

09

## Zitterbewegung в тонких пленках топологических изоляторов в присутствии терагерцевого импульса

© М.Б. Белоненко<sup>1,2</sup>, Н.Н. Янюшкина<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Волгоградский институт бизнеса,  
Волгоград, Россия

<sup>2</sup> Entropique Inc.,  
London, Canada

<sup>3</sup> Волгоградский государственный университет,  
Волгоград, Россия

E-mail: mbelonenko@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 19 марта 2012 г.  
В окончательной редакции 2 мая 2012 г.)

Рассмотрен эффект Zitterbewegung (дрожание) в тонких пленках топологических изоляторов в присутствии терагерцевого импульса накачки. Получено аналитическое выражение для плотности тока, которое описывает ток, вызванный движением волнового пакета электронов. Электронная подсистема рассматривалась в длинноволновом приближении, а электромагнитное поле описывалось классически в приближении заданной накачки. Произведен численный анализ полученных результатов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 11-02-97054-р\_поволжье\_a).

### 1. Введение

Эффект Zitterbewegung (ZB) с момента его открытия [1,2] привлекает внимание исследователей как одно из наиболее красивых явлений в релятивистской квантовой физике. Если сначала ZB рассматривался как недостаток теории Дирака, связанный с тем, что проекция скорости электрона может принимать значения только  $\pm c$  ( $c$  — скорость света), то в дальнейшем, после открытия графена [3,4], который описывается в длинноволновом приближении уравнением Дирака, вопрос о наблюдении ZB перешел в прикладную плоскость. В настоящее время считается, что ZB может наблюдаться в любой системе, в описании которой оператор скорости не коммутирует с гамильтонианом [5] (графен, топологические изоляторы, куперовские пары, тяжелые дырки в квантовых стенках). При этом всегда следует принимать во внимание, что природа ZB в вакууме (классическая работа Шредингера) и в твердых телах совершенно различна, хотя с математической точки зрения все это укладывается в то обстоятельство, что оператор скорости не коммутирует с оператором энергии. Возникновение ZB в твердых телах не связано с рождением виртуальных пар частица–античастица, а объясняется, скорее, зависимостью скорости частицы от „внутренних“ степеней свободы (например, от спина, как в случае топологических изоляторов). Вместе с тем существующее на данный момент описание ZB не включает в себя учет действия на электрон внешнего переменного поля, что может оказаться важным, например, при рассмотрении холловской проводимости в баллистическом режиме. Настоящая работа посвящена теории эффекта ZB в переменном электрическом поле.

### 2. Основные уравнения

Гамильтониан тонкой пленки топологического изолятора в присутствии переменного электрического поля с вектором напряженности  $E(t)$ , направленным вдоль оси  $x$ , есть [6]

$$H = (p_x^2 + p_y^2)/2m + v(p_x\sigma_y - p_y\sigma_x) + qE(t)x, \quad (1)$$

где  $p_x, p_y$  — компоненты импульса электрона,  $m$  — эффективная масса электрона,  $\sigma_x, \sigma_y$  — спиновые матрицы,  $v$  — скорость Ферми,  $q$  — заряд. Типичные значения параметров гамильтониана (для  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ) следующие [6]:  $m \sim 35 \text{ eV}^{-1} \cdot \text{\AA}^{-2}$ ,  $v \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{\AA}$  (мы используем систему единиц, в которой  $\hbar = 1$ ).

Записывая уравнения движения [7]

$$\begin{aligned} i\dot{x} &= [\hat{H}, \hat{x}], \\ i\dot{p}_x &= [\hat{H}, \hat{p}_x], \\ i\dot{\sigma}_j &= [\hat{H}, \hat{\sigma}_j], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\hat{\sigma}_j$  — матрицы Паули ( $j = x, y, z$ ), легко получить, что

$$\begin{aligned} i\dot{x} &= -2i\mu\hbar\hat{p}_x - i v\hbar\hat{\sigma}_y, \\ i\dot{p}_x &= i\hbar qE. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнений (3) следует

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -i\hbar \int (2\mu p_x(t) + v\sigma_y(t)) dt, \\ \hat{p}_x &= \hat{p}_{x0} + \frac{q\hbar}{c} A(t), \\ \hat{p}_y &= \hat{p}_{y0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $E = -\partial A/c\partial t$ , а  $\hat{p}_x, \hat{p}_{y0}$  — операторы в момент времени  $t = 0$ .

В свою очередь из уравнений движения на спиновые матрицы получим, что

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_x &= -2v\hat{p}_x\hat{\sigma}_z, \\ \hat{\sigma}_y &= -2v\hat{p}_y\hat{\sigma}_z, \\ \hat{\sigma}_z &= -2v\hat{p}_y\hat{\sigma}_y + 2v\hat{p}_x\hat{\sigma}_x. \end{aligned} \tag{5}$$

Систему уравнений (5) для операторов спиновых матриц будем решать в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) [8], полагая, что  $|\frac{1}{E} \frac{dE(t)}{dt}| \ll \omega_0$ , где  $\omega_0$  в отсутствие внешнего поля определяется как

$$\omega_0^2 = v^2(p_{x0}^2 + p_{y0}^2),$$

причем  $p_{x0}, p_{y0}$  — значения импульса электрона в начальный момент времени. Поскольку в начальный момент времени присутствует не состояние с определенным значением импульса, а волновой пакет, в котором импульс изменяется непрерывным образом, для определения частоты  $\omega_0$  можно взять минимальные значения импульса в пакете. Проведенные оценки показывают, что величина  $\omega_0$  имеет порядок  $10^{13} - 5 \cdot 10^{14}$  Hz; таким образом, предлагаемый подход можно использовать вплоть до оптического диапазона внешнего электромагнитного поля. Решение уравнений (5) в ВКБ приближении можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_x(t) &= \frac{\hat{\sigma}_{x0}}{p_x^2(t) + p_y^2} (p_x^2(t) \cos(\omega t) - p_y^2) - \hat{\sigma}_{y0} \frac{p_x(t)p_y}{p_x^2(t) + p_y^2} \\ &\times (\cos(\omega t) - 1) + \hat{\sigma}_{z0} \frac{4v^2 p_y^2 - \omega^2}{2vp_x\omega} \sin(\omega t), \\ \hat{\sigma}_y(t) &= \hat{\sigma}_{x0} \frac{p_x(t)p_y}{p_x^2(t) + p_y^2} (\cos(\omega t) - 1) + \hat{\sigma}_{y0} \frac{p_x^2(t)}{p_x^2(t) + p_y^2} \\ &+ \frac{p_y^2}{p_x^2(t) + p_y^2} \cos(\omega t) + \hat{\sigma}_{z0} \frac{2vp_y}{\omega} \sin(\omega t), \\ \hat{\sigma}_z(t) &= \hat{\sigma}_{x0} \left( \frac{p_x(t)p_y}{p_x^2(t) + p_y^2} \frac{\omega}{2vp_y} \right) + \hat{\sigma}_{y0} \left( \frac{p_y^2}{p_x^2(t) + p_y^2} \frac{\omega}{2vp_y} \right) \\ &+ \hat{\sigma}_{z0} \cos(\omega t). \end{aligned} \tag{6}$$

В этом случае оператор скорости (который пропорционален оператору тока) записывается как

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \hat{I}(-2\mu\hbar p_x(t)) + \begin{pmatrix} 0 & f(t) \\ f(t) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -ig(t) \\ ig(t) & 0 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} h(t) & 0 \\ 0 & -h(t) \end{pmatrix}, \\ f(t) &= \frac{p_x(t)p_y}{p_x^2(t) + p_y^2} (\cos(\omega t) - 1), \\ g(t) &= \frac{p_x^2(t)}{p_x^2(t) + p_y^2} + \frac{p_y^2}{p_x^2(t) + p_y^2} \cos(\omega t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(t) &= -\frac{2vp_y}{\omega} \sin(\omega t), \\ \omega &= v(p_x^2(t) + p_y^2)^{1/2}, \quad p_x(t) = p_x + \frac{q\hbar}{c} A(t). \end{aligned} \tag{7}$$

Далее усредним выражение для оператора скорости (тока) по начальной волновой функции в импульсном представлении

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{p}, 0) &= C \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \exp(-(p_x - p_{x0})^2 / \delta p_x^2) \\ &\times \exp(-(p_y - p_{y0})^2 / \delta p_y^2). \end{aligned} \tag{8}$$

В (8), как и обычно,  $\delta p_x$  и  $\delta p_y$  связаны с размерами области локализации электрона в координатном представлении посредством соотношений неопределенности Гейзенберга. Тогда получаем для среднего значения оператора тока

$$\begin{aligned} \bar{j}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(\mathbf{p}, 0) \hat{x}(t) \Psi(\mathbf{p}, 0) dp_x dp_y \\ &= |C|^2 \int_{-\Delta_x}^{\Delta_x} \int_{-\Delta_y}^{\Delta_y} \exp\left(-\frac{(p_x - p_{x0})^2}{\delta p_x^2} - \frac{(p_y - p_{y0})^2}{\delta p_y^2}\right) \\ &\times \left\{ -\mu\hbar p_x(t) + \frac{v\hbar}{2} (\cos(\omega t) - 1) \frac{p_x(t)p_y}{p_x^2(t) + p_y^2} \right\} dp_x dp_y \end{aligned} \tag{9}$$

и среднего значения оператора координаты

$$\bar{x}(t) = \int_0^t \bar{j}(t) dt. \tag{10}$$

### 3. Результаты и обсуждение

Эволюция среднего значения оператора тока в отсутствие внешнего электрического поля представлена на рис. 1.

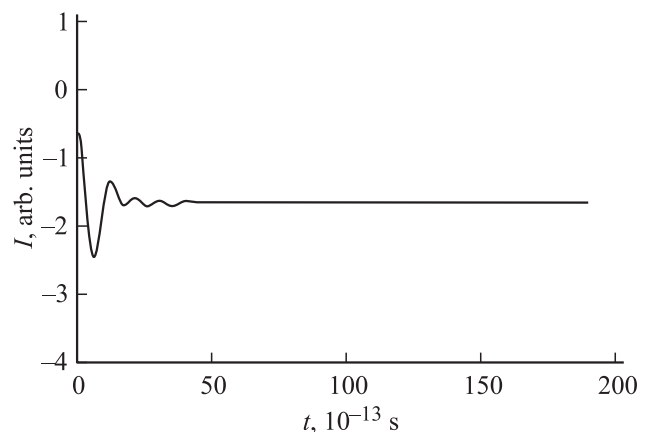
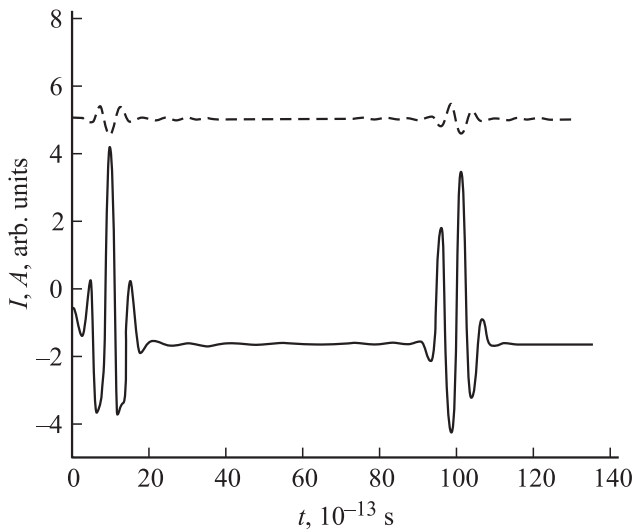
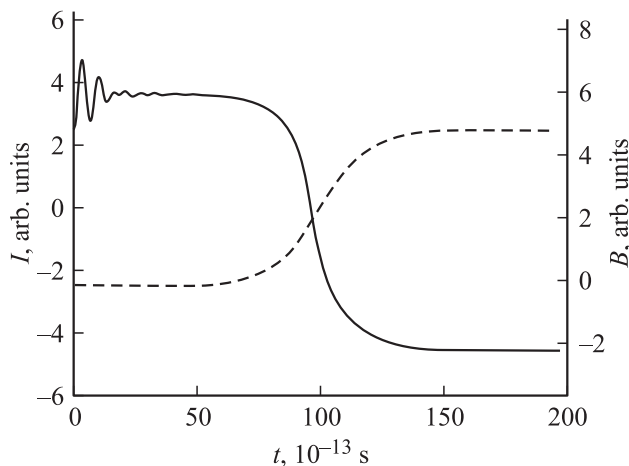


Рис. 1. Зависимость тока от времени в отсутствие электрического поля.



**Рис. 2.** Зависимость тока от времени в присутствии электрического поля. Сплошная линия соответствует величине тока, штриховая — величине импульса электрического поля (для наглядности смещена вверх на четыре единицы).



**Рис. 3.** Зависимость тока от времени в присутствии импульса электрического поля ненулевой „площади“. Сплошная линия соответствует величине тока, штриховая — импульсу электрического поля.

Из приведенной зависимости видно, что в тонкой пленке топологического изолятора имеет место эффект ZB, что было, в частности, показано в работе [9].

Зададим переменное электрическое поле в виде предельно короткого импульса нулевой „площади“

$$A(t) = Q \sin(\omega t) \exp(t - t_0)^2 / \Delta t^2, \quad (11)$$

где  $Q$  — амплитуда электрического поля,  $t_0$  — начальный момент времени,  $\Delta t$  — характерная длительность импульса.

Временная эволюция электрического тока в случае, когда на топологический изолятор действует внешнее электрическое поле, представлена на рис. 2.

Выберем теперь переменное электрическое поле в виде предельно короткого импульса ненулевой „площади“

$$B(t) = Q \tanh(t - t_0) / \Delta t. \quad (12)$$

Временная эволюция электрического тока в этом случае показана на рис. 3.

Из рассмотрения полученной зависимости следует вывод, что при помощи импульса электромагнитного поля ненулевой „площади“ можно управлять движением волнового электронного пакета, изменяя не только величину средней скорости движения, но и ее знак. Это может найти применение в спинтронике и электрооптических устройствах. Отметим, что рассмотренный выше эффект относится к динамике волнового пакета одного электрона. Таким образом, показана принципиальная возможность управления волновыми пакетами отдельных электронов при помощи оптических импульсов. Все это может найти применение как в оптике, так и в устройствах сопряжения оптических линий связи с электронными компонентами.

## Список литературы

- [1] W. Zawadzki. Optical properties of solids. Gordon and Breach, N.Y. (1970). P. 179.
- [2] W. Zawadzki. In: High magnetic fields in the physics of semiconductors II. World Scientific, Singapore (1997). P. 755.
- [3] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. Science **306**, 666 (2004).
- [4] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. Nature **438**, 197 (2005).
- [5] W. Zaczadzki, T. Rusin. Phys. Lett. A **374**, 34, 3533 (2010).
- [6] S. Basak, H. Lin, L.A. Wray, S.-Y. Xu, L. Fu, M.Z. Hasan, A. Bansil. Energy **84**, 4 (2011).
- [7] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика (нерелятивистская теория). Физматлит, М. (2001). 808 с.
- [8] В.Л. Покровский. Квазиклассическое приближение. Сов. энциклопедия, М. (1990). Т. 2. 255 с.
- [9] L.K. Shi, K. Chang. arXiv:1109.4771v4 (2011).