

Анизотропные эффекты локального поля наночастиц в плазмонной оптике и магнитооптике

© В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 22 мая 2012 г.)

Построена теория анизотропных оптических эффектов локального поля, обусловленных резонансно поляризуемыми малыми частицами в многослойных поляризующихся средах. Рассмотрение относится к модели прямоугольной решетки эллипсоидальных наночастиц с учетом „сил изображения“ на границах раздела в слоистой среде. Методом функций Грина в приближении квазиточечных диполей найдены решеточные суммы для анизотропных диполь-дипольных взаимодействий и самосогласованно вычислены эффективные поляризуемости частиц в слое вблизи границы раздела. Исследовано проявление анизотропного локального поля наночастиц в оптическом излучении и в распространении затухающих волн, которые определяют эффекты ближнеполевой оптики. Рассмотрены приложения результатов в спектроскопии полярного магнитооптического эффекта Керра и анизотропного отражения при распространении поляризованного света по нормали к слоям. Изучены резонансные особенности в спектрах, связанные с усилением оптических эффектов при возбуждении поверхностных (локальных) плазмонов в наночастицах благородного металла.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 11-02-00162).

1. Введение

В массиве оптически индуцированных диполей локальное поле, действующее на выделенный диполь, отличается от макроскопического (среднего) поля, вычисленного из уравнений Максвелла для среды в отсутствие диполей [1]. Эффекты локального поля являются проявлением коллективных взаимодействий в системе диполей, наведенных в субволновых поляризующихся объектах. Взаимодействие диполей и локальное поле зависят от особенностей электромагнитного отклика, таких как анизотропия, оптические резонансы и т.д. [1,2]. Характер дипольных взаимодействий определяется размерностью массива диполей, поэтому эффекты локального поля в низкоразмерных системах требуют специального рассмотрения. В моделях квадратных дипольных решеток эффекты локального поля изучались применительно к оптике слоев адсорбированных атомов [3], молекул [4], атомных структур на чистой [5] и окисленной [6] поверхности кристаллов, массивов плазмонных [7] и ферромагнитных [8] частиц и др. Интерес к эффектам локального поля возрастает в связи с проблемой создания разнообразных новых металл-диэлектрических наноструктур и метаматериалов [9].

Разнообразные эффекты локального поля на поверхности твердых тел и в других квазидвумерных системах, включая анизотропные и неупорядоченные, наблюдаются методами оптической спектроскопии. Весьма информативными и сравнительно простыми для интерпретации представляются эксперименты, в которых свет распространяется по нормали к дипольным слоям (границам раздела). Два таких метода обсуждаются ниже в рамках общей теории анизотропных эффектов локального поля. Один из них — дифференциальный метод спек-

троскопии анизотропного отражения, применяемый для изучения анизотропии поверхности полупроводников и металлов, которые изотропны в объеме [10]. Другой метод служит для наблюдения полярного магнитооптического эффекта Керра при нормальном отражении света от поверхности образца (например, [8]).

В настоящей работе развита теория эффектов локального поля, связанных с анизотропией слоев резонансно поляризующихся наночастиц. Оптический отклик с учетом локального поля таких слоев вычисляется самосогласованным образом в приближении квазиточечных диполей, образующих прямоугольную решетку. Содержание статьи заключается в следующем. В разд. 2 обсуждается постановка задачи, ее общее решение дается в разд. 3 с учетом найденных в разд. 4 решеточных сумм для дипольных взаимодействий наночастиц. На основе этих результатов в разд. 5 вычисляется поле излучения при нормальном падении, а в разд. 6 найдены величины, наблюдаемые в спектроскопии полярного магнитооптического эффекта Керра и анизотропного отражения, там же даны примеры расчета спектров.

2. Постановка задачи и основные соотношения

В качестве невозмущенной модели рассмотрим совокупность оптически однородных слоев макроскопической толщины, которые перпендикулярны оси z . В этой модели тензор локальной изотропной диэлектрической проницаемости имеет компоненты $\varepsilon_{\alpha\beta}^0(z, \omega) = \delta_{\alpha\beta} \varepsilon^0(z, \omega)$, где $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера с декартовыми индексами α и β . Диэлектрическая функция $\varepsilon^0(z, \omega)$,

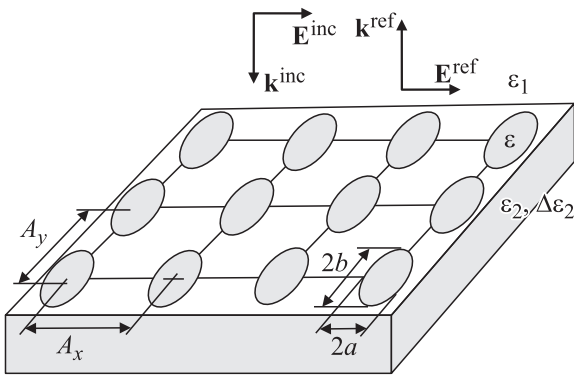


Рис. 1. Модель прямоугольной решетки эллипсоидальных частиц вблизи границы раздела сред. Показаны линейно поляризованные падающая и отраженная волны.

описывающая эффекты макроскопической электродинамики в зависимости от частоты ω , равна $\epsilon_n(\omega)$ в n -м однородном слое.

Возмущение включает вклады I) диполей, индуцированных в слое наночастиц, и II) анизотропной поляризации подложки. В изолированном нанобъекте (частице) квазиоднородное световое поле \mathbf{E} наводит дипольный момент

$$\mathbf{p} = \sum_{\alpha} \chi^{(\alpha)} E_{\alpha} \cdot \mathbf{e}_{\alpha}, \quad (1)$$

где $\chi^{(\alpha)}$ — компоненты поляризуемости в главных осях. Анизотропию взаимодействия диполей (1) в слое связываем с двумя причинами: 1) с анизотропией собственной поляризуемости наночастиц $\chi^{(\alpha)}$ и 2) с наличием прямоугольной решетки, которую заполняют диполи. В однородной среде компоненты тензора поляризуемости частиц, имеющих форму эллипсоидов вращения (сфероидов), в главных осях равны $\delta_{\alpha\beta}\chi^{(\alpha)}$, где [11]

$$\chi^{(\alpha)} = \frac{a^2 b}{3} \frac{\epsilon - \epsilon_1}{\epsilon_1 + (\epsilon - \epsilon_1)N^{(\alpha)}}. \quad (2)$$

Здесь ϵ и ϵ_1 — проницаемости материала эллипсоида и окружающей среды, $N^{(\alpha)}$ — коэффициент деполаризации, зависящий от длины полуосей эллипсоида. Для конкретности далее рассматриваем показанную на рис. 1 модель слоя эллипсоидов вращения (сфероидов) с осью вращения y и длинами полуосей a (в направлениях x, z) и b (вдоль оси y), при этом $N^{(x)} = N^{(z)}$, $N^{(y)} = 1 - 2N^{(x)}$. Считаем, что одинаковые сфероиды расположены в узлах прямоугольной решетки, имеющей векторы трансляции

$$\boldsymbol{\rho}_n = n_x A_x \cdot \mathbf{e}_x + n_y A_y \cdot \mathbf{e}_y, \quad (3)$$

где A_x и A_y — постоянные решетки, n_x и n_y — номера ее узлов, $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$. Считаем, что полуоси сфероидов a и b (главные оси тензора поляризуемости) совпадают с ортами \mathbf{e}_x и \mathbf{e}_y векторов трансляции (3) в плоскости слоя.

Индукцированные диполи (1) определяют поляризацию слоя

$$P_{\alpha}^I(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) = \chi^{(\alpha)}(\omega) \delta(z - z_0) \sum_n \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_n) E_{\alpha}(z_0, \boldsymbol{\rho}_n; \omega), \quad (4)$$

где дельта-функция $\delta(z - z_0)\delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_n)$ означает, что квазиточечные диполи расположены в узлах $\mathbf{r}_n = (z_0, \boldsymbol{\rho}_n)$ прямоугольной решетки. Предположение о периодичности слоя диполей не является существенным ограничением, т.к. в макроскопически однородном массиве диполей дальнедействующее дипольное взаимодействие должно слабо зависеть от структуры массива, в частности, от его разупорядоченности. Такой вывод подтверждается, например, наличием в полярных (дипольно поляризующихся) стеклах продольно-поперечного расщепления оптических фононов [12] и поверхностных фоннопляритонов [13], которые проявляются качественно так же, как в соответствующей кристаллической модификации. Поэтому мы предполагаем, что результаты, полученные далее на основе поляризации наночастиц (4) в решетке с узлами (3), будут качественно верны для слоев, однородных и анизотропных в среднем.

Кроме (4) будем также учитывать анизотропное возмущение поляризации вида

$$P_{\beta}^{II}(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) = \frac{\Delta\epsilon_{\beta\alpha}(z; \omega)}{4\pi} E_{\alpha}(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) \quad (5)$$

в объеме образца. Вклад $\Delta\epsilon_{\beta\alpha}(z; \omega)$ в диэлектрическую проницаемость может быть связан с ее анизотропной модуляцией внешними полями (механическим, магнитным, электрическим и т.д.). Далее обсуждаются эффекты, связанные с модуляцией $\Delta\epsilon_{\beta\alpha}(z; \omega)$ магнитным полем или механическим полем (деформацией).

Для рассматриваемой модели полное электрическое поле \mathbf{E} определяется из уравнений

$$[\text{rot rot} - \epsilon^0(z; \omega)k_0^2 \hat{I}] \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{E}^0(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) \\ \hat{D}^0(z, z', \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'; \omega) \\ \mathbf{E}(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) \end{Bmatrix}$$

$$= 4\pi k_0^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\hat{I} \\ \mathbf{P}^I(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) + \mathbf{P}^{II}(z, \boldsymbol{\rho}; \omega) \end{Bmatrix}, \quad (6)$$

где $\mathbf{r} = (z, \boldsymbol{\rho})$, \hat{I} — единичная матрица с элементами $I_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$, $k_0 = \omega/c$, c — скорость света. Уравнение (6) определяет электрическое поле \mathbf{E}^0 , а уравнение (7) — тензорную функцию Грина \hat{D}^0 для невозмущенной среды с проницаемостью $\epsilon^0(z, \omega)$. Решения уравнений (6) и (7), а также их преобразования Фурье

$$\begin{aligned} & \{ \mathbf{E}^0(z|\boldsymbol{\kappa}), \hat{G}^0(z, z'|\boldsymbol{\kappa}) \} \\ & = \int \frac{d^2\rho}{(2\pi)^2} \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) \{ \mathbf{E}^0(z, \boldsymbol{\rho}), \hat{D}^0(z, z', \boldsymbol{\rho}) \} \quad (9) \end{aligned}$$

должны удовлетворять максвелловским граничным условиям по переменной z . Поле \mathbf{E}^0 далее вычисляется

при условии, что из оптически прозрачной среды 1 с проницаемостью $\varepsilon^0(z) = \varepsilon_1$ ($\text{Im } \varepsilon_1 = 0$) вдоль оси z ($\boldsymbol{\kappa} = 0$) падает монохроматическая волна

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(z, \boldsymbol{\rho}) = \mathbf{e}_\alpha \bar{E}_\alpha^{\text{inc}} \exp(i\sqrt{\varepsilon_1} k_0 z), \quad (10)$$

линейно поляризованная вдоль орта \mathbf{e}_x или \mathbf{e}_y из (3). При этих условиях функции \mathbf{E}^0 и \hat{G}^0 , стоящие в левой части формулы (9), табулированы в [14] для сред с проницаемостью $\varepsilon^0(z)$ до четырех макроскопически толстых слоев. Функции E_α^0 и $G_{\alpha\alpha}^0$ имеют масштаб $\sim 1/k_0$ в зависимости от z и z' .

3. Общее решение задачи

Согласно общему формализму теории [15], при последовательном учете возмущений проницаемости $\hat{V}^{(n)}$ с $n = \text{I}$ из (4) и с $n = \text{II}$ из (5) решения $\mathbf{E}^{(n)}$ и $\hat{D}^{(n)}$ ($\hat{G}^{(n)}$) n -го приближения определяются последовательностями уравнений

$$\mathbf{E}^{(n)} - \mathbf{E}^{(n-1)} = \hat{D}^{(n-1)} \cdot \hat{V}^{(n)} \cdot \mathbf{E}^{(n)}, \quad (11)$$

$$\hat{D}^{(n)} - \hat{D}^{(n-1)} = \hat{D}^{(n-1)} \cdot \hat{V}^{(n)} \cdot \hat{D}^{(n)}. \quad (11')$$

Умножение в (11) и (11') означает интегрирование по аргументам и суммирование по индексам, общим для соседних тензорных функций. Интегральные уравнения (11) эквивалентны уравнениям (8) для поля \mathbf{E} при последовательном учете в качестве $\hat{V}^{(n)}$ вкладов (4) и (5) в поляризацию. Так же интерпретируются уравнения (11') для функции Грина, и все сказанное относится к фурье-представлениям

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{E}^{(n)}(z|\boldsymbol{\kappa}), \hat{G}^{(n)}(z, z'|\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}') \} &= \int d\boldsymbol{\rho} \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) \\ &\times \left\{ \mathbf{E}^{(n)}(z, \boldsymbol{\rho}) \int d\boldsymbol{\rho}' \exp(i\boldsymbol{\kappa}' \cdot \boldsymbol{\rho}') \hat{D}^{(n)}(z, z', \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Самосогласованное решение уравнений (11) при учете возмущения (4) и преобразований Фурье (9), (12) дает

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^2} E_\beta^1(z|\boldsymbol{\kappa}) &= \delta(\boldsymbol{\kappa}) E_\beta^0(z|\boldsymbol{\kappa}) \\ &+ \sum_{\mathbf{m}} \delta(\boldsymbol{\kappa} - \mathbf{b}_{\mathbf{m}}) G_{\beta\alpha}^0(z, z_0|\boldsymbol{\kappa}) \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa})}{A_x A_y} E_\alpha^0(z_0|0) \end{aligned} \quad (13)$$

при $n = \text{I}$. Аналогично из уравнения (11') для функции Грина получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^2} G_{\beta\alpha}^1(z, z'|\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}') &= \delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}') G_{\beta\alpha}^0(z, z'|\boldsymbol{\kappa}) + \sum_{\mathbf{m}} \delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}' - \mathbf{b}_{\mathbf{m}}) \\ &\times \sum_{\mu} G_{\beta\mu}^0(z, z_0|\boldsymbol{\kappa}) \frac{\tilde{\chi}^{(\mu)}(\boldsymbol{\kappa})}{A_x A_y} \times G_{\mu\alpha}^0(z_0, z'|\boldsymbol{\kappa}'). \end{aligned} \quad (14)$$

При выводе использовано представление

$$\sum_{\mathbf{n}} \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}}) = \frac{(2\pi)^2}{A_x A_y} \sum_{\mathbf{m}} \delta(\boldsymbol{\kappa} - \mathbf{b}_{\mathbf{m}}),$$

в правой части которого содержится суммирование по номерам узлов m_x и m_y , или векторам

$$\mathbf{b}_{\mathbf{m}} = 2\pi \left(\frac{m_x}{A_x} \cdot \mathbf{e}_x + \frac{m_y}{A_y} \cdot \mathbf{e}_y \right) \quad (15)$$

решетки, обратной по отношению к решетке (3). В уравнениях (13) и (14) ненулевые компоненты тензора эффективной поляризуемости равны

$$\tilde{\chi}^{(\alpha)}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{\chi^{(\alpha)}}{1 - \frac{\chi^{(\alpha)}}{A_x A_y} \sum_{\mathbf{m}} G_{\alpha\alpha}^0(z_0, z_0|\mathbf{b}_{\mathbf{m}} + \boldsymbol{\kappa})}, \quad (16)$$

причем $\tilde{\chi}^{(\alpha)}(0) = \tilde{\chi}^{(\alpha)}(\mathbf{b}_{\mathbf{m}})$.

Считая возмущение $\Delta\varepsilon_{\beta\alpha}(z; \omega)$ в выражении (5) нерезонансным, ограничимся 1-м порядком теории возмущений по (5), что предполагает выполнение условия $|\mathbf{E} - \mathbf{E}^1| \ll |\mathbf{E}^1|$. В результате для полного электрического поля $\mathbf{E} \approx \mathbf{E}^{\text{II}}$ получаем

$$\begin{aligned} E_\beta^{\text{II}}(z|\boldsymbol{\kappa}) &= E_\beta^1(z|\boldsymbol{\kappa}) \\ &+ \sum_{\mu, \nu} \int \frac{d^2\boldsymbol{\kappa}'}{(2\pi)^2} \int dz' G_{\beta\mu}^1(z, z'|\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\kappa}') \frac{\Delta\varepsilon_{\mu\nu}(z')}{4\pi} E_\nu^1(z'|\boldsymbol{\kappa}'). \end{aligned} \quad (17)$$

В общем случае подстановка выражений (13) и (14) в (17) с учетом фурье-представления

$$E_\alpha^{(s)}(z, \boldsymbol{\rho}) = \int \frac{d^2\boldsymbol{\kappa}}{(2\pi)^2} \exp(i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) E_\alpha^{(s)}(z|\boldsymbol{\kappa}). \quad (18)$$

дает разложение

$$E_\beta^{\text{II}}(z, \boldsymbol{\rho}) - \delta_{\beta\alpha} E_\alpha^{\text{inc}}(z, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{s=0}^5 E_\beta^{(s)}(z, \boldsymbol{\rho}) \quad (19)$$

для поля рассеяния с изменением линейной поляризации $\alpha \rightarrow \beta$. Поле с компонентами $E_\beta^{(0)} \equiv \delta_{\alpha\beta} (E_\alpha^0 - E_\alpha^{\text{inc}})$ в правой части (19) относится к зеркально отраженной волне с поляризацией α в отсутствие возмущения. Поле

$$E_\beta^{(1)}(z, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{\mathbf{m}} e^{i\mathbf{b}_{\mathbf{m}} \cdot \boldsymbol{\rho}} G_{\beta\alpha}^0(z, z_0|\mathbf{b}_{\mathbf{m}}) \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}(0)}{A_x A_y} E_\alpha^0(z_0|0) \quad (20)$$

соответствует самосогласованному решению задачи с эффективной поляризуемостью (16).

Остальные вклады в (19) линейны по возмущению $\Delta\varepsilon$ из (5). Для компонент $\Delta\varepsilon_{\beta\alpha}$, соответствующих преобразованию линейной поляризации света $\alpha \rightarrow \beta$, получаем

$$E_\beta^{(2)}(z, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{\mu} \int dz' G_{\beta\mu}^0(z, z'|0) \frac{\Delta\varepsilon_{\mu\alpha}(z')}{4\pi} E_\alpha^0(z'|0), \quad (21)$$

$$E_{\beta}^{(3)}(z, \rho) = \sum_{\mathbf{m}} e^{i\mathbf{b}_m \cdot \rho} \sum_{\mu, \nu} \left[\int dz' G_{\beta\mu}^0(z, z' | \mathbf{b}_m) \times \frac{\Delta \varepsilon_{\mu\nu}(z')}{4\pi} G_{\nu\alpha}^0(z', z_0 | \mathbf{b}_m) \right] \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}(\mathbf{b}_m)}{A_x A_y} E_{\alpha}^0(z_0 | 0), \quad (22)$$

$$E_{\beta}^{(4)}(z, \rho) = \sum_{\mathbf{m}} e^{i\mathbf{b}_m \cdot \rho} \sum_{\mu, \nu} G_{\beta\mu}^0(z, z_0 | \mathbf{b}_m) \frac{\tilde{\chi}^{(\mu)}(\mathbf{b}_m)}{A_x A_y} \times \left[\int dz' G_{\mu\nu}^0(z_0, z' | 0) \frac{\Delta \varepsilon_{\nu\alpha}(z')}{4\pi} E_{\alpha}^0(z' | 0) \right], \quad (23)$$

$$E_{\beta}^{(5)}(z, \rho) = \sum_{\mathbf{m}} e^{i\mathbf{b}_m \cdot \rho} \sum_{\mu, \nu, \sigma} G_{\beta\mu}^0(z, z_0 | \mathbf{b}_m) \frac{\tilde{\chi}^{(\mu)}(\mathbf{b}_m)}{A_x A_y} \times \sum_{\mathbf{m}'} \left[\int dz' G_{\mu\nu}^0(z_0, z' | \mathbf{b}_{m'}) \frac{\Delta \varepsilon_{\nu\sigma}(z')}{4\pi} \times G_{\sigma\alpha}^0(z', z_0 | \mathbf{b}_{m'}) \right] \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}(\mathbf{b}_{m'})}{A_x A_y} E_{\alpha}^0(z_0 | 0). \quad (24)$$

Выражения (20)–(24) описывают поле рассеянных волн в процессах, представленных диаграммами на рис. 2. Формула (21) соответствует волне, отраженной вследствие анизотропного возмущения объемной поляризации (5) при отсутствии частиц. Выражение (22) относится к полю, излучаемому анизотропной компонентой поляризации из (5) после рассеяния падающей волны слоем частиц, а выражение (23) относится к обратному процессу. По сравнению с (22) выражение (24) включает дополнительное рассеяние на слое частиц.

Полученные формулы описывают световое поле в слоистой среде с двумерным слоем резонансно поляризующихся нановключений и оптически анизотропным объемным возмущением подложки. Существенно подчеркнуть, что поля (20) и (22)–(24) содержат слагаемые с векторами обратной решетки $\mathbf{b}_{m \neq 0}$ из (15), которые

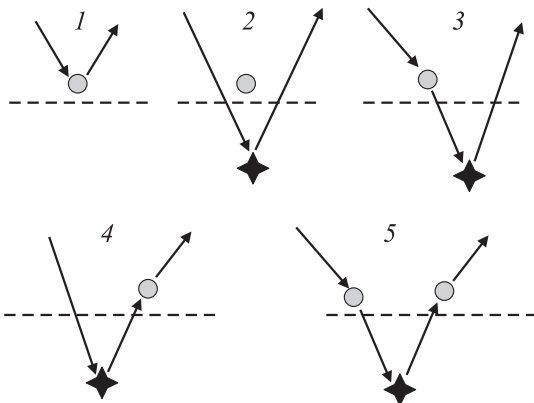


Рис. 2. Диаграммное представление актов рассеяния 1–5, которым соответствуют вклады (20)–(24) в поле излучения. Линии соответствуют распространению волны, кружки — ее рассеянию на слое частиц, звездочка — отражению от образца в 1-м порядке по анизотропному возмущению (5). Штриховой линией условно показана граница раздела сред.

удовлетворяют условиям $|\mathbf{b}_m| \gtrsim A_x^{-1} A_y^{-1} \gg k_0$. Эти поля, определяемые функцией $|G_{\beta\mu}^0(z, z_0 | \mathbf{b}_m)| \sim \exp(-|\mathbf{b}_m||z|)$, затухают на расстоянии порядка $A_x \sim A_y \ll k_0^{-1}$ от границы раздела, т.е. эти поля определяют эффекты ближнеполевой оптики. Поле излучения по нормали к поверхности определяется вкладами в (20) и (22)–(24) с $\mathbf{b}_0 = 0$.

4. Эффект локального поля

Влияние эффектов локального поля на эффективную поляризуемость наночастиц (16) учитывается величиной

$$\frac{1}{A_x A_y} \sum_{\mathbf{m}} G_{\alpha\alpha}^0(z_0, z_0 | \mathbf{b}_m) = \sum_{\mathbf{n}} D_{\alpha\alpha}^0(z_0, z_0, \rho_{\mathbf{n}}). \quad (25)$$

При наличии границ раздела сред функция Грина имеет вид $\hat{D}^0 = \hat{D}^d + \hat{D}^i$ [14,16], где \hat{D}^d определяет поле точечного диполя в однородной среде, а $\hat{D}^i(z_0)$ учитывает поляризацию границы раздела этим диполем (эффект „сил изображения“). В массиве диполей функции $D_{\alpha\alpha}^d$, входящие в (25), определяют поле E_{α}^d , действующее на выделенный диполь со стороны других диполей, а $\hat{D}_{\alpha\alpha}^i$ дают поле E_{α}^i , создаваемое диполями изображения. Приведем результаты для слоя диполей с поляризацией (4), находящегося в плоскости $z = z_0$ на расстоянии $|z_0|$ от границы $z = 0$ среды с проницаемостью ε_1 . При $A_x, A_y, |z_0| \gtrsim 1/|\mathbf{b}_m| \gg 1/k_0 \gg A_x$ в (3) и (4) вычисляем дипольные решеточные суммы в квазистатическом приближении [6,16], пренебрегая электромагнитным запаздыванием ($c \rightarrow \infty$ и $\sqrt{\varepsilon_n k_0^2 - \mathbf{b}_m^2} \approx i|\mathbf{b}_m|$). Вклады диполей слоя в полное поле $E_{\alpha} = E_{\alpha}^0 + E_{\alpha}^d + E_{\alpha}^i$, действующее на выделенный диполь, выразим в виде

$$\{E_{\alpha}^d, E_{\alpha}^i\} = \frac{1}{\varepsilon_1 A_{\alpha}^3} \left\{ S_{\alpha}^d, \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} S_{\alpha}^i(z_0) \right\} \chi^{(\alpha)} E_{\alpha}, \quad (26)$$

где S_{α}^d и $S_{\alpha}^i(z_0)$ — решеточные суммы. Используя (26), выразим поле E_{α} через E_{α}^0 и сравним определения диполя $p_{\alpha} = \chi^{(\alpha)} E_{\alpha} = \tilde{\chi}^{(\alpha)} E_{\alpha}^0$. В результате для компонент эффективной поляризуемости диполя в слое получаем самосогласованное решение

$$\tilde{\chi}^{(\alpha)} = \chi^{(\alpha)} \left[1 - \chi^{(\alpha)} \frac{1}{\varepsilon_1 A_{\alpha}^3} \left(S_{\alpha}^d + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} S_{\alpha}^i(z_0) \right) \right]^{-1}. \quad (27)$$

Подчеркнем, что поляризуемость с компонентами (27) является откликом на невозмущенное макроскопическое поле E^0 , определяемое уравнением (6).

Для поля E_{α}^d из (26), создаваемого на узле решетки $\rho_{\mathbf{n}} = 0$ другими диполями слоя, получаем решеточную сумму

$$S_{\alpha}^d = \sum_{n_{\alpha}, n_{\beta} = -\infty}^{\infty} \frac{2n_{\alpha}^2 - n_{\beta}^2 (A_{\beta}/A_{\alpha})^2}{\left[n_{\alpha}^2 + n_{\beta}^2 (A_{\beta}/A_{\alpha})^2 \right]^{5/2}} = 4 \left[\xi(3) - 8\pi^2 \sum_{m_{\alpha}=1}^{\infty} \sum_{m_{\beta}=1}^{\infty} m_{\alpha}^2 K_0 \left(2\pi m_{\alpha} m_{\beta} \frac{A_{\beta}}{A_{\alpha}} \right) \right]. \quad (28)$$

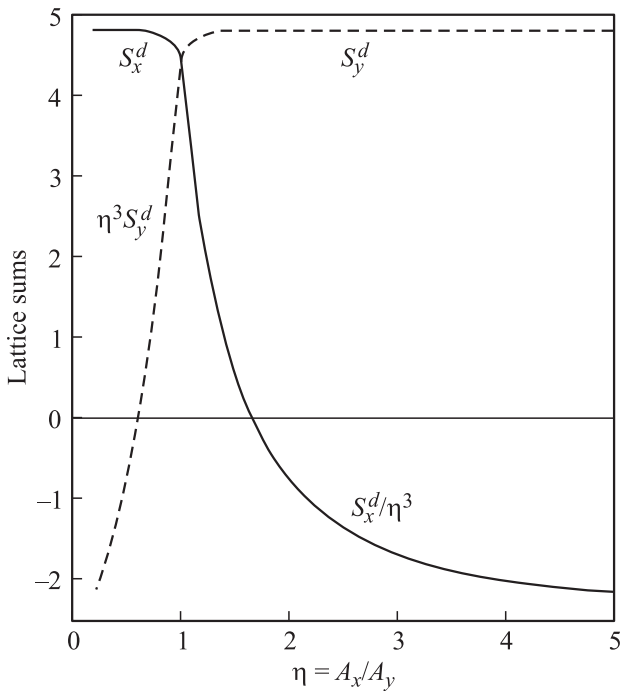


Рис. 3. Суммы S_x^d/η^p (непрерывная линия) и $\eta^p S_y^d$ (штриховая), вычисленные на основе формулы (28) для прямоугольной решетки в зависимости от отношения периодов $\eta = A_x/A_y$. Целочисленные степени p , различные при $\eta < 1$ и $\eta > 1$, указаны в обозначениях кривых.

Здесь α и β — индексы x и y , причем если $\alpha = x$, то $\beta = y$, и наоборот. Первое равенство в (28) с исключенным самодействием (отсутствует член с $n_\alpha = n_\beta = 0$) соответствует суммированию по узлам решетки диполей. Второе равенство в (28) представляет быстро сходящийся ряд, в котором $\zeta(p)$ — дзета-функция Римана, $K_0(z)$ — функция Макдональда. Для примера функции S_α^d , рассчитанные по формуле (28) в зависимости от отношения $\eta = A_x/A_y$ периодов прямоугольной решетки, представлены на рис. 3 в форме $\eta^p S_\alpha^d$ с целочисленными p для удобства.

Для поля, создаваемого в узле $r_n = (z_0, \rho_n)$ решетки ее диполями изображения на границе раздела $z = 0$, получаем

$$S_\alpha^i(z_0) = \sum_{n_\alpha, n_\beta = -\infty}^{\infty} \frac{-2n_\alpha^2 + n_\beta^2(A_\beta/A_\alpha)^2 + (2z_0/A_\alpha)^2}{[n_\alpha^2 + n_\beta^2(A_\beta/A_\alpha)^2 + (2z_0/A_\alpha)^2]^{5/2}}$$

$$= 8\pi^2 \sum_{m_\alpha=1}^{\infty} \sum_{m_\beta=-\infty}^{\infty} \frac{m_\alpha^2}{\sqrt{m_\alpha^2(A_\beta/A_\alpha)^2 + m_\beta^2}}$$

$$\times \exp\left(-4\pi \frac{|z_0|}{A_\beta} \sqrt{m_\alpha^2(A_\beta/A_\alpha)^2 + m_\beta^2}\right), \quad (29)$$

где индексы α и β имеют тот же смысл, что в (28). Отметим, что формулы (28) и (29) обобщают подобные результаты работ [3] для квадратных ($A_\beta = A_\alpha$) и [6] для

прямоугольных решеток. Заметим, что хотя решеточные суммы (28) и (29) можно найти путем численного суммирования по реальной решетке, их вычисление на основе быстроходящихся рядов предпочтительно.

5. Отражение при нормальном падении

Конкретизируем теорию применительно к модели слоя диполей в плоскости $z = z_0 < 0$ вблизи границы раздела сред $z = 0$ (рис. 1), когда в уравнениях (6)–(8) $\epsilon^0 = \epsilon_1 \vartheta(-z) + \epsilon_2 \vartheta(z)$, где $\vartheta(z)$ — единичная ступенчатая функция. В случае падающей волны E^{inc} вида (10) с линейной поляризацией α вклады в поле излучения по нормали с изменением поляризации $\alpha \rightarrow \beta$ даются формулами (21)–(24) с ненулевыми компонентами $\Delta \epsilon_{\beta\alpha}$ и с функциями Грина $G_{\beta\beta}^0(z, z_0|0)$, в которых $\mathbf{b}_m = 0$. При этом поле излучения (19) в асимптотической области $z \rightarrow -\infty$ имеет вид

$$\frac{E_\beta(z|0)}{E_\alpha^{\text{inc}}} = r_{\beta\alpha} \exp(-i\sqrt{\epsilon_1}k_0z), \quad (30)$$

где α и β — индексы x или y . С учетом (19) коэффициент отражения света выражается в виде

$$r_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta}(r^{(0)} + \Delta r_{\alpha\alpha}^{(1)}) + \sum_{s=2}^5 \delta r_{\beta\alpha}^{(s)}. \quad (31)$$

Эта формула включает коэффициент отражения по нормали к поверхности $z = 0$

$$r^{(0)} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} = t^{(0)} - 1 \quad (32)$$

в отсутствие возмущения и вклады $\Delta r_{\beta\alpha}^{(s)} = \exp(i\sqrt{\epsilon_1}k_0z)E_\beta^{(s)}(z|0)/E_\alpha^{\text{inc}}$ с $s \geq 1$, обусловленные возмущением. Последние равны

$$\Delta r_{\alpha\alpha}^{(1)} = \frac{2\pi i k_0}{\sqrt{\epsilon_1}} (e^{i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0} + r^{(0)}e^{-i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0})^2 \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}}{A_x A_y}, \quad (33)$$

$$\Delta r_{\beta\alpha}^{(2)} = \frac{i k_0}{2\sqrt{\epsilon_1}} (t^{(0)})^2 J_{\beta\alpha}(0), \quad (34)$$

$$\Delta r_{\beta\alpha}^{(3)} = -\frac{\pi k_0^2}{\epsilon_1} (t^{(0)})^2 J_{\beta\alpha}(0) (1 + r^{(0)}e^{-2i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0}) \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}}{A_x A_y}, \quad (35)$$

$$\Delta r_{\beta\alpha}^{(4)} = -\frac{\pi k_0}{\epsilon_1} (t^{(0)})^2 \frac{\tilde{\chi}^{(\beta)}}{A_x A_y} (1 + r^{(0)}e^{-2i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0}) J_{\beta\alpha}(0), \quad (36)$$

$$\Delta r_{\beta\alpha}^{(5)} = \frac{i k_0}{2\sqrt{\epsilon_1}} (e^{i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0} + r^{(0)}e^{-i\sqrt{\epsilon_1}k_0z_0})^2 \frac{\tilde{\chi}^{(\beta)}}{A_x A_y}$$

$$\times \left[\sum_{\mathbf{m}} \sum_{\mu, \nu} G_{\beta\mu}^0(z_0, *|\mathbf{b}_m) J_{\mu\nu}(\mathbf{b}_m) G_{\nu\alpha}^0(*, z_0|\mathbf{b}_m) \right] \frac{\tilde{\chi}^{(\alpha)}}{A_x A_y}. \quad (37)$$

В формулах (34)–(37)

$$J_{\mu\nu}(\boldsymbol{\kappa}) = \int_{z>0} dz \Delta\varepsilon_{\mu\nu}(z) \exp(2i\sqrt{\varepsilon_2 k_0^2 - \boldsymbol{\kappa}^2} z), \quad (38)$$

$$G_{\mu\nu}^0(z, z'|\boldsymbol{\kappa}) = G_{\mu\nu}^0(z, *|\boldsymbol{\kappa}) \exp\left[i\sqrt{\varepsilon_2 k_0^2 - \boldsymbol{\kappa}^2} z'\right] \\ = \exp\left[i\sqrt{\varepsilon_2 k_0^2 - \boldsymbol{\kappa}^2} z'\right] G_{\mu\nu}^0(*, z'|\boldsymbol{\kappa}) \quad (39)$$

в случае двухслойной среды. Анизотропный ближне-полевой вклад в (37), определяемый суммой членов с $\mathbf{m} \neq 0$, учитывает в качестве промежуточных состояний затухающие волны, для которых $|\mathbf{b}_m| \neq 0$ и $\sqrt{\varepsilon_n k_0^2 - \mathbf{b}_m^2} \approx i|\mathbf{b}_m|$.

6. Наблюдаемые величины

Вычислим наблюдаемые величины при распространении света по нормали к поверхности образца при наличии возмущения поляризации (4) и (5). Такая ситуация реализуется в спектроскопии полярного магнитооптического эффекта Керра с преобразованием поляризации $x \leftrightarrow y$ вследствие объемного намагничения образца по нормали к его поверхности. Другая возможность связана со спектроскопией анизотропного отражения, которое возникает при выполнении хотя бы одного из условий: $\Delta\varepsilon_{\alpha\alpha} \neq \Delta\varepsilon_{\beta\beta}$ (предполагается, что $\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \Delta\varepsilon_{\alpha\alpha}$), $\chi^{(\alpha)} \neq \chi^{(\beta)}$, $A_x \neq A_y$; при этом линейная поляризация света сохраняется при отражении. Оба метода обычно рассматривают в отсутствие частиц, а мы обсуждаем их при наличии слоя наночастиц с резонансной анизотропной поляризуемостью (27).

1. Полярный магнитооптический эффект Керра. Рассмотрим отражение света от образца с намагниченностью $\mathbf{M} = Mf(z)\mathbf{e}_z$, перпендикулярной его поверхности $z = 0$ и имеющей распределение $f(z) = \vartheta(z)$ по глубине. При этом возмущение (5) имеет ненулевые компоненты $\Delta\varepsilon_{xy} = -\Delta\varepsilon_{yx} = igf(z)$, а выражение (38) дает $J_{yx}(\boldsymbol{\kappa}) = g / (2\sqrt{\varepsilon_2 k_0^2 - \boldsymbol{\kappa}^2})$, где g — магнитооптический параметр. Если падающая волна (10) поляризована по оси x , то выражения (19)–(24) определяют волны с ортогональными поляризациями $E_x = E_x^{(0)} + E_x^{(1)}$ и $E_y = \sum_{s=2}^5 E_y^{(s)}$, которые мы рассматриваем при отражении по нормали, когда полярный магнитооптический эффект Керра максимален.

Важная магнитооптическая характеристика — индуцированное намагниченностью изменение $\Delta R_M \sim M$ коэффициента нормального отражения в волну, плоскость поляризации которой образует угол Ω с плоскостью поляризации падающей волны [17]. Нормируя приведенные выше компоненты E_x и E_y поля излучения на амплитуду \bar{E}_x^{inc} падающей волны (10), находим магнито-

индуцированный вклад в коэффициент отражения

$$\Delta R_M = \text{Re} \left[\left(r^{(0)} + \Delta r_{xx}^{(1)} \right)^* \sum_{s=2}^5 \Delta r_{yx}^{(s)} \right] \sin 2\Omega \quad (40)$$

в линейном по намагниченности приближении. В отсутствие частиц ($\chi^{(\alpha)} = 0$) выражение (40) переходит в следующее

$$\Delta \tilde{R}_M = -\frac{1}{|\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}|^4} \text{Im} \left[g \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} (\varepsilon_1^* - \varepsilon_2^*) \right] \sin 2\Omega. \quad (41)$$

Углы керровского вращения Ψ и эллиптичности Θ определяются отношением $W = E_y/E_x$:

$$\Psi + i\Theta = W, \quad (42)$$

где $|W| \ll 1$. Нормируя компоненты поля E_α , входящие в W , на амплитуду \bar{E}_x^{inc} , в терминах (32)–(37) получаем

$$W = \frac{1}{r^{(0)} + \Delta r_{xx}^{(1)}} \sum_{s=2}^5 \Delta r_{yx}^{(s)}. \quad (43)$$

При отсутствии частиц ($\chi^{(\alpha)} = 0$) из (43) следует выражение $\tilde{W} = \Delta r_{yx}^{(2)}/r^{(0)}$, которое после подстановки в (42) с учетом (32) и (34) дает величины

$$\tilde{\Psi} + i\tilde{\Theta} = ig \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}, \quad (44)$$

относящиеся к полубесконечному магнетику (ср. с [18]).

Результаты численного расчета магнитоиндуцированного вклада в коэффициент отражения (40) при наличии слоя эллипсоидальных серебряных частиц вблизи поверхности кобальта представлены на рис. 4 в сравнении со случаем (41), когда частиц нет. При вычислении использованы диэлектрические проницаемости ε из [19] для Ag и ε_2 из [20] для Co, а также функция g из [21] для Co. Рассчитанный по формуле (40) спектр ΔR_M соответствует отражению в плоскости поляризации, образующей угол $\Omega = 45^\circ$ с поляризацией падающей волны. На рис. 4 представлены также спектры $\text{Im} \tilde{\chi}^{(y)}$ и $\text{Im} \tilde{\chi}^{(x)}$ (кривые 3 и 4), вычисленные для компонент эффективной поляризуемости (27) диполей в слое эллипсоидальных частиц Ag у поверхности Co. Величины $\text{Im} \tilde{\chi}^{(y)}$ и $\text{Im} \tilde{\chi}^{(x)}$, определяющие спектр поглощения света плазмонами, показывают наличие зависящих от поляризации плазменных резонансов около 3 eV. Согласно выражениям (40) и (32)–(36), эти резонансы проявляются в спектре ΔR_M через зависящие от $\tilde{\chi}^{(x)}$ и $\tilde{\chi}^{(y)}$ вклады в поля E_x и E_y . Учитывая величину и знак ΔR_M в области плазменных резонансов, из рис. 4 делаем вывод, что коэффициент отражения $|r^{(0)}|^2 \pm \Delta R_M$ в плоскости поляризации с $\Omega = 45^\circ$ увеличивается при возбуждении плазмонов (кривая 1) по сравнению со случаем, когда плазмонов нет (кривая 2). Предсказываемое истинное усиление интенсивности магнитооптического эффекта Керра в поле плазмонов аналогично

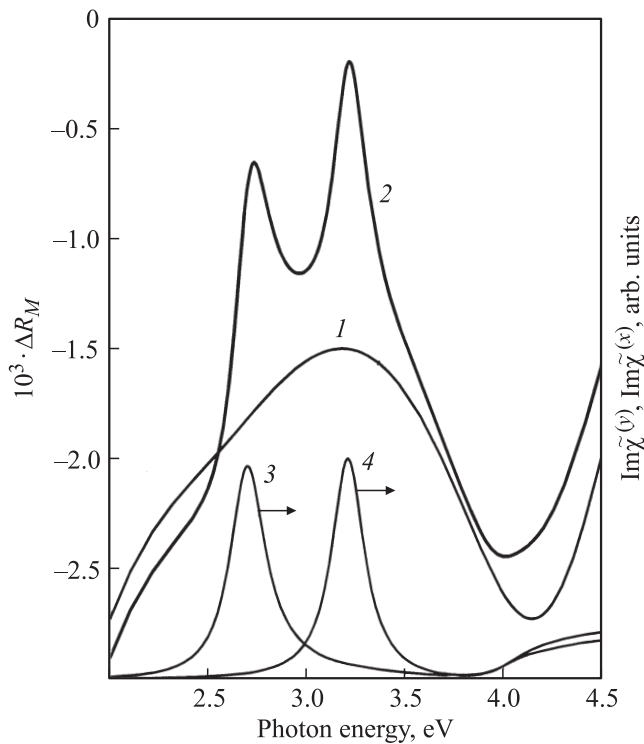


Рис. 4. Магнитоиндуцированный вклад ΔR_M в коэффициент нормального отражения света в плоскости поляризации, составляющей угол $\Omega = 45^\circ$ с плоскостью падения. Расчет относится к полярному магнитооптическому эффекту Керра для Co при отсутствии частиц (кривая 1) и при наличии приповерхностного слоя сферидальных частиц Ag с квадратной решеткой (кривая 2). Кривые 3 и 4 — спектры $\text{Im}\tilde{\chi}^{(y)}$ и $\text{Im}\tilde{\chi}^{(x)}$ соответственно. Вычислено с функциями ϵ для Ag из [19], ϵ_2 для Co из [20] и g для Co из [21]. Геометрические параметры модели (nm): $a = 4$, $b = 5$, $A_x = A_y = 12$, $z_0 = -5$.

наблюдавшемуся в [22] усилению магнитооптических эффектов Керра поверхностными плазмонными поляритонами.

На рис. 5 показаны спектры углов керровского вращения Ψ и эллиптичности Θ , рассчитанные для той же модели по формулам (42) и (44). Отсутствию частиц соответствуют кривые 1 на рис. 5, *a* и *b*, а наличие плазмонов — кривые 2. Видно, что в последнем случае спектры углов Ψ и Θ существенно меняются по форме и величине в области плазменных колебаний, резонансно возбуждаемых в эллипсоидальных частицах Ag. В этих спектральных областях керровское вращение существенно уменьшается (рис. 5, *a*), а эллиптичность увеличивается (рис. 5, *b*).

2. Анизотропное отражение. Методом спектроскопии анизотропного отражения света [10] исследуется зависимость от энергии фотонов сигнала анизотропии

$$\frac{\Delta R}{R} = 2 \frac{R_y - R_x}{R_y + R_x}. \quad (45)$$

Здесь $R_\alpha = |r^{(0)} + \Delta r_{\alpha\alpha}|^2$ — коэффициент отражения света с поляризацией по оси α , вычисленный на основе формулы (31) при $\Delta\epsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\Delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ в выражении (5), т. е.

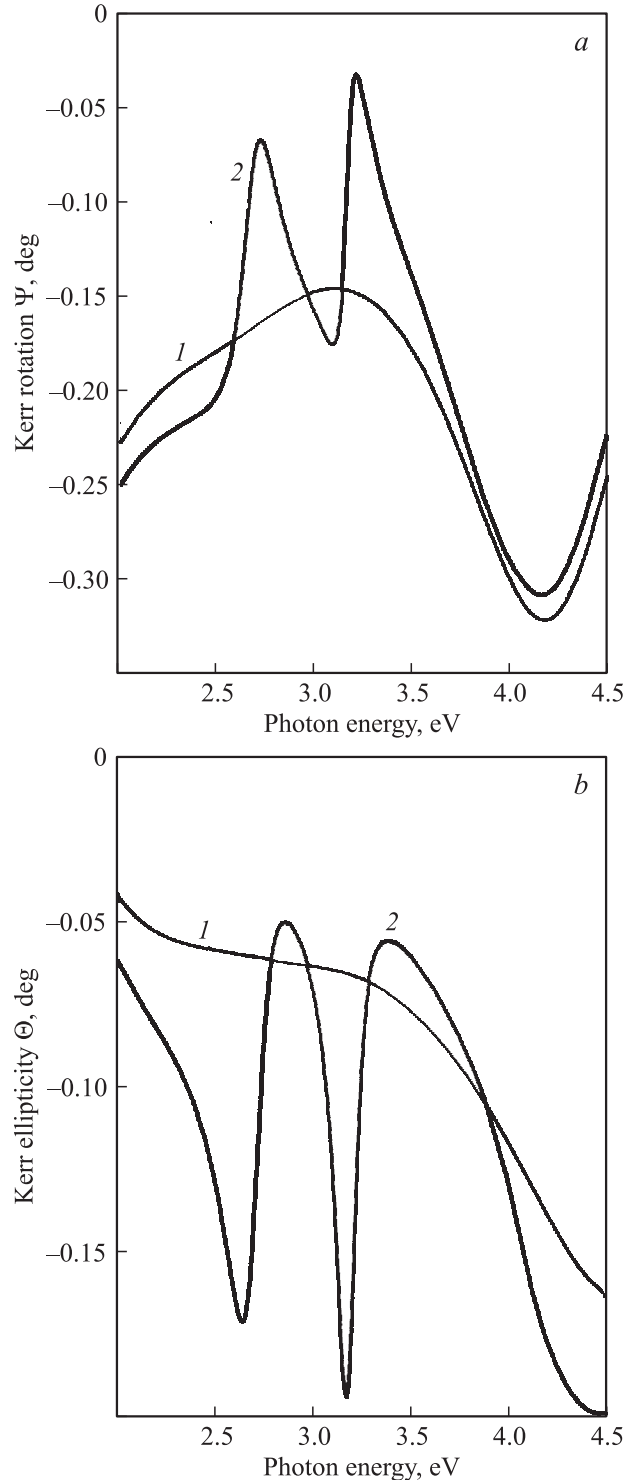


Рис. 5. Спектры углов вращения Ψ (*a*) и эллиптичности Θ (*b*) в полярном магнитооптическом эффекте Керра при отражении по нормали к поверхности Co с квадратной решеткой сферидальных частиц Ag вблизи нее. Величины Ψ и Θ при отсутствии и наличии частиц показаны кривыми 1 и 2 соответственно. Параметры модели те же, что на рис. 4.

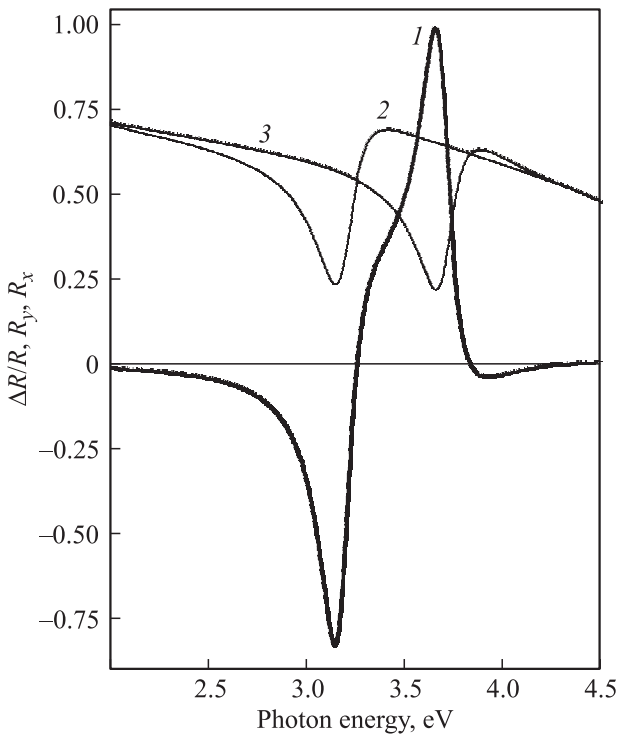


Рис. 6. Спектры анизотропного отражения $\Delta R/R$ (1) и поляризованного нормального отражения R_y (2) и R_x (3) от квадратной решетки сфероидальных частиц Ag, расположенных вблизи поверхности Si. Вычислено с функциями ϵ для Ag из [19] и ϵ_2 для Si из [23]. Геометрические параметры модели те же, что на рис. 4.

$J_{\beta\alpha} \equiv \delta_{\beta\alpha} J_{\alpha\alpha}$ в осях x и y , выбранных в высокосимметричных направлениях кристалла. В пренебрежении анизотропией объема (при $J_{\alpha\alpha} = 0$) формулы (31), (45) с учетом (32) и (33) дают сигнал анизотропного отражения $\Delta R/R$ от приповерхностного слоя частиц. При дополнительных условиях $\sqrt{\epsilon_1} k_0 |z_0| \ll 1$ и $|\Delta r_{\alpha\alpha}^{(1)}| \ll |r_{\alpha\alpha}^{(0)}|$ выражение (45) в терминах эффективных поляризуемостей (27) дает

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{8\pi\sqrt{\epsilon_1}k_0}{A_x A_y} \text{Im} \left(\frac{\tilde{\chi}^{(y)} - \tilde{\chi}^{(x)}}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \right). \quad (46)$$

На рис. 6 показан спектр величины (45) при наличии сфероидальных серебряных частиц, образующих плотный ($a \sim b \sim A_x \sim A_y$) слой у поверхности кремния. В приближении оптически изотропной кристаллической подложки спектр $\Delta R/R$ имеет резонансные особенности, обусловленные поляризационно-зависимыми поверхностными плазмонами частиц. Это следует из сравнения $\Delta R/R$ (кривая 1 на рис. 6) с резонансными спектрами поляризованного отражения R_y и R_x (кривые 2 и 3), минимумы которых связаны с поглощением света плазмонами (ср. со спектрами 3 и 4 на рис. 4). Из рис. 6 следует также, что масштаб спектра анизотропного отражения $\Delta R/R$, обусловленного плазмонами наночастиц, более чем на два порядка превышает масштаб

объемных спектров анизотропного отражения стандартных полупроводников, составляющий $10^{-3} - 10^{-2}$ [24]. Это, в частности, оправдывает пренебрежение сигналом объемного анизотропного отражения от подложки в случае плотных слоев оптически анизотропных частиц.

7. Заключение

В работе построена теория и исследованы спектроскопические проявления анизотропного эффекта локального поля, обусловленного индуцированными диполями монослоя наночастиц в многослойной диэлектрической среде. Одновременно учитываются два источника внутрислойной оптической анизотропии: 1) анизотропия поляризуемости отдельных частиц и 2) структурная анизотропия слоя, связанная с наличием прямоугольной решетки частиц. В приближении квазиточечных диполей найдены поле излучения и поле затухающих волн, которое определяет эффекты ближнеполевой оптики. Показано, что спектры анизотропного отражения света и магнитооптического эффекта Керра имеют значительные резонансные особенности в тех областях, где возбуждаются плазмоны наночастиц. Характер плазмонного усиления оптических явлений существенно зависит от анизотропии дипольных взаимодействий, что следует из анализа полей деполяризации в двумерной решетке диполей. Показано, что в поле плазмонов полярный магнитооптический эффект Керра испытывает истинное усиление, которое выражается в увеличении коэффициента отражения при возбуждении плазмонов. В области плазменного резонанса анизотропного слоя частиц сигнал анизотропного отражения может превысить на один-два порядка величину объемного сигнала анизотропии, характерную для полупроводников. Можно ожидать, что результаты работы будут качественно верны и для неупорядоченных слоев наночастиц, макроскопически анизотропных и однородных в среднем, так как дальнедействующее взаимодействие дипольных плазмонов должно слабо зависеть от структурных особенностей таких систем.

Список литературы

- [1] В.М. Агранович, М.Д. Галанин. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах. Наука, М. (1978). 383 с.
- [2] Н. Бломберген. Нелинейная оптика. Мир, М. (1966). 424 с.
- [3] A. Bagchi, R.G. Barrera, R. Fuchs. Phys. Rev. B **25**, 7086 (1982).
- [4] B.S. Mendoza, R.A. Vazquez-Nava. Phys. Rev. B **72**, 035 411 (2005).
- [5] W.L. Mochan, R.G. Barrera. Phys. Rev. Lett. **55**, 1192 (1985).
- [6] В.Л. Берковиц, А.Б. Гордеева, В.А. Кособукин. ФТТ **43**, 985 (2001).
- [7] B.N.J. Persson, A. Liebsch. Phys. Rev. B **28**, 4247 (1983).
- [8] В.А. Кособукин, Б.Б. Кричевцов. ФТТ **52**, 759 (2010).
- [9] W. Cai, V.M. Shalaev. Optical Metamaterials. Springer (2010). 200 p.

- [10] P. Weightman, D.S. Martin, R.J. Cole, T. Farrell. *Rep. Prog. Phys.* **68**, 1251 (2005).
- [11] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред*. М. (1982). 620 с.
- [12] F.L. Galeener, G. Lucovsky. *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1474 (1976); M.C. Payne, J.C. Inkson. *J. Non-Cryst. Solids* **68**, 351 (1984).
- [13] А.Г. Банщиков, В.Е. Корсуков, В.А. Кособукин. *ФТТ* **19**, 3322 (1977).
- [14] В.А. Кособукин. *Метод функций Грина в теории ближнеполевой оптики и сканирующей магнитооптической микроскопии*. Препринт ФТИ № 1724. СПб. (1999). 64 с.
- [15] V.A. Kosobukin. *Surf. Sci.* **406**, 32 (1998).
- [16] В.А. Кособукин. *ФТТ* **36**, 3015 (1994).
- [17] V.A. Kosobukin. *J. Magn. Magn. Mater.* **153**, 397 (1995).
- [18] V. Antonov, B. Harmon, A. Yareshko. *Electronic Structure and Magneto-Optical Properties of Solids*. Kluwer, Dordrecht (2004). 528 p.
- [19] P.B. Johnson, R.W. Christy. *Phys. Rev. B* **6**, 4370 (1972).
- [20] P.B. Johnson, R.W. Christy. *Phys. Rev. B* **9**, 5056 (1974).
- [21] Г.С. Криничик, В.А. Артемьев. *ЖЭТФ* **53**, 1901 (1967); M.B. Stearns. In: *Landolt-Börnstein — Group III Condensed Matter Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*. (1986). V. 19a. P. 113.
- [22] C. Hermann, V.A. Kosobukin, G. Lampel, V.I. Safarov, J. Peretti, C. Bertrand. *Phys. Rev. B* **64**, 235422 (2001).
- [23] H.R. Philipp, E.A. Taft. *Phys. Rev.* **120**, 37 (1960).
- [24] L.F. Lastras-Martinez, R.E. Balderas-Navarro, R. Castro-Garcia, R. Herrera-Jasso, M. Chavira-Rodriguez, A. Lastras-Martinez. *Ann. Phys. (Berlin)* **523**, 121 (2011).