

01;09

О возможности получения эллиптической поляризации переходного излучения

© Б.М. Болотовский, А.В. Серов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 23 января 2004 г.)

Рассматривается переходное излучение возникающее при последовательном пересечении зарядом двух анизотропно проводящих плоскостей. Первая плоскость представляет собой двумерную решетку (сетку), изготовленную из тонких металлических проводников, параллельных осям x и y . Вторая плоскость выполнена в виде одномерной решетки, проводники которой направлены параллельно оси y . Плоскости параллельны друг другу и перпендикулярны направлению движения заряда. Показано, что возникающее при этом переходное излучение имеет эллиптическую поляризацию, причем степень эллиптичности и направление вращения зависят от направления излучения, расстояния между решетками и от скорости заряда.

Введение

Известно, что переходное излучение в изотропных средах имеет линейную поляризацию [1]. При нормальном падении частицы на границу раздела вектор поляризации лежит в плоскости, проходящей через линию движения частицы и волновой вектор излучаемой волны. Как показано в работе [2], переходное излучение на плоскости с анизотропной проводимостью также обладает линейной поляризацией. Авторы работы [2] в качестве модели плоскости с анизотропной проводимостью рассматривали систему тонких параллельных проводников, расположенных в плоскости, перпендикулярной направлению движения частиц. Очевидно, что если расстояния между проводниками много меньше, чем длина волны излучения, то эту систему проводников можно считать плоскостью, на которой проводимость вдоль проводников велика, а в поперечном направлении мала. В работе [2] проводимость плоскости вдоль проводников была равна бесконечности, а в поперечном направлении равна нулю. В этих предположениях авторы получили точное решение задачи. В рассматриваемом случае электрический вектор переходного излучения лежит в плоскости, проходящей через волновой вектор и проводники.

Представляет практический интерес излучение, обладающее эллиптической и круговой поляризацией. В работе [3] было рассмотрено переходное излучение, возникающее при пересечении релятивистской заряженной частицей двух последовательно расположенных одномерных решеток. Предполагалось, что решетки сделаны из параллельных металлических проволочек. Плоскости решеток параллельны друг другу и перпендикулярны направлению движения заряда. Проводники одной из решеток перпендикулярны проводникам другой решетки. Показано, что возникающее при этом переходное излучение имеет эллиптическую поляризацию, причем степень эллиптичности и направление вращения зависят

от угла, под которым происходит излучение, расстояния между решетками и скорости заряда.

В настоящей работе также будет рассмотрено излучение, возникающее при последовательном пересечении релятивистским зарядом двух анизотропно проводящих плоскостей (рис. 1). Однако в отличие от случая, рассмотренного в работе [3], первая плоскость имеет бесконечно большую проводимость не в одном направлении, а в двух взаимно перпендикулярных направлениях (в направлении осей x и y) и представляет собой двумерную решетку (сетку), выполненную из тонких металлических проводников. Вторая плоскость, так же как и в работе [3], является одномерной решеткой, проводимость которой бесконечна в направлении оси y . Заряженная частица двигаясь по нормали к плоскости решетки (по оси z) пересекает первую решетку. При этом возникает переходное излучение. Это излучение можно рассматривать как излучение токов, наведенных на решетке пролетающим зарядом. Поскольку все проводники решетки параллельны осям x и y , то и возбужденные токи также направлены параллельно этим осям. Следовательно, и векторный потенциал, описывающий излучение наведенных токов, имеет составляющие, параллельные осям x и y . Поместим вторую дифракционную решетку

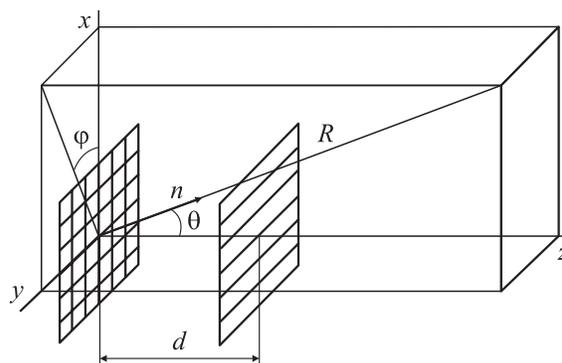


Рис. 1. Геометрия задачи.

на расстоянии d от первой. Плоскости обеих решеток параллельны, а проволочки второй решетки направлены по оси y . На вторую решетку падает как поле заряда, так и поле излучения токов, наведенных в первой решетке. Эти поля наводят во второй решетке токи, параллельные оси y , и эти токи дают излучение, векторный потенциал которого поляризован по оси y . Таким образом, после прохождения заряда через две решетки излучаются две волны, и фазы этих волн различаются на величину, зависящую от расстояния между решетками и времени пролета. Ниже будут определены параметры этих волн. Будет показано, что излучение, возникающее при последовательном пересечении плоскостей заряженной частицей, обладает эллиптической поляризацией. Характеристики поляризации зависят от энергии частицы и от расстояния между этими плоскостями.

Излучение, возбуждаемое зарядом при пересечении первой плоскости

Как известно, поле создаваемое движущейся частицей определяется векторным \mathbf{A} и скалярным φ потенциалами, которые могут быть найдены из решения уравнений [4]

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \varphi = -4\pi\rho. \quad (2)$$

Вычислим поле, возникающее после прохождения заряда через первую решетку, расположенную в плоскости x, y . Будем полагать бесконечно большой проводимость плоскости $z = 0$ в направлении осей x и y . Проводимость в направлении оси z будем считать равной нулю. Вдоль оси z со скоростью v движется заряд величиной q . Из уравнения (1) следует, что направление векторного потенциала совпадает с направлением движения частицы. Поэтому векторный потенциал заряда, движущегося вдоль оси z , имеет только одну составляющую A_z . Ток заряда описывается выражением

$$j_z = qv\delta(z - vt)\delta(y)\delta(x). \quad (3)$$

Используя разложение δ -функции в интеграл Фурье

$$\delta(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\xi\eta) d\xi, \quad (4)$$

перепишем уравнение (1) в виде

$$\begin{aligned} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_z &= -\frac{4\pi}{c} qv\delta(z - vt)\delta(y)\delta(x) \\ &= -\frac{qv}{2\pi^2 c} \int \exp i[k_x x + k_y y + k_z(z - vt)] dk_x dk_y dk_z, \end{aligned} \quad (5)$$

где k_x, k_y, k_z — проекции волнового вектора на оси координат.

Решением уравнения (5) является выражение

$$A_z = \frac{qv}{2\pi^2 c} \int \frac{\exp i[k_x x + k_y y + k_z(z - vt)]}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y dk_z, \quad (6)$$

где $\beta = v/c$ — приведенная скорость частицы.

Поскольку для равномерного движущегося заряда проекция волнового вектора на направление движения равна $k_z = \omega/v$, где ω — частота излучения, то выражение (6) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} A_z &= \frac{q}{2\pi^2 c} \int \frac{\exp i[k_x x + k_y y + (\omega/v)(z - vt)]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y d\omega \\ &= \int \left[\frac{q}{2\pi^2 c} \int \frac{\exp i[k_x x + k_y y + (\omega/v)z]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y \right] \\ &\quad \times \exp(-i\omega t) d\omega. \end{aligned} \quad (7)$$

Множитель в квадратных скобках, стоящий под знаком интеграла, является спектральной плотностью $A_{z\omega}$ (разложением Фурье) векторного потенциала A_z . Для представлений $A_{z\omega}$ и φ_ω в виде разложений по плоским волнам $\exp i(k_x x + k_y y + k_z z)$ имеем

$$A_{z\omega} = \frac{q}{2\pi^2 c} \int \frac{\exp i[k_x x + k_y y + (\omega/v)z]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y, \quad (8)$$

$$\varphi_\omega = \frac{q}{2\pi^2 v} \int \frac{\exp i[k_x x + k_y y + (\omega/v)z]}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y. \quad (9)$$

Поле, определяемое формулами (8) и (9), падает на решетку и возбуждает токи в проволочках. Поскольку проводники первой решетки ориентированы вдоль осей x и y , то возбуждаемые токи возникают под действием составляющих E_x и E_y электрического поля равномерно движущегося заряда. Выпишем компоненты $E_{x\omega}$ и $E_{y\omega}$. Поскольку составляющие спектральной плотности векторного потенциала $A_{x\omega}$ и $A_{y\omega}$ равны нулю, значения электрических полей получаются дифференцированием скалярного потенциала φ_ω по соответствующим координатам

$$\begin{aligned} E_{x\omega}^{(1)} &= -\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial x} \\ &= -\frac{iq}{2\pi^2 v} \int \frac{k_x \exp i(k_x x + k_y y + (\omega/v)z)}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_{y\omega}^{(1)} &= -\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial y} \\ &= -\frac{iq}{2\pi^2 v} \int \frac{k_y \exp i(k_x x + k_y y + (\omega/v)z)}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1 - \beta^2)} dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (11)$$

Верхний индекс указывает на то, что вычисленные величины относятся к первой решетке. Под действием полей в проволочках решетки возбуждаются токи. Плотности этих токов обозначим через $j_x^{(1)}(x, y)$ и $j_y^{(1)}(x, y)$.

Представим токи также в виде разложения Фурье

$$j_x^{(1)}(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \exp i(k_x x + k_y y) dk_x dk_y, \quad (12)$$

$$j_y^{(1)}(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \exp i(k_x x + k_y y) dk_x dk_y, \quad (13)$$

где $j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y)$ и $j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y)$ предстоит определить из граничных условий на поверхности решетки.

Вычислим векторные потенциалы $A'_x{}^{(1)}$ и $A'_y{}^{(1)}$ поля излучения, создаваемого токами $j_x^{(1)}$ и $j_y^{(1)}$. Уравнение для векторных потенциалов $A_x^{(1)}$ и $A_y^{(1)}$ имеют следующий вид:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_x^{(1)} = \frac{4\pi}{c} j_x^{(1)} = -\frac{2}{c} \times \int \exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t) j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega, \quad (14)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_y^{(1)} = \frac{4\pi}{c} j_y^{(1)} = -\frac{2}{c} \times \int \exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t) j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega. \quad (15)$$

Решения этих уравнений можно представить в виде

$$A_x^{(1)} = \frac{2}{c} \times \int \frac{\exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - (\omega/v)^2} j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega, \quad (16)$$

$$A_y^{(1)} = \frac{2}{c} \times \int \frac{\exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - (\omega/v)^2} j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) dk_x dk_y dk_z d\omega. \quad (17)$$

Знаменатели подынтегральных выражений в (16) и (17) можно переписать в виде

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - (\omega/v)^2 = \left(k_z - \sqrt{(\omega/v)^2 - k_x^2 - k_y^2} \right) \left(k_z + \sqrt{(\omega/v)^2 - k_x^2 - k_y^2} \right),$$

из которого следует, что функции, стоящие под интегралами, имеют полюса в точках $k_z = \pm \sqrt{(\omega/v)^2 - k_x^2 - k_y^2}$.

Проведем интегрирование по k_z , обходя полюса подынтегрального выражения в соответствии с принципом излучения (т.е. решения должны состоять из волн, расходящихся от решетки). Тогда получим

$$A'_{x\omega}{}^{(1)} = i \frac{2\pi}{c} \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| - \omega t) \times j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \frac{dk_x dk_y d\omega}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}, \quad (18)$$

$$A'_{y\omega}{}^{(1)} = i \frac{2\pi}{c} \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| - \omega t) \times j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \frac{dk_x dk_y d\omega}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (19)$$

Зная $A'_{x\omega}{}^{(1)}$ и $A'_{y\omega}{}^{(1)}$, мы можем определить компоненты $E'_{x\omega}{}^{(1)}$ и $E'_{y\omega}{}^{(1)}$ электрического поля, созданного первой решеткой

$$E'_{x\omega}{}^{(1)} = -2\pi \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|) \times \left\{ [(\omega/c)^2 - k_x^2] j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) - k_x k_y j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \right\} \times \frac{dk_x dk_y}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}, \quad (20)$$

$$E'_{y\omega}{}^{(1)} = -2\pi \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|) \times \left\{ [(\omega/c)^2 - k_y^2] j_{y\omega}^{(1)}(k_x, k_y) - k_x k_y j_{x\omega}^{(1)}(k_x, k_y) \right\} \times \frac{dk_x dk_y}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (21)$$

На поверхности решетки составляющие электрического поля по осям x и y должны обращаться в нуль

$$E'_{x\omega}{}^{(1)} + E_{x\omega}{}^{(1)} = 0, \quad E'_{y\omega}{}^{(1)} + E_{y\omega}{}^{(1)} = 0, \quad z = 0.$$

Если для $E_{x\omega}{}^{(1)}$ и $E_{y\omega}{}^{(1)}$ взять выражения (10) и (11), а для $E'_{x\omega}{}^{(1)}$ и $E'_{y\omega}{}^{(1)}$ выражения (20) и (21), получится система из двух уравнений

$$\frac{iq}{2\pi^2 v} \frac{k_x}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1 - \beta^2)} = \frac{[(\omega/c)^2 - k_x^2] j_{x\omega}^{(1)} - k_x k_y j_{y\omega}^{(1)}}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}, \quad (22)$$

$$-\frac{iq}{2\pi^2v} \frac{k_y}{k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1-\beta^2)} = \frac{[(\omega/c)^2 - k_y^2]j_{y\omega}^{(1)} - k_x k_y j_{x\omega}^{(1)}}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}, \quad (23)$$

из которых можно определить $j_{x\omega}^{(1)}$ и $j_{y\omega}^{(1)}$ — фурье-компоненты токов, наведенных на решетке. После решения имеем

$$j_{x\omega}^{(1)} = -\frac{iq}{4\pi^3v} \times \frac{\omega k_x}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1-\beta^2)] \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}, \quad (24)$$

$$j_{y\omega}^{(1)} = -\frac{iq}{4\pi^3v} \times \frac{\omega k_y}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1-\beta^2)] \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (25)$$

Подставляя выражения для $j_{x\omega}^{(1)}$ и $j_{y\omega}^{(1)}$ в выражения (18) и (19), найдем векторные потенциалы

$$A'_{x\omega}{}^{(1)} = -\frac{q}{2\pi cv} \times \int \frac{k_x \omega \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|)}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1-\beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2)} dk_x dk_y, \quad (26)$$

$$A'_{y\omega}{}^{(1)} = -\frac{q}{2\pi cv} \times \int \frac{k_y \omega \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z|)}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2(1-\beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2)} dk_x dk_y. \quad (27)$$

Формулы (26) и (27) определяют излучение, возникающее после прохождения заряда через решетку, расположенную в плоскости $z = 0$. Полное поле в пространстве между первой и второй решетками (т.е. в пространстве между плоскостями $z = 0$ и $z = d$) определяется суммой полей излучения $A'_{x\omega}{}^{(1)}$ и $A'_{y\omega}{}^{(1)}$ и полей равномерно движущегося заряда $A_{x\omega}^{(1)}$ и $A_{y\omega}^{(1)}$. Это суммарное поле падает на вторую решетку и возбуждает в ней токи.

Рассмотрим поле на больших расстояниях от решетки. Электрическое поле волны связано с векторным потенциалом соотношением [4]

$$\mathbf{E}_\omega = \frac{c}{i\omega} [\mathbf{k}[\mathbf{k}\mathbf{A}_\omega]].$$

После выполнения соответствующих расчетов для компонент электрического поля волны получим

$$E'_{x\omega}{}^{(1)} = \frac{c}{i\omega} \{ -[(\omega/c)^2 - k_x^2] A'_{x\omega}{}^{(1)} + k_x k_y A'_{y\omega}{}^{(1)} \}, \quad (28)$$

$$E'_{y\omega}{}^{(1)} = \frac{c}{i\omega} \{ -[(\omega/c)^2 - k_y^2] A'_{y\omega}{}^{(1)} + k_x k_y A'_{x\omega}{}^{(1)} \}, \quad (29)$$

$$E'_{z\omega}{}^{(1)} = \frac{c}{i\omega} \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} \{ k_x A'_{x\omega}{}^{(1)} + k_y A'_{y\omega}{}^{(1)} \}. \quad (30)$$

Интегралы в выражениях (26) и (27) будем вычислять методом стационарной фазы. Применение этого метода при вычислении интегралов, содержащих быстро осциллирующие функции, приводит к следующей формуле [5]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) \exp i f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \frac{2\pi i}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2^2}} F(\xi_0, \eta_0) \exp i f(\xi_0, \eta_0), \quad (31)$$

где ξ_0, η_0 — корень уравнения $df(\xi, \eta) = 0$ и $\alpha_1 = f''_{\xi\xi}, \alpha_2 = f''_{\xi\eta}, \alpha_3 = f''_{\eta\eta}$ при $\xi = \xi_0, \eta = \eta_0$.

После вычисления векторных потенциалов и подстановки их в выражения (28)–(30) для электрических полей излучения получаем

$$E'_{x\omega}{}^{(1)} = \frac{q\beta \sin \theta \cos \theta \cos \varphi}{c} \frac{\exp(i\frac{\omega}{c})R}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{R}{R}, \quad (32)$$

$$E'_{y\omega}{}^{(1)} = \frac{q\beta \sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{c} \frac{\exp(i\frac{\omega}{c})R}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{R}{R}, \quad (33)$$

$$E'_{z\omega}{}^{(1)} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin^2 \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{\exp(i\frac{\omega}{c})R}{R}, \quad (34)$$

где R — расстояние от начала координат до точки наблюдения, $x = R \sin \theta \cos \varphi, y = R \sin \theta \sin \varphi, z = R \cos \theta, \theta$ — угол между волновым вектором и осью z, φ — азимутальный угол.

Сравнивая выражения (32)–(34), описывающие спектрально-угловые распределения электрического поля переходного излучения, с результатами, полученными ранее [6], можно видеть, что поле излучения, возбужденное частицей, пересекающей двумерную решетку (сетку), совпадает с полем, возбужденным частицей, вылетающей из проводящей плоскости. Поэтому дальнейшие расчеты справедливы и в том случае, когда первая плоскость представляет собой металлическую фольгу, проводимость которой не зависит от направления.

Излучение, возбуждаемое токами второй плоскости

Поскольку проводимость второй решетки отлична от нуля только в направлении оси y , то и возбуждаемые токи имеют только составляющую $j_y^{(2)}$. В свою очередь токи $j_y^{(2)}$ создают поле, которое может быть описано векторным потенциалом $A_y^{(2)}$

$$A_y^{(2)} = i \frac{2\pi}{c} \times \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z - d|) \times j_y^{(2)}(k_x, k_y) \frac{dk_x dk_y}{\sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (35)$$

Эта формула полностью аналогична формулам (18) и (19) для поля, возбужденного первой решеткой, с той лишь разницей, что в первом случае возбуждение происходит токами, текущими по первой решетке в направлении осей x и y , и векторный потенциал имеет составляющие $A'_{x\omega}$ и $A'_{y\omega}$, а во втором случае — током только в направлении оси y и, следовательно, векторный потенциал имеет единственную составляющую $A'_{y\omega}$. Напомним, что вторая решетка расположена в плоскости $z = d$.

На поверхности второй решетки должна обращаться в нуль составляющая полного электрического поля по оси y , т. е. должно выполняться равенство

$$E'_{y\omega}{}^{(1)} + E_{y\omega}{}^{(1)} + E'_{y\omega}{}^{(2)} = 0, \quad z = d.$$

Это условие дает возможность определить наведенные на решетке токи. Действительно, если токи, возбужденные на второй решетке, имеют фурье-компоненту $j_{y\omega}^{(2)}(k_x, k_y)$, то электрическое поле $E'_{y\omega}{}^{(2)}$, возбуждаемое этими токами, можно записать в виде

$$E'_{y\omega}{}^{(2)} = -2\pi \times \int \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z - d|) \times j_{y\omega}^{(2)}(k_x, k_y) \frac{[(\omega/c)^2 - k_y^2] dk_x dk_y}{\omega \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}. \quad (36)$$

Запишем также составляющие по оси y электрического поля, возбуждаемого полем равномерно движущегося заряда и полем от первой решетки. Сумма этих двух полей может быть записана в виде

$$E'_{y\omega}{}^{(1)} + E_{y\omega}{}^{(1)} = -\frac{q}{2\pi^2 v} \int \frac{k_y \exp i(k_x x + k_y y) dk_x dk_y}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1 - \beta^2)]} \times \left[\exp i \frac{\omega}{v} z + \frac{-(\omega/c)^2 + k_x^2 + k_y^2}{k_z^2} \times \exp i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z| \right]. \quad (37)$$

При этом первое слагаемое в квадратных скобках относится к полю равномерно движущегося заряда, а второе — к полю от первой решетки. Очевидно, сумма (36) и (37) при $z = d$ должна обращаться в нуль. Из этого условия находим токи, возбужденные во второй решетке

$$j_{y\omega} = -\frac{q}{4\pi^3 v} \frac{ik_y \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2}}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1 - \beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_y^2)} \times \left[\exp i \frac{\omega}{v} d - \exp i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} d \right]. \quad (38)$$

Подставляя (38) в (35), находим векторный потенциал излучения второй решетки

$$A'_{y\omega}{}^{(2)} = -\frac{q}{2\pi c v} \times \int \frac{k_y \omega \exp i(k_x x + k_y y + \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} |z - d|)}{[k_x^2 + k_y^2 + (\omega/v)^2 (1 - \beta^2)] ((\omega/c)^2 - k_x^2)} \times \left[\exp i \frac{\omega}{v} d - \exp i \sqrt{(\omega/c)^2 - k_x^2 - k_y^2} d \right] dk_x dk_y. \quad (39)$$

Поле в пространстве после второй решетки состоит из трех слагаемых: поля равномерно движущегося заряда, поля излучения заряда на первой решетке, описываемого векторными потенциалами $A'_{x\omega}{}^{(1)}$ и $A'_{y\omega}{}^{(1)}$, и поля, возбужденного токами, протекающими во второй решетке, описываемого векторным потенциалом $A'_{y\omega}{}^{(2)}$.

Рассмотрим поле на больших расстояниях от решетки ($z \gg d$). Мы выберем такие расстояния, на которых собственное поле равномерно движущегося заряда не интерферирует с полями излучения. Вычисляя потенциалы методом стационарной фазы и учитывая выражения (28)–(30) для электрических полей, получим

$$E'_{x\omega}{}^{(1+2)} = \frac{q \beta \sin \theta \cos \theta \cos \varphi}{c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \times \left(1 + \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} C \right) \frac{\exp(i \frac{\omega}{c} R)}{R}, \quad (40)$$

$$E'_{y\omega}{}^{(1+2)} = \frac{q \beta \sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{c (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \times \exp i \frac{\omega}{v} d (1 - \beta \cos \theta) \frac{\exp(i \frac{\omega}{c} R)}{R}, \quad (41)$$

$$E'_{z\omega}{}^{(1+2)} = \frac{q}{c} \frac{\beta \sin^2 \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \times \left(1 + \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} C \right) \frac{\exp(i \frac{\omega}{c} R)}{R}, \quad (42)$$

Выражение (40)–(42) описывает сферическую волну. Видно, что компоненты этой волны обратно пропорциональны $(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)$, т. е. при релятивистской скорости заряда излучение сосредоточено в узкой области углов θ порядка $1/\gamma$, где $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Вторая решетка никак не влияет на амплитуду спектрально-углового распределения E_y -составляющей поля, но сдвигает его фазу на величину $\alpha = (\omega/v)d(1 - \beta \cos \theta)$. Если расстояние между решетками d уменьшается, то влияние второй решетки на распределение поля ослабевает. В предельном случае, когда $d = 0$, поле, описываемое выражениями (40)–(42), совпадает с полем переходного излучения, возбужденным частицей при пересечении первой решетки.

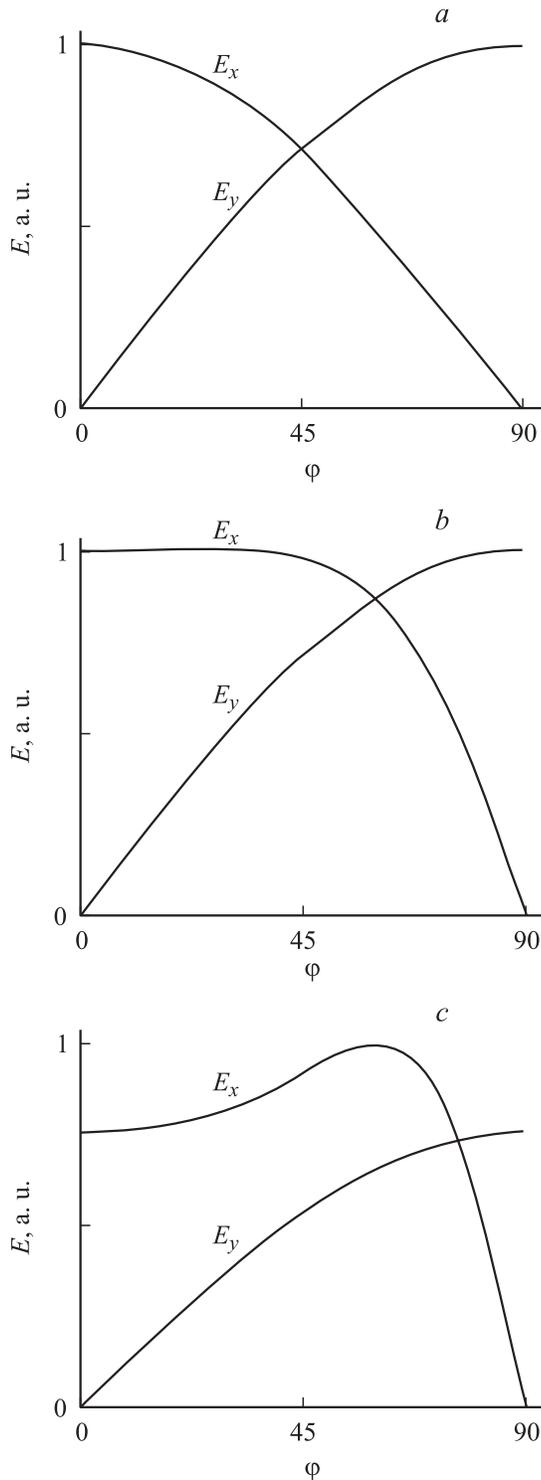


Рис. 2. Зависимость напряженности электрического поля волны E_x и E_y от азимутального угла φ . Приведенная энергия частицы $\gamma = 10$. Угол $\theta = 1/\gamma = 6^\circ$ (a), 45° (b), 60° (c).

В релятивистском случае, когда $\gamma \gg 1$ и рассматривается излучение под углами $\theta \leq 1/\gamma$, в выражениях, описывающих поле, можно пренебречь членами, пропорциональными $\sin^2 \theta$. Выражения (40)–(42) в этом случае

переходят в следующие:

$$E'_{x\omega}{}^{(1+2)} = \frac{q\beta \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \exp(i\frac{\omega}{c}R)}{c(1 - \beta^2 \cos^2 \theta) R}, \quad (43)$$

$$E'_{y\omega}{}^{(1+2)} = \frac{q\beta \sin \theta \cos \theta \sin \varphi}{c(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)} \times \exp i\frac{\omega}{v}d(1 - \beta \cos \theta) \frac{\exp(i\frac{\omega}{c}R)}{R}. \quad (44)$$

Из полученных выражений, в частности, следует, что при значениях азимутального угла $\varphi = \pm(\pi/4)$, $\pm(3\pi/4)$ поля E_x и E_y равны по величине и сдвинуты по фазе друг относительно друга на величину $\alpha = (\omega/v)d(1 - \beta \cos \theta)$. Излучение будет иметь круговую поляризацию в том случае, когда поле E_x будет сдвинуто по фазе относительно поля E_y на величину $\alpha = (\pi/2) + \pi n$, где $n = 0, 1, 2, \dots$, и линейную поляризацию, когда $\alpha = \pi + \pi n$. При всех других значениях сдвига фазы излучение будет иметь эллиптическую поляризацию.

При углах $\varphi = 0, \pi$ электрическое поле излучения лежит в плоскости xz , а при $\varphi = \pm\pi/2$ — в плоскости yz . Под этими азимутальными углами поле излучения линейно поляризовано при любых расстояниях между решетками.

Поскольку сдвиг фазы поля E_x относительно поля E_y зависит от угла θ , то при заданной энергии электронов $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, заданном расстоянии между решетками d и длине волны λ циркулярно поляризованное переходное излучение будет наблюдаться под углами

$$\varphi = \pm(\pi/4), \pm(3\pi/4),$$

$$\theta = \arccos \left[\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} - \frac{\lambda}{2d} \left(\frac{1}{2} + n \right) \right].$$

Из выражений (40) и (42) следует, что при больших углах наблюдения $\theta \gg 1/\gamma$ существенный вклад в напряженность полей E_x и E_z будут давать вторые слагаемые. На рис. 2 приведены зависимости поля E_x от азимутального угла φ , рассчитанные по формуле (40) для различных углов θ . На этих же рисунках для сравнения показаны синусные зависимости $E_y(\varphi)$. При расчетах приведенная энергия частиц предполагалась равной $\gamma = 10$. Рис. 2, a соответствует углу излучения $\theta = 1/\gamma = 6^\circ$, рис. 2, b и c — углам $\theta = 45$ и 60° соответственно. Видно, что по мере увеличения угла зависимость $E_x(\varphi)$ все сильнее отличается от косинусной.

Заключение

Получены выражения, описывающие поле, генерируемое релятивистской частицей, пересекающей две анизотропно проводящие плоскости. Найдено поле излучения, возникающее при пересечении плоскости, имеющей большую проводимость в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Для определенных длин волн это

поле совпадает с полем переходного излучения заряженной частицы, вылетающей из металлической фольги, имеющей изотропную проводимость. В том случае, когда вторая плоскость имеет анизотропную проводимость, возбуждается переходное излучение, обладающее эллиптической поляризацией.

Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 15.
- [2] Барсуков К.А., Нарышкина Л.Г. // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1965. Т. 8. № 5. С. 936.
- [3] Болотовский Б.М., Серов А.В. Краткие сообщения по физике. 2003. № 7. С. 29.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988.
- [5] Конторович М.И., Муравьев Ю.К. // ЖТФ. 1952. Т. 22. С. 394.
- [6] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.