} сохраняется, т.е. $\nabla \mathbf{Q} = 0$. В случае, когда вкладом фононов в перенос тепла в металле можно пренебречь, согласно (6), считаем, что и $\nabla \mathbf{Q}_e = 0$. Тогда из уравнения (5) вытекает следующее соотношение:

$$\int v \frac{m}{2} v^2 f d\Omega_F = \int v \frac{m}{2} v^2 f_F^* d\Omega_F. \quad (7)$$

Соотношения (5) и (7) определяют параметры T_* , μ_* кинетического уравнения (4).

Отметим, что в рассматриваемом приближении уравнение для электронов (4) оказывается независимым от уравнения для фононов (3). При этом ряд тонких эффектов оказывается неучтенным. Для их учета необходимо, вообще говоря, выход за пределы простейшего τ -приближения, рассмотрению которого посвящена данная работа.

Будем считать, что возникающие характерные перепады температуры на длине l малы по сравнению с температурой электронного газа. При выполнении этого предположения возможна линейаризация задачи. Будем искать функцию распределения в виде $f = f_F^s + \varphi(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})g$. Здесь $f_F^s = f_F(\mu_s, T_s)$; φ — новая неизвестная функция; μ_s — химический потенциал электронов, рассеянных поверхностью; $g = \partial f_F^s / \partial \varepsilon_s$, $\varepsilon_s = (mv^2/2 - \mu_s)/kT_s$; T_s — температура поверхности.

Введем обозначения

$$\mathbf{c} = \sqrt{\frac{m}{2kT_s}} \mathbf{v}, \quad \alpha = \frac{\mu_s}{kT_s}, \quad \varepsilon_* = \frac{mv^2}{2kT_*} - \frac{\mu_*}{kT_*}.$$

С учетом этих обозначений

$$f_F^*(\varepsilon_*) = \frac{1}{\exp(\varepsilon_*) + 1}, \quad f_F^s(c, \alpha) = \frac{1}{\exp(c^2 - \alpha) + 1},$$

$$g = g(c, \alpha) = \frac{\exp(c^2 - \alpha)}{[\exp(c^2 - \alpha) + 1]^2}.$$

Займемся линейаризацией локального фермиана f_F^* , переходя к безразмерным величинам. Заметим, что

$$\varepsilon_* = \frac{T_s}{T_*} \left[\frac{m}{2kT_s} v^2 - \frac{\mu_*}{kT_s} \right] = \frac{T_s}{T_*} (c^2 - \alpha_*), \quad \alpha_* = \frac{\mu_*}{kT_s}.$$

Учитывая, что $T_* = T_s + \delta T_s$, $\alpha_* = \alpha + \delta \alpha_*$, получаем

$$\varepsilon_* = c^2 - \alpha - \frac{\delta T_*}{T_s} (c^2 - \alpha) - \delta \alpha_*,$$

откуда

$$\delta \varepsilon_* = -\delta \alpha_* - (c^2 - \alpha) \frac{\delta T_*}{T_s},$$

где $\delta \varepsilon_* = \varepsilon_* - \varepsilon_s$, $\varepsilon_s = c^2 - \alpha$.

Следовательно,

$$f_F^* = f_F^s + \left(\frac{\partial f_F^*}{\partial \varepsilon_*} \right)_{\varepsilon_* = \varepsilon_s} \delta \varepsilon_*$$

или

$$f_F^* = f_F^s + g(c, \alpha) \left[\delta \alpha_* + (c^2 - \alpha) \frac{\delta T_*}{T_s} \right].$$

Введем безразмерные величины $\mathbf{e} = (e_0 l / k T_s) \mathbf{E}$, $t_* = t \sqrt{2kT_s/m}/l$, $\mathbf{r}_* = \mathbf{r}/l$. Далее звездочки у этих величин будем опускать. В безразмерных переменных уравнение (4) принимает вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\mathbf{c}\nabla)\varphi - \mathbf{c}\mathbf{e} = c \left[\delta \alpha_* + (c^2 - \alpha) \frac{\delta T_*}{T_s} - \varphi \right]. \quad (8)$$

Параметры этого уравнения $\delta \alpha_*$, δT_* находятся из законов сохранения (соотношения (5) и (7)), которые теперь принимают вид

$$\int \left[\delta \alpha_* + (c^2 - \alpha) \frac{\delta T_*}{T_s} - \varphi \right] c^n g d^3 c = 0; \quad n = 1, 3.$$

Из этой системы находим

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_*}{T_s} &= -\frac{r_1(\alpha)}{2\pi\Delta(\alpha)} \int \varphi c g d^3c + \frac{l(\alpha)}{2\pi\Delta(\alpha)} \int \varphi c^3 g d^3c, \\ \delta\alpha_* - \alpha \frac{\delta T_*}{T_s} &= \frac{r_3(\alpha)}{2\pi\Delta(\alpha)} \int \varphi c g d^3c \\ &\quad - \frac{r_1(\alpha)}{2\pi\Delta(\alpha)} \int \varphi c^3 g d^3c. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} r_1(\alpha) &= 4 \int_0^\infty c \ln[1 + \exp(\alpha - c^2)] dc, \\ l(\alpha) &= \ln(1 + \exp(\alpha)), \\ r_3(\alpha) &= 12 \int_0^\infty c^3 \ln[1 + \exp(\alpha - c^2)] dc, \\ \Delta(\alpha) &= l(\alpha)r_3(\alpha) - r_1^2(\alpha). \end{aligned}$$

Представим уравнение (8) в стандартной форме

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + c\varphi(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mathbf{c}\mathbf{e}(\mathbf{r}) = \frac{c}{2\pi} \int k(c, c')\varphi(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}') d\Omega(\alpha). \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned} k(c, c') &= 1 + \frac{l^2(\alpha)}{\Delta(\alpha)} \left(c^2 - \frac{r_1(\alpha)}{l(\alpha)} \right) \left(c'^2 - \frac{r_1(\alpha)}{l(\alpha)} \right), \\ d\Omega(\alpha) &= \frac{g(c', \alpha)c'}{l(\alpha)} d^3c'. \end{aligned}$$

Пусть полупространство $x > 0$ заполнено металлом, плоскость xy совмещена с его границей. Предположим, что существует поток тепла в металле, перпендикулярный поверхности. Тогда и электрическое поле, связанное с потоком тепла, будет перпендикулярно поверхности. При этом все параметры задачи будут зависеть только от координаты x .

Система уравнений, описывающих данную задачу, состоит из уравнения для электронов (10) и уравнения для электрического поля. В безразмерном виде эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \varphi(x, \mu, c) - \mu e(x) &= \frac{1}{l(\alpha)} \int_{-1}^1 \int_0^\infty k(c, c')\varphi(x, \mu', c')g(c')c'^3 d\mu' dc', \\ e'(x) &= a_0^2 \int_{-1}^1 \int_0^\infty \varphi(x, \mu, c)g(c)c^2 d\mu dc, \\ \mu &= \frac{c_x}{c}, \quad a_0^2 = \frac{e_0^2 m^2 l^2}{\pi^2 \varepsilon_0 \hbar^3} \sqrt{\frac{2kT_s}{m}}, \end{aligned} \quad (11)$$

ε_0 — электрическая постоянная.

Необходимо отметить, что проблема граничных условий для электронов на поверхности металла носит сложный характер [4]. Часто используется зеркально-диффузное граничное условие Максвелла. Однако все характеристики рассеяния электронов на поверхности невозможно свести к одному параметру той ли иной степени зеркальности рассеяния. Даже при чисто диффузном характере рассеяния остается возможность того, что в процессе рассеяния энергия электронов не меняется. Для описания теплообмена при рассеянии на поверхности вводится дополнительный коэффициент аккомодации энергии q_e . Ограничимся случаем чисто диффузного рассеяния электронов на поверхности. При этом функция распределения электронов, отраженных от поверхности, будет совпадать с равновесной фермиевской $f_F^e = [\exp(\varepsilon_e) + 1]^{-1}$, $\varepsilon_e = (mv^2/2 - \mu_e)/kT_e$. Параметры T_e, μ_e , вообще говоря, отличны от параметров поверхности T_s, μ_s . Эти параметры совпадают только в том случае, когда коэффициент аккомодации энергии q_e равен единице.

В линейном приближении функцию распределения f_F^e можно представить в виде

$$f_F^e = f_F^s + g(c, \alpha) \left[\delta\alpha_e + (c^2 - \alpha) \frac{\delta T_e}{T_s} \right],$$

где $\delta\alpha_e = (\mu_e - \mu_s)/kT_s$, $\delta T_e = T_e - T_s$.

Получаем, что граничные условия, учитывающие аккомодационный характер рассеяния электронов на поверхности [3] и условия в объеме металла, имеют вид

$$\varphi(0, \mu, c) \equiv \varphi_0(\mu, c) = A_0 + (c^2 - r_3(\alpha)/r_1(\alpha))B_0,$$

$$0 < \mu < 1,$$

$$\varphi(x, \mu, c) = \varphi_{ac}(x, \mu, c) + o(1),$$

$$x \rightarrow +\infty, \quad -1 < \mu < 0,$$

$$e(0) = 0, \quad e(x) = e_{as} + o(1), \quad x \rightarrow +\infty. \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \varphi_{as} &= \varepsilon_T \left(c^2 - \frac{r_0(\alpha)}{s(\alpha)} \right) \\ &\quad + g_T(x - \mu) \left(c^2 - \frac{r_0(\alpha)}{s(\alpha)} \right) - h_0(\alpha)g_T\mu, \end{aligned}$$

$$e_{as} = -g_T h_0(\alpha), \quad \Delta_0(\alpha) = r_0(\alpha)l(\alpha) - s(\alpha)r_1(\alpha),$$

$$h_0(\alpha) = \frac{\Delta_0(\alpha)}{s(\alpha)l(\alpha)} = \frac{r_0(\alpha)}{s(\alpha)} - \frac{r_1(\alpha)}{l(\alpha)},$$

$$B_0 = \frac{T_e - T_s}{T_s},$$

$$r_0(\alpha) = \frac{2}{3} \int_0^\infty \ln[1 + \exp(\alpha - c^2)] dc,$$

$$s(\alpha) = \int_0^\infty \frac{\exp(\alpha - c^2)}{1 + \exp(\alpha - c^2)} dc.$$

Предполагается, что поток E_r энергии электронов, отраженных от поверхности, связан с потоком E_i энергии электронов, падающих на поверхность, следующим условием:

$$q_e = (E_i - E_r)(E_i - E_s)^{-1}. \quad (13)$$

Здесь

$$E_i = - \int_{-1}^0 \int_0^{\infty} \varphi(0, \mu, c) c^5 \mu g(c) d\mu dc,$$

$$E_r = \int_0^1 \int_0^{\infty} \varphi(\mu, c) c^5 \mu g(c) d\mu dc,$$

E_s — поток энергии электронов от стенки, соответствующий термодинамическому равновесию стенки и электронов, когда $T_e = T_s$,

$$E_s = \int_0^1 \int_0^{\infty} \varphi_s(\mu, c) c^5 \mu g(c) d\mu dc,$$

причем $\varphi_s(\mu, c) = A_s$, $0 < \mu < 1$. Величина A_s определяется из условия

$$\int_0^1 \int_0^{\infty} \varphi_s(\mu, c) c^3 \mu g(c) d\mu dc$$

$$= - \int_{-1}^0 \int_0^{\infty} \varphi(0, \mu, c) c^3 \mu g(c) d\mu dc.$$

Это условие можно записать в терминах потоков числа электронов: $N_s = N_i$, N_s — поток числа электронов от стенки, соответствующий термодинамическому равновесию стенки и электронов; N_i — поток числа электронов, падающих на стенку.

Величина q_e называется коэффициентом аккомодации энергии. Он меняется в пределах от 0 до 1. Коэффициент аккомодации энергии является эмпирической величиной. Его значение зависит от характера взаимодействия между электронами, поверхностными фононами и веществом, граничащим с металлом. При низких температурах и в случае, когда металл граничит с разрешенным веществом (газом), коэффициент q_e может быть существенно меньше единицы, так как теплообмен между электронами и другими компонентами в этих условиях затруднен. Следовательно, учет аккомодации энергии для описания процессов теплообмена на границе весьма существен.

Кроме условия аккомодации энергии на поверхности должно выполняться условие непротекания, состоящее в том, что полный поток числа электронов N_0 через поверхность равен нулю,

$$N_0 = \int_{-1}^0 \int_0^{\infty} \varphi(0, \mu, c) c^3 \mu g(c) d\mu dc = 0,$$

или, что все равно, $N_0 = N_r - N_i = 0$, где N_r — поток числа электронов, отраженных от стенки,

$$N_r = \int_0^1 \int_0^{\infty} \varphi(0, \mu, c) c^3 \mu g(c) d\mu dc.$$

Точно так же как полный поток числа электронов, полный поток энергии E_0 можно представить в виде $E_0 = E_r - E_i$. Следовательно, условие аккомодации энергии электронов перепишем в виде $q_e(E_i - E_s) + E_0 = 0$, где величина полного потока

$$E_0 = \int_{-1}^0 \int_0^{\infty} \varphi(x, \mu, c) c^5 \mu g(c) d\mu dc$$

в силу закона сохранения энергии одна и та же для всех x , $x > 0$. Величину E_0 найдем через значение асимптотической функции распределения на стенке

$$E_0 = \int_{-1}^0 \int_0^{\infty} \varphi_{as}(0, \mu, c) c^5 \mu g(c) d\mu dc = -\frac{1}{3} \frac{\Delta(\alpha)}{l(\alpha)} g_T.$$

Нетрудно видеть, что $E_s = r_1(\alpha)A_s/4$, $E_r = r_1(\alpha)A_0/4$, поэтому

$$E_i = E_r - E_0 = \frac{1}{4} r_1(\alpha)A_0 + \frac{1}{3} \frac{\Delta(\alpha)}{l(\alpha)} g_T,$$

$$E_i - E_s = E_r - E_0 - E_s = \frac{1}{4} r_1(\alpha)(A_0 - A_s) + \frac{1}{3} \frac{\Delta(\alpha)}{l(\alpha)} g_T.$$

Теперь из условия аккомодации энергии электронов находим

$$A_0 = A_s + \frac{4}{3} \frac{1 - q_e}{q_e} \frac{\Delta(\alpha)}{l(\alpha)r_1(\alpha)} g_T. \quad (14)$$

Из соотношений на потоки электронов $N_s = N_i$, $N_r = N_i$ вытекает, что $N_s = N_r$, откуда

$$A_s = A_0 - \frac{\Delta(\alpha)}{l(\alpha)r_r(\alpha)} B_0. \quad (15)$$

Из соотношений (14) и (15) находим величину B_0

$$B_0 = \frac{4}{3} \frac{1 - q_e}{q_e} g_T.$$

Итак, найдена постоянная B_0 из первого граничного условия из (12). Вторая постоянная A_0 заранее не задается, а определяется из решения задачи.

Функция φ_{as} описывает теплопроводность электронного газа в объеме металла. Процесс теплопроводности сопровождается появлением электрического поля e_{as} (термоэлектрический эффект, описанный, например, в [1]). Условие $e(0) = 0$ связано с предположением об отсутствии электрического поля вне металла.

Подчеркнем, что функции φ_{as} , e_{as} являются решением системы (11).

Согласно структуре функции φ_{as} ищем функцию φ в виде

$$\varphi(x, \mu, c) = h_1(x, \mu) + \left(c^2 - \frac{r_0(\alpha)}{s(\alpha)}\right) h_2(x, \mu). \quad (16)$$

Получим систему уравнений

$$\mu \frac{\partial h_1}{\partial x} + h_1(x, \mu) = \bar{h}_1(x) + \mu e(x), \quad (17)$$

$$\mu \frac{\partial h_2}{\partial x} + h_2(x, \mu) = \bar{h}_2(x),$$

$$\bar{h}_j(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 h_j(x, \mu) d\mu; \quad j = 1, 2, \quad (18)$$

$$e'(x) = a^2 \bar{h}_1(x), \quad a^2 = a_0^2 s(\alpha). \quad (19)$$

Граничные условия (12), согласно (16), имеют следующий вид:

$$h_1(0, \mu) = A_0 + l_1(\alpha) B_0, \quad 0 < \mu < 1,$$

$$l_1(\alpha) = \frac{\Delta_1(\alpha)}{s(\alpha)r_1(\alpha)} = \frac{r_0(\alpha)}{s(\alpha)} - \frac{r_3(\alpha)}{r_1(\alpha)},$$

$$\Delta_1(\alpha) = r_0(\alpha)r_1(\alpha) - s(\alpha)r_3(\alpha),$$

$$h_1(x, \mu) = -h_0(\alpha)g_T\mu + o(1),$$

$$x \rightarrow \infty, \quad -1 < \mu < 0, \quad (20)$$

$$h_2(0, \mu) = B_0, \quad 0 < \mu < 1,$$

$$h_2(x, \mu) = \varepsilon_T + g_T(x - \mu) + o(1), \quad x \rightarrow \infty, \quad -1 < \mu < 0, \quad (21)$$

$$e(0) = 0, \quad e(x) = e_{as} + o(1), \quad x \rightarrow +\infty. \quad (22)$$

Обратим внимание, что задача (11), (12) распадается на две задачи, связанные между собой только через граничные условия: задача о скачке температуры в металле — (18), (21) и задача о поведении электрического поля вблизи поверхности при наличии нормального к поверхности градиента температуры g_T — (17), (19), (20), (22).

Будем рассматривать задачу (18), (21). Следуя [5], решение задачи (18), (21) ищем в виде разложения по собственным решениям

$$h_2(x, \mu) = \varepsilon_T + g_T(x - \mu) + \int_0^1 \exp\left(-\frac{x}{\eta}\right) \Phi(\eta, \mu) m(\eta) d\eta. \quad (23)$$

В разложении (23) неизвестными являются скачок температуры ε_T и функция $m(\eta)$.

Опуская решение задачи, метод которой изложен в [5,6], получим

$$\varepsilon_T = V_1 g_T + B_0 = \left(V_1 + \frac{3(1 - q_e)}{4q_e}\right) g_T,$$

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \xi(u) du = 0.71045 \dots,$$

$$\eta m(\eta) = -\frac{g_T}{\pi i} \left[\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)} \right] = \frac{2g_T \sin \xi(\eta)}{\pi X(\eta)}, \quad (24)$$

где

$$X(z) = \frac{1}{z} \exp V(z), \quad V(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{\xi(u) du}{u - z},$$

$$\xi(u) = -\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{2\lambda(u)}{\pi u}.$$

Формула (24) представляет собой искомую величину температурного скачка в металле. Сравнивая формулы (24) и (1), находим величину коэффициента скачка температуры

$$C_T = V_1 + \frac{3(1 - q_e)}{4q_e}.$$

Отметим, что этот коэффициент не зависит от степени вырожденности электронного газа. Из полученной формулы видно, что по мере уменьшения коэффициента аккомодации скачок температуры растет. При $q_e = 1$ из полученной формулы вытекает известная формула для величины температурного скачка из [6].

Профиль распределения температуры в металле построим согласно (9). Используя разложение (16), получаем

$$\frac{1}{2\pi} \int \varphi g c d^3 c = l(\alpha) \bar{h}_1 - \frac{\Delta_0(\alpha)}{s(\alpha)} \bar{h}_2,$$

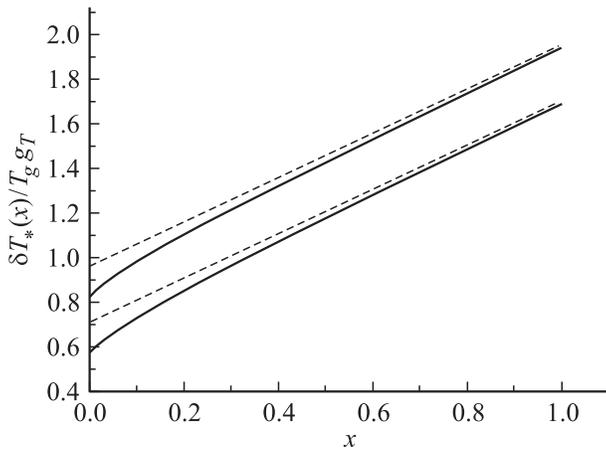
$$\frac{1}{2\pi} \int \varphi g c^3 d^3 c = r_1(\alpha) \bar{h}_1 - \frac{\Delta_1(\alpha)}{s(\alpha)} \bar{h}_2.$$

Подставляя эти равенства в (9), находим

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_*(x)}{T_s} &= \bar{h}_2 \equiv \frac{1}{2} \int_0^1 h_2(x, \mu) d\mu \\ &= \varepsilon_T + g_T x + \frac{1}{2} \int_0^1 \exp\left(-\frac{x}{\eta}\right) m(\eta) d\eta, \end{aligned}$$

или

$$\frac{\delta T_*(x)}{T_s} = \varepsilon_T + g_T x + g_T \frac{1}{\pi} \int_0^1 \exp\left(-\frac{x}{\eta}\right) \frac{\sin \xi(\eta)}{X(\eta)} \frac{d\eta}{\eta}.$$



Профиль распределения температуры.

На стенке (при $x = 0$) данное выражение упрощается и допускает следующее представление:

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_*(x)}{T_s} &= \varepsilon_T + g_T \left(-V_1 + \frac{1}{X(+0)} \right) \\ &= g_T \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{4(1 - q_e)}{q_e} \right). \end{aligned}$$

На рисунке приведем профиль распределения температуры в полупространстве, построенный согласно найденному аналитическому выражению. Пунктир соответствует асимптотическому профилю температуры, экстраполированному до границы металла. Сплошные линии соответствуют реальному профилю температуры. Верхние кривые отвечают коэффициенту аккомодации $q_e = 0.75$, нижние — $q_e = 1$. Из приведенных графиков видно, что при уменьшении коэффициента аккомодации профиль температуры сдвигается вверх.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 03-01-00281).

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [2] Абрикосов А.А. Введение в теорию нормальных металлов. М.: Наука, 1972. 288 с.
- [3] Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
- [4] Williams M.M.R. Mathematical Methods in Particle Transport Theory. London: Butterworth, 1971. 421 p.
- [5] Латышев А.В., Юшканов А.А. // ФГТ. 2001. Т. 43. Вып. 10. С. 1744–1750.
- [6] Латышев А.В., Юшканов А.А. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 7. С. 37–45.