# 08

# Влияние внешней деформации на поляризацию горячей фотолюминесценции акцептор—зона проводимости в кубических полупроводниках

### © И.В. Крайнов, Н.С. Аверкиев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия E-mail: igor.kraynov@mail.ru

# (Поступила в Редакцию 14 мая 2012 г.)

Одноосная деформация, изменяя волновые функции и энергии подуровней акцепторов, приводит к существенному изменению поляризации горячей фотолюминесценции в полупроводниках. Рассчитаны поляризационные характеристики фотолюминесценции, обусловленной рекомбинацией горячих и термализованных электронов с дырками, связанными на мелких акцепторах, при одновременном воздействии внешнего магнитного поля и одноосной деформации. Показано, что сравнение результатов теории с экспериментами позволит уточнить ряд параметров примесей в кристаллах.

Работа частично поддержана проектами РФФИ, Министерством образования и науки РФ: договором 11.G34.0001 с СПбГПУ и ведущим ученым Г.Г. Павловым, контрактом № 14.740.11.0892 и грантом Президента РФ НШ-5442.2012.2.

# 1. Введение

Экспериментальное и теоретическое изучение процессов излучательной рекомбинации электронов и дырок является одним из наиболее эффективных способов определения параметров полупроводниковых структур. Анализ поляризации фотолюминесценции в присутствии внешних полей позволяет определить величины g-факторов, времена спиновой и энергетической релаксации, оценить величины случайных электрических полей, действующих на носители заряда. Обычно изучают циркулярную поляризацию излучения во внешних магнитных полях в геометрии Фарадея и линейную поляризацию в присутствии внешней деформации или электрического поля. В настоящей работе рассмотрена другая ситуация, когда в геометрии Фарадея изучается степень круговой поляризации при приложении внешней одноосной деформации вдоль оси [110]. Магнитное поле приложено перпендикулярно оси нагрузки вдоль оси [001]. Особенность такой геометрии состоит в том, что направление [110] представляет собой направление естественного скола кубических кристаллов III-V групп. Такая геометрия может быть легко реализована для полупроводниковых гетероструктур, выращенных вдоль оси [001]. Однако для кубических кристаллов одноосная нагрузка вдоль [110] вызывает двухосные внутренние деформации и поэтому обычно не рассматривается теоретически. В настоящей работе теоретически изучено воздействие такой внешней деформации на спин дырок, локализованных на мелких акцепторах в объемных образцах или эпитаксиальных пленках полупроводников типа арсенида галлия, во внешнем магнитном поле. Определить изменение спина дырок можно по изменению степени циркулярной поляризации фотолюминесценции во внешних полях. В работе рассчитаны поляризационные характеристики как для горячей фотолюминесценции, так и при рекомбинации с полностью термализованными электронами в условиях оптической ориентации спинов электронов или их выстраивания. Использовались правила отбора для горячей фотолюминесценции, найденные в работе [1], учитывающие отличие от нуля вектора квазиимпульса у электрона в зоне проводимости. Рассмотрены также условия, в которых внешняя деформация разворачивает спин дырки относительно направления внешнего магнитного поля, не изменяя абсолютную величину спина. Исследована зависимость поляризации излучения от энергии связи дырки на примеси. Развитая теория может быть применена для анализа экспериментальных данных по низкотемпературной фотолюминесценции сильнолегированных образцов GaMnAs [2-5].

# 2. Теория

Дырка, локализованная на мелком центре, имеет большой радиус волновой функции по сравнению с радиусом элементарной ячейки. Такие дефекты можно описывать либо в модели кулоновского центра, либо в модели потенциала нулевого радиуса. В последнем случае энергия связи рассматривается как параметр, но волновые функции могут быть представлены аналитически. Модель потенциала нулевого радиуса хорошо описывает поведение волновой функции на расстояниях, бо́льших, чем характерный радиус локализации. Длина волны света в полупроводниках существенно превосходит характерный размер волновой функции. Это означает, что для анализа оптических переходов детали поведения волновой функции вблизи дефекта несущественны. В рамках модели потенциала нулевого радиуса удается получить аналитические выражения для матричных элементов оптических переходов. В связи с этим для теоретического анализа поляризационных свойств излучения далее использована именно эта модель для основного состояния акцептора в кубическом полупроводнике. Волновая функция основного состояния в кристалле в отсутствие внешних полей преобразуется по неприводимому представлению  $\Gamma_8$ . Для простоты далее использовано сферическое приближение, в рамках которого основное состояние будет характеризоваться полным моментом дырки *F*, равным 3/2. Эта волновая функция имеет вид [6,7]

$$\Psi_{3/2 M_h} = A \sum_{L_h=0,2; m_h; j_h} (-1)^{L_h-3/2+M_h} \begin{pmatrix} L_h & 3/2 & 3/2 \\ m_h & j_h & -M_h \end{pmatrix} \times \chi_{3/2 j_h} R_{L_h}(r) Y_{L_h m_h}(\theta, \varphi),$$
(1)

где  $m_h$  и  $j_h$  — проекции орбитального момента дырки  $L_h$ и спинового момента J = 3/2 соответственно,  $\chi_{3/2 j_h}$  блоховские амплитуды,  $R_{L_h}(r)$  — радиальные компоненты огибающей,  $Y_{L_h m_h}(\theta, \varphi)$  — шаровые функции, A нормировочная константа. Функции  $R_{L_h}(r)$  для кулоновского центра могут быть рассчитаны численно, в рамках модели потенциала нулевого радиуса их выражения приведены в работе [8]. Электрон в зоне проводимости будем описывать волновой функцией, представляющей собой произведение блоховской амплитуды при значении волнового вектора, равном нулю, экспоненциального множителя и спиновой функции:

$$\Psi_{S_z} = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} U(\mathbf{r})_{c,k=0} |S_z\rangle.$$
(2)

Эксперименты по горячей фотолюминесценции обычно выполняются при низких температурах, и тогда дырки заселяют только основной уровень. Будем также считать, что расщепления, обусловленные магнитным полем и деформацией, малы по сравнению с энергией связи. Тогда гамильтониан, описывающий влияние внешнего магнитного поля, параллельного оси [001], и одноосной нагрузки, параллельной оси [110], в базисе функций (1) может быть записан в виде

$$\hat{H}_{B,P} = \begin{pmatrix}
-\delta P + \frac{3}{2}\mu_{0}g_{h}B & 0 & -i\gamma P & 0 \\
0 & \delta P + \frac{1}{2}\mu_{0}g_{h}B & 0 & -i\gamma P \\
i\gamma P & 0 & \delta P - \frac{1}{2}\mu_{0}g_{h}B & 0 \\
0 & i\gamma P & 0 & -\delta P - \frac{3}{2}\mu_{0}g_{h}B
\end{pmatrix},$$
THE
$$(3)$$

 $\delta = rac{b_T}{2(C_{11} - C_{12})}, \quad \gamma = rac{d_T}{4C_{44}}.$ 

Здесь  $b_T$ ,  $d_T$  — константы деформационного потенциала акцептора,  $g_h$  — g-фактор дырки на акцепторе, а  $C_{ij}$  упругие константы. Отметим, что  $b_T$ ,  $d_T$  и  $g_h$  в (3) отличаются от соответствующих параметров для вершины валентной зоны полупроводника, и это отличие зависит от энергии связи дырки на дефекте. Согласно (3), основное состояние под действием деформации расщепляется на два двухкратно вырожденных уровня, вырождение которых снимается за счет магнитного поля. После нахождения волновых функций и изменения энергии вырожденных уровней возмущенной системы можно рассчитать степень циркулярной поляризации фотолюминесценции, вычисляя значение оператора дипольного момента на волновых функциях локализованных дырок и электронов зоны проводимости с учетом термодинамической статистики для заселенности уровней дырки. При этом будем считать, что парамагнитное расщепление уровней электронов в зоне проводимости мало. Для расчета поляризации горячей фотолюминесценции необходимо учесть наличие у электрона спинового момента и орбитального момента количества движения и описывать горячие носители матрицей плотности [9]

$$\hat{\rho}_{SS'} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\alpha}{4} + 2S - \frac{\beta}{2} - \left(\frac{3}{4}\alpha - \frac{3}{2}\beta\right)\cos^2\theta & \frac{3}{2}\beta\cos\theta\sin\theta e^{-i\varphi} \\ \frac{3}{2}\beta\cos\theta\sin\theta e^{-i\varphi} & 1 + \frac{\alpha}{4} - 2S + \frac{\beta}{2} - \left(\frac{3}{4}\alpha + \frac{3}{2}\beta\right)\cos^2\theta \end{pmatrix},$$
(4)

 $\alpha$ , *S*,  $\beta$  — параметры, определяющие соответственно анизотропию импульсного распределения, средний спин и связь между спином и анизотропией. Считается, что возбуждающий луч распространяется по оси *z*, а *θ*,  $\varphi$  — углы между импульсами электронов и осями *z* и *x* соответственно. Параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и *S* для горячей фотолюминесценции зависят от условий возбуждения. Для GaAs при возбуждении электронов из зоны тяжелых дырок неполяризованной накачкой  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 0$ . В случае фотолюминесценции термализованных электронов спиновая матрица поляризации диагональна( $\alpha$ ,  $\beta = 0$ ), но средний спин может быть и отличен от нуля при возбуждении циркулярно поляризованным светом. Результаты вычислений можно представить в следующем виде (см. Приложение):

$$I_{i}(\sigma_{\pm}) = \Sigma_{SS'} \langle i | \mathbf{e}_{\pm} \mathbf{d} | S \mathbf{k} \rangle \rho_{SS'} \langle S' \mathbf{k} | \mathbf{e}_{\pm} \mathbf{d} | i \rangle, \qquad (5)$$

где  $\mathbf{e}_+$  и  $\mathbf{e}_+$  — единичные орты в циркулярном базисе, **d** — оператор дипольного момента,  $I_i(\sigma_-)$  и  $I_i(\sigma_+)$  интенсивности излучения с подуровня *i* с поляризацией по левому и правому кругу,

$$\langle i| = \Sigma_{M_h} D_i^{M_h} \Psi_{3/2M_h}^*;$$
 (6)

 $\langle i |$  — собственные функции гамильтониана (3) (коэффициенты  $D_i^{M_h}$  приведены в Приложении),  $\langle S \mathbf{k} | = | \Psi_{S_z}^*$ . С учетом термодинамического заполнения подуровней дырки выражение для степени циркулярной поляризации  $\rho_{\rm circ}$  можно записать в виде

$$\rho_{\rm circ} = \frac{\sum_{i=0,4} [I_i(\sigma_+) - I_i(\sigma_-)] e^{-E_i/kT}}{\sum_{i=0,4} [I_i(\sigma_+) + I_i(\sigma_-)] e^{-E_i/kT}}.$$
(7)



**Рис. 1.** Зависимость степени циркулярной поляризации холодной фотолюминесценции от внешнего поля. Расчетные параметры: T = 4 K, S = 0,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ . Давление, kbar: I = 0, 2 = 2.5, 3 = 5.



**Рис. 2.** Зависимость степени циркулярной поляризации горячей фотолюминесценции от внешнего поля. Расчетные параметры: T = 4 K, S = 0,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 0$ . Обозначение кривых то же, что на рис. 1.

Степень циркулярной поляризации  $\rho_{circ}$  в зависимости от внешнего магнитного поля и деформации сжатия вдоль оси [110] для GaAs, содержащего акцепторы с энергией около 100 meV, приведена на рис. 1 и 2. Наблюдаемое уменьшение величины насыщения  $\rho_{circ}$ связано со смешиванием волновых функций с проекциями +3/2 и -1/2, а также с проекциями -3/2 и +1/2 за счет деформации, т. е. можно считать, что одноосная деформация приводит к деполяризации полного момента дырок и уменьшает величину насыщения  $\rho_{circ}$ . Отличие горячей фотолюминесценции от холодной проявляется в уменьшении величины насыщения. Это обусловлено тем, что при отличии квазиимпульса от нуля у электрона появляется орбитальный момент, что приводит к дополнительным возможностям изменения полного момента дырки при рекомбинации на единицу.

При изучении относительно больших деформаций  $(\Delta E_P \gg \Delta E_B, kT)$  удобно ввести зависящий от направления деформации  $g_{hp}$ -фактор дырки на акцепторе, определяющий расщепление основного подуровня в магнитном поле [10]. При расчете зависимости  $g_{hp}$ -фактора дырок от деформации необходимо учитывать величину энергии связи носителя на примеси, поскольку от энергии связи зависит радиус локализации волновой функции. Внешняя деформация оказывает меньшее влияние на сильно локализованные дырки, что выражается в уменьшении констант деформационного потенциала при увеличении энергии связи [11]. Зависимость констант деформационного потенциала от энергии связи дырки приведена в работе [11]. Выражение для  $g_{hp}$ -фактора можно представить в виде

$$g_{hp} = \frac{\Delta E}{\mu_0 B},\tag{8}$$

где  $\Delta E$  — энергетическое расщепление двух подуровней магнитным полем. Выражение для  $\rho_{\rm circ}$  при условии  $\Delta E_P \gg \Delta E_B, kT$  в исследуемой геометрии эксперимента имеет вид

$$\rho_{\rm circ} = -\frac{R_2 - 3R_1 - 2}{4 + 3R_1 + R_2} \\ \times \operatorname{th} \left[ \frac{\mu_0 g_h B}{2kT} \left( 1 + \frac{2P\delta}{\sqrt{(\delta P)^2 + (\gamma P)^2}} \right) \right], \qquad (9)$$

$$F_{z}\rangle = \frac{R_{2} - 3R_{1} - 2}{2(2 + R_{1} + R_{2})}$$

$$\times \operatorname{th}\left[\frac{\mu_{0}g_{h}B}{2kT}\left(1 + \frac{2P\delta}{\sqrt{(\delta P)^{2} + (\gamma P)^{2}}}\right)\right], \quad (10)$$

$$R_{1,2} = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^{2}} \mp \frac{\delta}{\gamma}\right)^{2},$$

где знаки минус и плюс отвечают 1 и 2 соответственно, параметры  $R_{1,2}$  не зависят от величины приложенной нагрузки,

$$\frac{\gamma}{\delta} = \frac{d_T(C_{11} - C_{12})}{2b_T C_{44}}, \quad \frac{d_T}{b_T} = \kappa \frac{d}{b},$$
$$\frac{g_{hp}}{g_h} = 1 \pm \frac{2|\delta|}{\sqrt{\delta^2 + \gamma^2}},$$
(11)

где b, d — константы деформационного потенциала дырок для вершины валентной зоны,  $\kappa$  — коэффициент, учитывающий локализацию волновой функциии и энергию ионизации дырки на примеси [11]. Формула (10) показывает среднее значение проекции полного момента дырки с учетом орбитального движения и наличия собственного момента (усреднение проводилось на волновых функциях (6)). Формула (11) определяет



**Рис. 3.** Деформация, соответствующая скручиванию в плоскости (yz). Силы приложены к верхней и нижней грани образца, плоскость (xy).

 $g_{hp}$ -фактор для сжатия и растяжения (плюс и минус соответственно). Простые оценки показывают, что для дырки на акцепторе с энергией связи от  $E_b = 30$  до 100 meV  $g_{hp}/g_h \approx 1.8$  при сжатии. Существенное изменение  $g_{hp}$ -фактора наблюдается при растяжении в той же геометрии эксперимента. Для энергии связи от  $E_b = 30$  до 100 meV  $g_{hp}/g_h \approx 0.16$ . Сравнение рассчитанных зависимостей  $\rho_{\rm circ}$  от величины нагрузки и энергии связи акцептора с экспериментальными данными открывает дополнительные возможности для идентификации примеси.

Рассмотренная деформация приводит к уменьшению среднего спина дырок, выстроенного во внешнем магнитном поле, а при определенных условиях и к изменению направления, но средний спин всегда параллелен внешнему магнитному полю, т.е.  $\langle F_x \rangle = \langle F_y \rangle = 0$ . Однако определенные виды деформации могут приводить к изменению направления спина. Можно показать, что к такому эффекту приводит одноосное сжатие вдоль направления, не перпендикулярного направлению внешнего магнитного поля, например скручивание в плоскости, не перпендикулярной направлению внешнего магнитного поля. Наиболее эффективно изменяется направление спина при сохранении как можно большей абсолютной величины среднего спина за счет скручивания образца в плоскости, содержащей направление внешнего магнитного поля. Для простоты рассмотрим скручивание в плоскости zy и внешнее магнитное поле вдоль оси z, где главные кристаллографические направления сонаправлены с осями координат.

Тогда воздействие внешних полей на основное состояние дырки описывается гамильтонианом

$$\hat{H}_{B,P} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \mu_{0} g_{h} B & -\frac{d\varphi}{2} & 0 & 0\\ -\frac{d\varphi}{2} & \frac{1}{2} \mu_{0} g_{h} B & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \mu_{0} g_{h} B & \frac{d\varphi}{2}\\ 0 & 0 & \frac{d\varphi}{2} & -\frac{3}{2} \mu_{0} g_{h} B \end{pmatrix},$$
(12)

где величина  $\varphi$  определяет угол, на который повернута одна грань при неподвижном основании (рис. 3). Тогда

значения среднего спина дырок определяются следующими выражениями

$$\langle F_x \rangle = 0,$$

$$\langle F_y \rangle = \frac{\sqrt{3}\xi}{1+\xi^2} \operatorname{th}(\mu_0 g_h B/kT) \operatorname{th}(\lambda/kT), \quad (13)$$

$$\langle 2 + \xi^2 \rangle = \frac{1}{4} \left( \frac{\mu_0 g_h B}{2} + \lambda \right) + (1 + \xi^2) = 1 \left( \frac{\mu_0 g_h B}{2} - \lambda \right)$$

$$\langle F_z \rangle = -\frac{(3+\xi^2)\operatorname{sh}(\frac{\mu_0 g_h B + \lambda}{kT}) + (1+e\xi^2)\operatorname{sh}(\frac{\mu_0 g_h B - \lambda}{kT})}{4(1+\xi^2)\operatorname{ch}(\mu_0 g_h B/kT)\operatorname{ch}(\lambda/kT)},$$
(14)

где

$$\xi = rac{\mu_0 g_h B/2 - \sqrt{\left(\mu_0 g_h B/2
ight)^2 + \left(d arphi/2
ight)^2}}{d arphi/2} \ \lambda = \sqrt{\left(\mu_0 g_h B/2
ight)^2 + \left(d arphi/2
ight)^2}.$$

Формулы (13) и (14) показывают среднее значение полного момента дырок на акцепторах с учетом орбитального движения. Из формул следует, что при соблюдении условий  $\Delta E_P \gg \Delta E_B > kT$  предельные значения проекций момента F для GaAs равны  $\langle F_y \rangle \approx 0.86$  и  $\langle F_z \rangle \approx 1$ . Феноменологически указанная деформация соответствует дополнительному магнитному полю, направленному вдоль оси y; в результате средний полный момент дырки ориентируется в эффективном поле, лежащем в плоскости zy.

# 3. Заключение

В работе теоретически рассмотрено воздействие внешней деформации, вызванной нагрузкой вдоль оси [110], на ориентацию и абсолютную величину спина дырок, локализованных на мелких центрах в арсениде галлия, во внешнем магнитном поле, параллельном оси [001]. Показано, что внешняя нагрузка при низких температурах вызывает деполяризацию излучения в геометрии Фарадея. Продемонстрировано, что наибольший эффект воздействия внешней деформации на спин возникает при скручивании в плоскости, содержащей направление магнитного поля. Рассчитана максимальная величина среднего спина в этом случае, когда направления спина и магнитного поля не совпадают.

Авторы выражают благодарность В.Ф. Сапеге и А.М. Монахову за стимулирующие дискуссии.

# Приложение

Далее приведены формулы, необходимые для расчета степени циркулярной поляризации. Для расчета вероятностей переходов, определяемых формулой (5), необходимо вычислить вероятность излучательных переходов электронов зоны проводимости с дырками в основных состояниях  $|\Psi_{3/2\,i'}\rangle$ ,  $|\Psi_{3/2\,i'} > 3/2\,i'$ .

$$I_{ii'} = \sum_{SS'} \langle \Psi_{3/2\,i} | \mathbf{e} \pm \mathbf{d} | s \mathbf{k} \rangle \rho_{SS'} \langle S' \mathbf{k} | \mathbf{e} \pm \mathbf{d} | \Psi_{3/2\,i'} \rangle, \quad (\Pi 1)$$

где  $|\Psi_{3/2i}\rangle$  — невозмущенные волновые функции дырки на акцепторе (1). Однако  $I_{ii'}$  с  $i \neq i'$  не вносят вклада в  $\rho_{\text{circ}}$ . Вероятности переходов в рассматриваемой геометрии для правой и левой циркулярной поляризации  $\sigma_{\pm}$  описываются выражениями

$$\begin{split} I_{\frac{33}{22}} &= \sigma_{+} \{ 105 + 35z^{2} + S(210 + 14z^{2}) + \beta(84z + 10z^{2}) \\ &- \alpha(21z + 4z^{2}) \} + \sigma_{-} \{ 14 + 28S + 2\alpha - 4\beta z^{2}, \\ (\Pi 2) \\ I_{\frac{11}{22}} &= \sigma_{+} \{ 35 + 49z^{2} + 70S(z^{2} - 1) + \beta(28z + 10z^{2}) \\ &- \alpha(7z + 4z^{2}) \} + \sigma_{-} \{ 42 - 84S + 6\alpha + 12\beta \} z^{2}. \\ (\Pi 3) \end{split}$$

Оставшиеся вероятности переходов определяются следующей формулой:

$$I_{ii'}(\sigma_{\pm})(S;\alpha;\beta) = I_{-i,-i}(\sigma_{\mp})(-S;\alpha;-\beta). \tag{II4}$$

Параметр *z* отвечает за отношение перекрытия волновых электрона и дырки с моментами 0 и 2

$$z = \frac{\int_{0}^{\infty} R_{2h}(r) R_{2e}(r) r^2 dr}{\int_{0}^{\infty} R_{oh}(r) R_{oe}(r) r^2 dr}.$$
 (II5)

В модели потенциала нулевого радиуса для относительно глубоких центров при рекомбинации с термализованными электронами z = 0, так как у электрона в зоне проводимости отсутствует орбитальный момент; для горячей фотолюминесценции  $z \approx 1$ , как показано в работе [1].

Для расчета степени циркулярной поляризации (7) необходимо знать собственные состояния (6) возмущенной системы, описываемой матрицей (3). Вычисления показывают, что

1...

$$D_{1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{1}^{2}}} \begin{pmatrix} 1\\0\\i\delta_{1}\\0 \end{pmatrix},$$

$$E_{1} = \frac{\mu_{0}g_{h}B}{2} + \sqrt{(\gamma P)^{2}(\delta P - \mu_{0}g_{h}B)^{2}},$$

$$D_{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{2}^{2}}} \begin{pmatrix} 0\\1\\0\\i\delta_{2} \end{pmatrix},$$

$$E_{2} = -\frac{\mu_{0}g_{h}B}{2} + \sqrt{(\gamma P)^{2} + (\delta P + \mu_{0}g_{h}B)^{2}}$$

$$D_{3} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{1}^{2}}} \begin{pmatrix} i\delta_{1}\\0\\1\\0 \end{pmatrix},$$

$$E_{3} = \frac{\mu_{0}g_{h}B}{2} - \sqrt{(\gamma P)^{2} + (\delta P - \mu_{0}g_{h}B)^{2}},$$

$$D_{4} = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{2}^{2}}} \begin{pmatrix} 0\\ i\delta_{2}\\ 0\\ 1 \end{pmatrix},$$

$$E_{4} = -\frac{\mu_{0}g_{h}B}{2} - \sqrt{(\gamma P)^{2} + (\delta P + \mu_{0}g_{h}B)^{2}},$$

$$\delta_{1,2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\gamma} - \frac{\mu_{0}g_{h}B}{\gamma P}\right)^{2}} \pm \frac{\delta}{\gamma} - \frac{\mu_{0}g_{h}B}{\gamma P},$$

где знаки плюс и минус соответствуют 1 и 2,  $D_i$ ,  $E_i$  — собственные векторы и значения матрицы (3).

# Список литературы

- [1] Д.Г. Поляков. ФТТ 24, 12, 3542 (1982).
- [2] A.V. Scherbakov, A.S. Salasyuk, A.V. Akimov, X. Liu, M. Bombeck, C. Bruggemann, D.R. Yakovlev, V.F. Sapega, J.K. Furdyna, M. Bayer. Phys. Rev. Lett. **105**, *11*, 117 204 (2010).
- [3] V.F. Sapega, D. Kolovos-Vellianitis, A.M. Petrov, A. Trampert, K.H. Ploog. J. Magn. Mater. 321, 7, 720 (2009).
- [4] V.F. Sapega, N.I. Sablina, I.E. Panaiotti, N.S. Averkiev, K.H. Ploog. Phys. Rev. B 80, 4, 041 202 (2009).
- [5] V.F. Sapega, A. Trampert, K.H. Ploog. Phys. Rev. B 77, 24, 245 301 (2008).
- [6] D.J. Schechter. Phys. Chem. Solids 23, 237 (1962).
- [7] Б.Л. Гельмонт, М.И. Дьяконов. ФТП 5, 2191, (1971).
- [8] Н.Г. Аверкиев, С.Ю. Ильинский. ФТТ 36, 2, 503 (1994).
- [9] В.Д. Дымников, М.И. Дьяконов, В.И. Перель. ЖЭТФ 71, 6(12), 2373 (1976).
- [10] G.L. Bir, E.I. Butikov, G.E. Pikus. J. Phys. Chem. Solids 24, 1467 (1963).
- [11] Е.Б. Осипов, Н.А. Осипова, М.Е. Мокина, С.Н. Цветкова, С.Д. Канглиев. ФТП 41, 8, 917 (2007).