

01;07

Метод интегральных уравнений в теории микроструктурных оптических волокон

© А.Б. Сотский, Л.И. Сотская

Институт прикладной оптики НАН Белоруссии,
212793 Могилев, Белоруссия
e-mail: ipo@physics.belpak.mogilev.by

(Поступило в Редакцию 8 июля 2003 г.)

Сформулирован метод расчета микроструктурных оптических волокон, основанный на анализе строгих интегральных уравнений относительно поперечных компонент магнитного поля моды. Метод позволяет получить последовательно уточняемое решение векторной волноводной задачи с учетом эффекта вытекания для волокон, образованных системами конечного числа капилляров, расположенных в круговой полости оболочки. Исследованы кварцевые волокна с гексагональными кольцами капилляров.

Введение

В последнее время проводятся интенсивные исследования микроструктурных оптических волокон, волноводные области которых образованы наборами микроскопических (в большинстве случаев воздушных) каналов в диэлектрической среде. Интерес к таким волокнам обусловлен их уникальными дисперсионными, поляризационными и нелинейными свойствами [1–8]. Для анализа мод микроструктурных волокон предложен ряд теоретических методов [9–15]. В работах [9–15] поперечное сечение волокна моделировалось системой круговых включений в однородной среде, которая либо занимала все пространство, либо была окружена оболочкой с иной диэлектрической проницаемостью. Последняя, более общая и адекватная физической ситуации модель рассмотрена в рамках численного метода мультиполей [14,15]. Данный метод представляет особый интерес еще и потому, что он учитывает векторный характер волноводной задачи и позволяет описать эффект вытекания мод. В методе мультиполей используются разложения продольных компонент электромагнитного поля по цилиндрическим гармоникам, амплитуды которых определяются из условий непрерывности тангенциальных составляющих поля на границах всех включений и оболочки. Однако соответствующая вычислительная схема является достаточно сложной [14,15]. В настоящей работе сформулирован альтернативный метод расчета собственных и вытекающих мод микроструктурных оптических волокон. Он основан на анализе строгих интегральных уравнений относительно поперечных компонент магнитного поля и приводит к соотношениям, являющимся аналогом теоремы погашения Эвальда–Озена [16]. В отличие от метода мультиполей предлагаемый подход имеет более простую формулировку (в нем отсутствует проблема представлений полей между включениями) и позволяет исследовать волокна, образованные системами капилляров (капиллярные волокна). Рассматривавшиеся ранее волокна с круговыми включениями являются частным случаем данных структур, представляющих и самостоя-

тельный практический интерес [4,5,12]. Ниже дано обоснование метода интегральных уравнений, проиллюстрирована сходимость решения и выполнено сопоставление полученных результатов с результатами метода мультиполей в случае волокон с круговыми включениями. Исследованы дисперсионные характеристики и поля мод кварцевых капиллярных волокон. При этом определены условия получения максимально сжатого поля основной моды и показано, что капиллярные волокна позволяют сочетать высокую пространственную локализацию энергии моды, нулевую дисперсию групповой скорости и низкие потери, вызванные эффектом вытекания.

Формулировка метода

Рассмотрим волокна, состоящие из n круговых капилляров, расположенных в круговой полости оболочки (рис. 1, *a*). Полость имеет радиус A , а внутренний и внешний радиусы l -го капилляра равны соответственно a_l и b_l . Мы будем использовать глобальные декартовы координаты x, y , в которых точка $(0,0)$ является центром полости, а точка (x_l, y_l) — центром l -капилляра, глобальные полярные координаты ρ, φ и локальные полярные координаты ρ_l, φ_l , в которых значение $\rho_l = 0$ соответствует центру l -го капилляра. Будем считать, что области $\rho > A, \rho_l < a_l$ и $a_l < \rho_l < b_l$ заняты средами с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_c, \varepsilon_l^{(1)}$ и $\varepsilon_l^{(2)}$ соответственно и что между капиллярами в области $\rho < A$ находится среда с диэлектрической проницаемостью ε_s . Величины $\varepsilon_c, \varepsilon_l^{(1)}, \varepsilon_l^{(2)}$ и ε_s могут быть комплексными. Частным случаем описанных волокон является волокно, сечение которого приведено на рис. 1, *b*. В его центре располагается однородный стержень, который мы будем рассматривать как капилляр с номером $l = 1$ ($x_1 = y_1 = 0$) и $\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)}$. Более детально данное волокно рассмотрено ниже.

Предположим, что зависимость оптического поля от времени t и продольной координаты z описывается множителем $\exp[i(\omega t - \beta z)]$, где β — комплексная по-

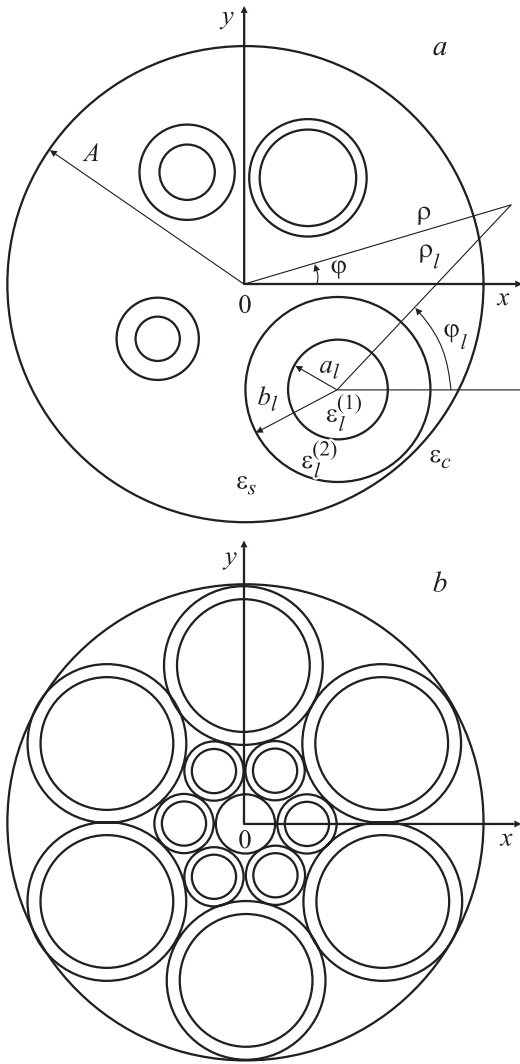


Рис. 1. Поперечные сечения исследуемых волокон.

стоянная распространения моды. Тогда поперечные компоненты магнитного поля моды H_j ($j = x, y$) будут удовлетворять уравнениям (5) работы [17], которые с учетом представления функции Ханкеля

$$H_0^{(2)}(\chi_s r) = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} \frac{dk}{\sqrt{\chi_s^2 - k^2}} \times \exp \left[-ik(x' - x) - i\sqrt{\chi_s^2 - k^2}|y' - y| \right]$$

допускают запись

$$H_j(x, y) = \frac{i}{4} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\chi_s r) f_j(x', y') dy'. \quad (1)$$

Здесь $\chi_s = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2}$ ($\text{Re } \chi_s > 0$ если $\text{Re}(k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2) > 0$, $\text{Im } \chi_s < 0$ если $\text{Re}(k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2) < 0$), $k_0 = \lambda_0^{-1} 2\pi$ — волновое число вакуума, $r =$

$= \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$, контур Γ определен в [17],

$$f_j(x, y) = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j} - k_0^2 \Delta \varepsilon H_j, \quad (2)$$

$$E = \varepsilon^{-1} (\nabla_x H_y - \nabla_y H_x), \quad (3)$$

$\xi_x = -y$, $\xi_y = x$, $\Delta \varepsilon = \varepsilon(x, y) - \varepsilon_s$, $\varepsilon(x, y)$ — диэлектрическая проницаемость пространства.

Поскольку функции $f_j(x, y)$ отличны от нуля только в областях капилляров и оболочки волокна, в данных областях соотношения (1) представляют собой строгие интегральные уравнения, а вне этих областей они являются прямыми расчетными формулами.

С целью алгебраизации уравнений (1) зададим базисы для представления функций $H_j(x, y)$. Внутри капилляров эти функции должны быть конечными при $\rho_l \rightarrow 0$ и удовлетворять уравнениям Гельмгольца

$$[\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + (\chi_l^{(k)})^2] H_j = 0, \quad (4)$$

где $k = 1$ при $\rho_l < a_l$, $k = 2$ при $a_l < \rho_l < b_l$, $(\chi_l^{(k)})^2 = k_0^2 \varepsilon_l^{(k)} - \beta^2$.

Это означает, что допустимы представления

$$H_j = \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(k)}(\rho_l) \exp(iv\varphi_l), \quad (5)$$

где $k = 1$ при $\rho_l < a_l$, $k = 2$ при $a_l < \rho_l < b_l$,

$$Z_{jv}^{(1)}(\rho_l) = A_{lv}^{(j)} J_v(\chi_l^{(1)} \rho_l),$$

$$Z_{jv}^{(2)}(\rho_l) = B_{lv}^{j1} J_v(\chi_l^{(2)} \rho_l) + B_{lv}^{j2} H_v^{(2)}(\chi_l^{(2)} \rho_l),$$

$J_v(\chi_l^{(s)} \rho_l)$ — функции Бесселя, $A_{lv}^{(j)}$ и B_{lv}^{jk} — неизвестные коэффициенты.

В области $\rho > A$ функции $H_j(x, y)$ должны удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \chi_c^2) H_j = 0$$

и при $\rho \rightarrow \infty$ иметь асимптотики

$$H_j \sim \Phi(\varphi) (\sqrt{\rho})^{-1} \exp(-i\chi_c \rho), \quad (6)$$

где $\Phi(\varphi)$ — непрерывная функция угловой переменной, $\chi_c = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_c - \beta^2}$ ($\text{Im } \chi_c < 0$ для собственных мод, $\text{Re } \chi_c > 0$ для вытекающих мод) [17].

Следовательно, при $\rho > A$ возможна запись

$$H_j = \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(c)}(\rho) \exp(iv\varphi), \quad (7)$$

где $Z_{jv}^{(c)}(\rho) = C_v^{(j)} H_v^{(2)}(\chi_c \rho)$, $C_v^{(j)}$ — неизвестные коэффициенты.

Заметим, что в силу асимптотик (6) и $H_0^{(2)}(\chi_s r) \sim (\sqrt{\rho})^{-1} \exp(i\chi_s \rho)$ ($\rho \rightarrow \infty$) условиями существования правых частей уравнений (1) являются $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ либо

$\text{Im}(\chi_s + \chi_c) < 0$. Эти условия обычно выполняются в представляющих интерес ситуациях. Запишем теперь уравнения (1) в виде

$$H_j(x, y) = \Omega_j^{(c)}(x, y) + \sum_{l=1}^n \Omega_j^{(l)}(x, y), \quad (8)$$

где слагаемые $\Omega_j^{(c)}(x, y)$ и $\Omega_j^{(l)}(x, y)$ равны вкладам в правые части (1) областей оболочки и l -го капилляра соответственно.

Для задания явного вида этих слагаемых заметим, что дифференцирование ступенчатой функции $\varepsilon(x, y)$ в (2) приводит к появлению дельта-функций Дирака, интегрирование которых дает

$$\Omega_j^{(c)}(x, y) = \frac{iA}{4}(\varepsilon_s - \varepsilon_c) \int_0^{2\pi} P_j^{(c)} [EH_0^{(2)}(\chi_c r)]_{\rho'=A} d\varphi' + I_c, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Omega_j^{(l)}(x, y) = & \frac{i}{4} \int_0^{2\pi} P_j^{(l)} \left\{ b_l(\varepsilon_l^{(2)} - \varepsilon_s) [EH_0^{(2)}(\chi_c r)]_{\rho'=b_l} \right. \\ & \left. - a_l(\varepsilon_l^{(2)} - \varepsilon_l^{(1)}) [EH_0^{(2)}(\chi_c r)]_{\rho'=a_l} \right\} d\varphi' + I_1 + I_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$I_c = \frac{ik_0^2}{4}(\varepsilon_s - \varepsilon_c) \iint_{\rho' > A} H_0^{(2)}(\chi_s r) H_j(x', y') dx' dy',$$

$$I_1 = \frac{ik_0^2}{4}(\varepsilon_s - \varepsilon_c^{(1)}) \iint_{\rho' < a_l} H_0^{(2)}(\chi_s r) H_j(x', y') dx' dy',$$

$$I_2 = \frac{ik_0^2}{4}(\varepsilon_s - \varepsilon_c^{(2)}) \iint_{a_l < \rho' < b_l} H_0^{(2)}(\chi_s r) H_j(x', y') dx' dy',$$

$$P_x^{(l)} = \sin \varphi', \quad P_y^{(l)} = -\cos \varphi', \quad P_x^{(c)} = \sin \varphi', \quad P_y^{(c)} = -\cos \varphi';$$

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad x' = \rho' \cos \varphi', \quad y' = \rho' \sin \varphi' \quad (11)$$

в выражении (9),

$$x = x_l + \rho_l \cos \varphi_l, \quad y = y_l + \rho_l \sin \varphi_l,$$

$$x' = x_l + \rho'_l \cos \varphi'_l, \quad y' = y_l + \rho'_l \sin \varphi'_l$$

в выражении (10), а функция $E(x, y)$ вычисляется на основании (3), (5), (7). Для упрощения интеграла I_1 введем в рассмотрение непрерывные функции $h_{jl}^{(1)}(x, y)$, которые в области $\rho_l > a_l$ подчиняются уравнению Гельмгольца

$$(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \chi_s^2) h_{jl}^{(1)} = 0 \quad (12)$$

и имеют вид

$$h_{jl}^{(1)} = \begin{cases} H_j & \text{при } \rho_l < a_l, \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(1)}(a_l) [H_v^{(2)}(\chi_s a_l)]^{-1} \times \\ \quad \times H_v^{(2)}(\chi_s \rho_l) \exp(iv\varphi_l) & \text{при } \rho_l > a_l. \end{cases} \quad (13)$$

Воспользуемся также уравнением [18]

$$(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \chi_s^2) H_0^{(2)}(\chi_s r) = -4i\delta(x' - x)\delta(y' - y), \quad (14)$$

в правой части которого фигурируют дельта-функции Дирака. Проинтегрировав уравнения (4), (12) и (14), умноженные соответственно на функции $H_0^{(2)}(\chi_s r)$, $H_0^{(2)}(\chi_s r)$ и $h_{jl}^{(1)}(x', y')$ и применив к полученным соотношениям теорему Грина [19], приходим к выражению

$$I_1 = h_{jl}^{(1)} + \frac{ia_l}{4} \int_0^{2\pi} [H_0^{(2)}(\chi_s r)]_{\rho'=a_l} \frac{\partial}{\partial \rho'_l} h_{jl}^{(1)} \Big|_{\rho'_l=a_l+0}^{\rho'_l=a_l-0} d\varphi'_l. \quad (15)$$

Аналогичные преобразования интегралов I_2 и I_c дают

$$I_2 = h_{jl}^{(2)} + \frac{ib_l}{4} \int_0^{2\pi} [H_0^{(2)}(\chi_s r)]_{\rho'=b_l} \frac{\partial}{\partial \rho'_l} h_{jl}^{(2)} \Big|_{\rho'_l=b_l+0}^{\rho'_l=b_l-0} d\varphi'_l - \frac{ia_l}{4} \int_0^{2\pi} [H_0^{(2)}(\chi_s r)]_{\rho'=a_l} \frac{\partial}{\partial \rho'_l} h_{jl}^{(2)} \Big|_{\rho'_l=a_l-0}^{\rho'_l=a_l+0} d\varphi'_l, \quad (16)$$

$$I_c = h_{jl} - \frac{iA}{4} \int_0^{2\pi} [H_0^{(2)}(\chi_s r)]_{\rho'=A} \frac{\partial}{\partial \rho'} h_{jc} \Big|_{\rho'=A-0}^{\rho'=A+0} d\varphi', \quad (17)$$

$$h_{jl}^{(2)} = \begin{cases} \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(2)}(b_l) [H_v^{(2)}(\chi_s b_l)]^{-1} \times \\ \quad \times H_v^{(2)}(\chi_s \rho_l) \exp(iv\varphi_l) & \text{при } \rho_l > b_l, \\ H_j & \text{при } a_l < \rho_l < b_l, \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(2)}(a_l) [J_v(\chi_s a_l)]^{-1} \times \\ \quad \times J_v(\chi_s \rho_l) \exp(iv\varphi_l) & \text{при } \rho_l < a_l, \end{cases} \quad (18)$$

$$h_{jc} = \begin{cases} H_j & \text{при } \rho > A, \\ \sum_{v=-\infty}^{\infty} Z_{jv}^{(c)}(A) [J_v(\chi_s A)]^{-1} \times \\ \quad \times J_v(\chi_s \rho) \exp(iv\varphi) & \text{при } \rho < A. \end{cases} \quad (19)$$

С учетом (3), (5), (7), (13), (18), (19) и тождества [20]

$$H_0^{(2)}(\chi_s r) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \exp[iv(\varphi - \varphi')] \times \begin{cases} H_v^{(2)}(\chi_s \rho') J_v(\chi_s \rho) & \text{при } \rho < \rho', \\ J_v(\chi_s \rho') H_v^{(2)}(\chi_s \rho) & \text{при } \rho > \rho', \end{cases} \quad (20)$$

записанного при условиях (11), интегралы в выражениях (9), (10), (15)–(17) допускают аналитический расчет. В результате правые части соотношений (8) оказываются составленными из рядов по цилиндрическим функциям, заданным в локальных координатах ρ_l, φ_l ($l = 1, 2, \dots, n$) и глобальных координатах ρ, φ . После приведения этих рядов к единым координатным системам на основании теорем сложения для цилиндрических функций [20] уравнения (8) преобразуются к виду

$$H_x + (-1)^p i H_y = H_x + (-1)^p i H_y + \delta H_{lp}^{(1)}$$

при $\sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} < a_l$, (21)

$$H_x + (-1)^p i H_y = H_x + (-1)^p i H_y + \delta H_{lp}^{(2)}$$

при $a_l < \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} < b_l$, (22)

$$H_x + (-1)^p i H_y = H_x + (-1)^p i H_y + \delta H_p$$

при $\sqrt{x^2 + y^2} > A$. (23)

Здесь p принимает значения 0 и 1,

$$\delta H_{lp}^{(1)} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (U_{lv}^{1p} + V_{lv}^{(p)}) J_v(\chi_s \rho_l) \exp(iv\varphi_l), \quad (24)$$

$$\delta H_{lp}^{(2)} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} [U_{lv}^{2p} H_v^{(2)}(\chi_s \rho_l) + V_{lv}^{(p)} J_v(\chi_s \rho_l)] \exp(iv\varphi_l), \quad (25)$$

$$\delta H_p = \sum_{v=-\infty}^{\infty} W_v^{(p)} H_v^{(2)}(\chi_s \rho) \exp(iv\varphi), \quad (26)$$

величины $U_{lv}^{kp}, V_{lv}^{(p)}$ и $W_v^{(p)}$ являются линейными функциями коэффициентов рядов (5) и (7). Получение явных выражений для $U_{lv}^{kp}, V_{lv}^{(p)}$ и $W_v^{(p)}$ не вызывает принципиальных затруднений, однако поскольку данные выражения достаточно громоздки, мы, не выписывая их в полном объеме, приведем лишь конечные результаты их анализа. В согласии с (21)–(26) имеем

$$U_{lv}^{1p} = 0, \quad U_{lv}^{2p} = 0, \quad (27)$$

$$V_{lv}^{(p)} = 0, \quad W_v^{(p)} = 0, \quad (28)$$

где $l = 1, 2, \dots, n; p = 0, 1; v = 0, \pm 1, \dots$

Можно показать, что уравнения (27) обращаются в тождества при выполнении соотношений

$$\bar{B}_{lv}^{pk} = Q_{plv}^{k11} \bar{A}_{lv}^{(p)} + Q_{plv}^{k21} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)}, \quad (29)$$

где $q = 1 - p, \sigma = 2(p - q)$,

$$\bar{B}_{lv}^{pk} = B_{lv}^{xk} + (-1)^p i B_{lv}^{yk}, \quad \bar{A}_{lv}^{(p)} = A_{lv}^{(x)} + (-1)^p i A_{lv}^{(y)},$$

$$Q_{0lv}^{111} = K_l^{(1)} \left\{ \chi_l^{(2)} (\chi_l^{(1)})^{-1} J_y(x_l^{(1)}) \times [H_{v-1}^{(2)}(z_l^{(2)}) - H_{v+1}^{(2)}(z_l^{(2)})] - H_v^{(2)}(z_l^{(2)}) [\varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1} J_{v-1}(z_l^{(1)}) - J_{v+1}(z_l^{(1)})] \right\},$$

$$Q_{0lv}^{121} = K_l^{(1)} [1 - \varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1}] J_{v-1}(z_l^{(1)}) H_v^{(2)}(z_l^{(2)}),$$

$$Q_{0lv}^{211} = K_l^{(1)} \left\{ J_v(z_l^{(2)}) [\varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1} J_{v-1}(z_l^{(1)}) - J_{v+1}(z_l^{(1)})] - \chi_l^{(2)} (\chi_l^{(1)})^{-1} J_v(z_l^{(1)}) [J_{v-1}(z_l^{(2)}) - J_{v+1}(z_l^{(2)})] \right\},$$

$$Q_{0lv}^{221} = -K_l^{(1)} [1 - \varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1}] J_{v-1}(z_l^{(1)}) J_v^{(2)}(z_l^{(2)}),$$

$$Q_{1lv}^{1k1} = Q_{0lv}^{1k1} - 0.5i\pi\nu [1 - \varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1}] J_v(z_l^{(1)}) H_v^{(2)}(z_l^{(2)}),$$

$$Q_{1lv}^{2k1} = Q_{0lv}^{2k1} + 0.5i\pi\nu [1 - \varepsilon_l^{(2)} (\varepsilon_l^{(1)})^{-1}] J_v(z_l^{(1)}) J_v(z_l^{(2)}),$$

$$K_l^{(1)} = 0.25i\pi z_l^{(1)}, \quad z_l^{(1)} = \chi_l^{(1)} a_l, \quad z_l^{(2)} = \chi_l^{(2)} a_l.$$

При условиях (29) левые части уравнений (28) приобретают вид

$$V_{lv}^{(p)} = R_{lv}^{1p} \bar{A}_{lv}^{(p)} + R_{lv}^{2p} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)} + \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \left[F_{\mu-v}^{(l)} T_{1\mu}^{(p)} \bar{C}_{\mu}^{(p)} + F_{\mu-v-\sigma}^{(l)} T_{2\mu-\sigma}^{(p)} \bar{C}_{\mu}^{(q)} + \sum_{k \neq l} (G_{\mu-v}^{lk} S_{k\mu}^{1p} \bar{A}_{k\mu}^{(p)} + G_{\mu-v-\sigma}^{lk} S_{k\mu-\sigma}^{2p} \bar{A}_{k\mu}^{(q)}) \right], \quad (30)$$

$$W_v^{(p)} = L_{1v}^{(p)} \bar{C}_v^{(p)} + L_{2v}^{(p)} \bar{C}_{v+\sigma}^{(q)} + \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} (-1)^{\mu-v} \sum_{l=1}^n \left(F_{\mu-v}^{(l)} S_{l\mu}^{1p} \bar{A}_{l\mu}^{(p)} + F_{\mu-v-\sigma}^{(l)} S_{l\mu-\sigma}^{2p} \bar{A}_{l\mu}^{(q)} \right). \quad (31)$$

Здесь $\bar{C}_v^{(p)} = C_v^{(x)} + (-1)^p i C_v^{(y)}$,

$$R_{lv}^{1p} = Q_{plv}^{111} Q_{plv}^{112} + Q_{plv}^{211} Q_{plv}^{212} + Q_{qlv+\sigma}^{121} Q_{plv}^{122} + Q_{qlv+\sigma}^{221} Q_{plv}^{222},$$

$$R_{lv}^{2p} = Q_{plv}^{121} Q_{plv}^{112} + Q_{plv}^{221} Q_{plv}^{212} + Q_{qlv+\sigma}^{111} Q_{plv}^{122} + Q_{qlv+\sigma}^{211} Q_{plv}^{222},$$

$$T_{kv}^{(p)} = [J_v(z_s)]^{-1} [L_{kv}^{(p)} H_v^{(2)}(z_s) + (2 - k) H_v^{(2)}(z_c)],$$

$$S_{lv}^{kp} = [H_v^{(2)}(z_l^4)]^{-1} \left[Q_{plv}^{1k1} J_v(z_l^{(3)}) + Q_{plv}^{2k1} H_v^{(2)}(z_l^{(3)}) + r_{lv}^{kp} J_v(z_l^{(4)}) \right],$$

$$L_{1v}^{(0)} = K_c \left\{ J_v(z_s) [H_{v+1}^{(2)}(z_c) - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1} H_{v-1}^{(2)}(z_c)] + \chi_s \chi_c^{-1} H_v^{(2)}(z_c) [J_{v-1}(z_s) - J_{v+1}(z_s)] \right\},$$

$$L_{2v}^{(0)} = K_c (1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) J_v(z_s) H_{v-1}^{(2)}(z_c),$$

$$L_{kv}^{(1)} = L_{kv}^{(0)} - 0.5i\pi\nu (1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) J_v(z_s) H_v^{(2)}(z_c),$$

$$Q_{0lv}^{112} = K_l^{(2)} \left\{ H_v^{(2)}(z_l^{(4)}) [\varepsilon_s (\varepsilon_l^{(2)})^{-1} J_{v-1}(z_l^{(3)}) - J_{v+1}(z_l^{(3)})] - \chi_s (\chi_l^{(2)})^{-1} J_v(z_l^{(3)}) [H_{v-1}^{(2)}(z_l^{(4)}) - H_{v+1}^{(2)}(z_l^{(4)})] \right\},$$

$$Q_{0lv}^{122} = -K_l^{(2)} [1 - \varepsilon_s (\varepsilon_l^{(2)})^{-1}] J_{v-1}(z_l^{(3)}) H_v^{(2)}(z_l^{(4)}),$$

$$\begin{aligned}
Q_{0lv}^{212} &= K_l^{(2)} \left\{ H_v^{(2)}(z_l^{(4)}) \right. \\
&\quad \times [\varepsilon_s(\varepsilon_l^{(2)})^{-1} H_{v-1}^{(2)}(z_l^{(3)}) - H_{v+1}^{(2)}(z_l^{(3)})] \\
&\quad \left. - \chi_s(\chi_l^{(2)})^{-1} H_v^{(2)}(z_l^{(3)}) [H_{v-1}^{(2)}(z_l^{(4)}) - H_{v+1}^{(2)}(z_l^{(4)})] \right\}, \\
Q_{0lv}^{222} &= -K_l^{(2)} [1 - \varepsilon_s(\varepsilon_l^{(2)})^{-1}] H_{v-1}^{(2)}(z_l^{(3)}) H_v^{(2)}(z_l^{(4)}), \\
Q_{lv}^{1k2} &= Q_{0lv}^{1k2} + 0.5i\pi v [1 - \varepsilon_s(\varepsilon_l^{(2)})^{-1}] J_v(z_l^{(3)}) H_v^{(2)}(z_l^{(4)}), \\
Q_{lv}^{2k2} &= Q_{0lv}^{2k2} + 0.5i\pi v [1 - \varepsilon_s(\varepsilon_l^{(2)})^{-1}] H_v^{(2)}(z_l^{(3)}) H_v^{(2)}(z_l^{(4)}), \\
K_l^{(2)} &= 0.25i\pi z_l^{(3)}, \quad K_c = 0.25i\pi z_c, \\
z_l^{(3)} &= \chi_l^{(2)} b_l, \quad z_l^{(4)} = \chi_s b_l, \quad z_s = \chi_s A, \quad z_c = \chi_c A, \\
F_v^{(l)} &= J_v(\chi_s \rho^{(l)}) \exp(iv\varphi^{(l)}), \\
G_v^{lk} &= H_{-v}^{(2)}(\chi_s \rho_{lk}) \exp(iv\varphi_{lk}),
\end{aligned}$$

$\rho^{(l)}$ и $\varphi^{(l)}$ — глобальные полярные координаты центра l -го капилляра, ρ_{lk} и φ_{lk} — полярные координаты центра k -го капилляра в локальной системе координат l -го капилляра.

Как следует из (30), (31), уравнения (28) образуют однородную алгебраическую систему, которая в матричной форме может быть записана как

$$MX = 0, \quad (32)$$

где X является вектором, составленным из неизвестных коэффициентов $\bar{A}_{lv}^{(p)}$ и $\bar{C}_v^{(p)}$.

Заметим, что, поскольку выполнение уравнений (27), (28) означает компенсацию в областях капилляров и оболочки волокна волн, удовлетворяющих уравнению Гельмгольца,

$$(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \chi_s^2) \psi = 0$$

(под ψ понимается любая из функций $\delta H_{lp}^{(1)}$, $\delta H_{lp}^{(2)}$, δH_p), полученный результат является аналогом теоремы погашения Эвальда–Озеена [16]. Его физическая корректность подтверждается рассмотрением ситуаций, когда система (32) допускает аналитическое исследование. Эти ситуации исчерпываются условиями

$$\begin{aligned}
\varepsilon_l^{(1)} \neq \varepsilon_l^{(2)} = \varepsilon_s, \quad \varepsilon_k^{(1)} = \varepsilon_k^{(2)} = \varepsilon_s = \varepsilon_c \\
(k = 1, \dots, l-1, l+1, \dots, n), \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_l^{(1)} = \varepsilon_l^{(2)} = \varepsilon_s \neq \varepsilon_c \quad (l = 1, 2, \dots, n), \quad (34)$$

$$n = 1, \quad x_1 = y_1 = 0, \quad \varepsilon_1^{(1)} \neq \varepsilon_1^{(2)}, \quad \varepsilon_s \neq \varepsilon_c, \quad (35)$$

при которых волокно обладает круговой симметрией. В случаях (33) и (34), соответствующих однородным стержням кругового сечения, окруженным однородной средой, система (32) с учетом тождества [20]

$$J_v(z) H_{v-1}^{(2)}(z) - J_{v-1}(z) H_v^{(2)}(z) = 2(\pi i z)^{-1} \quad (36)$$

сводится к двум однородным алгебраическим уравнениям (это уравнения относительно коэффициентов $\bar{A}_{lv}^{(0)}$, $\bar{A}_{lv-2}^{(1)}$ при условиях (33) и относительно $\bar{C}_v^{(0)}$, $\bar{C}_{v-2}^{(1)}$ при условиях (34)). В случае (35) мы имеем четырехслойное волокно, для которого система (32), благодаря (36) и равенству $F_v^{(1)} = \delta_{v0}$ (δ_{v0} — символ Кронекера), преобразуется к четырем однородным алгебраическим уравнениям относительно неизвестных $\bar{A}_{lv}^{(0)}$, $\bar{A}_{lv-2}^{(1)}$, $\bar{C}_v^{(0)}$, $\bar{C}_{v-2}^{(1)}$. Во всех указанных случаях требование $\det M = 0$ приводит к замкнутым дисперсионным уравнениям относительно β . Можно показать, что данные уравнения согласуются с известными уравнениями [18,21], полученными с использованием стандартной процедуры сшивания тангенциальных составляющих полей на границах раздела сред.

При рассмотрении реальных микроструктур волокон условия (33)–(35) не выполняются и (32) представляет собой бесконечную систему алгебраических уравнений. Для практического расчета таких волокон удержим в рядах (5) и (7) только члены с $|v| \leq m$, полагая $A_{lv}^{(j)} = 0$ и $C_v^{(j)} = 0$ при $v > m$, что эквивалентно решению уравнений (1) классическим методом квадратур [22]. В этом случае размерность матрицы M равна $N \times N$, где $N = 2(n+1)(2m+1)$. Значение комплексной постоянной распространения моды β , удовлетворяющее уравнению $\det M = 0$, может быть найдено методом контурного интегрирования [23]. Как свидетельствуют расчеты, при условии $\det M = 0$ ранг матрицы M равен $N - 1$. Это позволяет выразить все компоненты вектора X через одну из них и затем на основании (5), (7), (29) найти функции $H_x(x, y)$ и $H_y(x, y)$ внутри капилляров и оболочки волокна. Между капиллярами, когда

$$\sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2} > b_l \quad (l = 1, 2, \dots, n),$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} < A,$$

данные функции могут быть рассчитаны по формулам (8), которые в согласии с (3), (5), (7), (9), (15)–(20), (29) преобразуются к виду

$$\begin{aligned}
H_x + (-1)^p i H_y \\
= \sum_{v=-\infty}^{\infty} \left[\left(T_{1v}^{(p)} \bar{C}_v^{(p)} + T_{2v}^{(p)} \bar{C}_{v+\sigma}^{(q)} \right) J_v(\chi_s \rho) \exp(iv\varphi) \right. \\
\left. + \sum_{l=1}^n \left(S_{lv}^{1p} \bar{A}_{lv}^{(p)} + S_{lv}^{2p} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)} \right) H_v^{(2)}(\chi_s \rho_l) \exp(iv\varphi_l) \right]. \quad (37)
\end{aligned}$$

После нахождения функций $H_x(x, y)$ и $H_y(x, y)$ окончательный расчет векторного поля моды может быть выполнен по формулам

$$H_z = (i\beta)^{-1} (\nabla_x H_x + \nabla_y H_y), \quad \mathbf{E} = (i\omega\varepsilon)^{-1} \nabla \times \mathbf{H}, \quad (38)$$

вытекающим из уравнений Максвелла.

Заметим, что в поперечном сечении микроструктурных волокон часто присутствуют ортогональные оси

Зависимость расчетных значений постоянной распространения моды от порядка редукции m

m	$k_0^{-1} \text{Re} \beta$	$k_0^{-1} \text{Im} \beta \cdot 10^6$	$k_0^{-1} \text{Im} \beta_c \cdot 10^6$	$k_0^{-1} \text{Re} \beta_a$	$k_0^{-1} \text{Im} \beta_a \cdot 10^6$
3	1.438470933	-1.439	-1.501	1.438528862	-6.918
5	1.438363682	-1.396	-1.381	1.438366726	-1.374
7	1.438364928	-1.417	-1.417	1.438364935	-1.416
9	1.438364934	-1.416	-1.416	1.438364934	-1.416
11	1.438364934	-1.416	-1.416	—	—

симметрии. При совмещении таких осей с координатными осями Ox и Oy поля мод удовлетворяют соотношениям [17]

$$H_x(-x, y) = \gamma_x H_x(x, y), \quad H_x(x, -y) = \gamma_x H_x(x, y), \quad (39)$$

$$H_y(-x, y) = -\gamma_x H_y(x, y), \quad H_y(x, -y) = -\gamma_y H_y(x, y), \quad (40)$$

где $\gamma_x^2 = \gamma_y^2 = 1$.

Благодаря свойствам четности (39), (40), независимыми неизвестными в системе (32) являются только коэффициенты $\bar{C}_v^{(p)}$ и $\bar{A}_{lv}^{(p)}$, относящиеся к капиллярам, расположенным в первой координатной четверти. Кроме того, согласно (5), (7), (39), (40),

$$\bar{A}_{lv}^{(0)} = \gamma_x \bar{A}_{l-v}^{(1)} \quad \text{при} \quad x_l = 0, \quad y_l \geq 0,$$

$$\bar{A}_{lv}^{(0)} = (-1)^v \gamma_y \bar{A}_{l-v}^{(1)} \quad \text{при} \quad x_l \geq 0, \quad y_l = 0,$$

$$\bar{C}_v^{(0)} = \gamma_x \bar{C}_{-v}^{(1)} = (-1)^v \gamma_y \bar{C}_{-v}^{(1)},$$

$$\bar{C}_\mu^{(1)} = \bar{C}_\mu^{(0)} = 0, \quad \bar{A}_{l\mu}^{(1)} = \bar{A}_{l\mu}^{(0)} = 0 \quad \text{при} \quad x_l = y_l = 0,$$

где $\mu = \pm 1, \pm 3, \dots$, если $\gamma_x \gamma_y = 1$, и $\mu = 0, \pm 2, \dots$, если $\gamma_x \gamma_y = -1$.

Отмеченные особенности позволяют уменьшить размерность матрицы M до $N_1 \times N_1$. Здесь

$$N_1 = (2n_1 + n_2)(2m + 1) + (n_3 + 1)\{m + 0.5[(-1)^m \gamma_x \gamma_y + 1]\},$$

где n_1 — число капилляров с координатами $x_l > 0, y_l > 0$; n_2 — число капилляров с координатами $x_l = 0, y_l > 0$ и $x_l > 0, y_l = 0$; n_3 — число капилляров с координатами $x_l = y_l = 0$ (n_3 может принимать значения 0 или 1).

Как нетрудно показать, $NN_1^{-1} \cong 4$. Таким образом, учет симметрии микроструктурного волокна приводит к существенному сокращению объема вычислений. Это обстоятельство использовано при получении представленных ниже расчетных данных.

Чтобы протестировать развитый метод, мы выполнили расчет микроструктурного волокна с круговыми включениями, детально исследованного в [14,15] методом мультиполей. Данное волокно сформировано шестью воздушными каналами в кварцевом стекле, образующими гексагональное кольцо, и является частным случаем капиллярного волокна при условиях

$$\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_2^{(2)} = \dots = \varepsilon_7^{(2)} = \varepsilon_s,$$

$$\rho^{(1)} = 0, \quad \rho^{(2)} = \rho^{(3)} = \dots = \rho^{(7)} = \Lambda, \\ \varphi^{(2)} = 0, \quad \varphi^{(l+1)} - \varphi^{(l)} = \frac{\pi}{3} \quad (l = 2, 3, \dots, 6).$$

В таблице представлены результаты вычислений постоянной распространения вытекающей моды четвертого порядка (рассматриваемое волокно поддерживает только вытекающие моды [14,15]), полученные при $A = 14.25 \mu\text{m}$, $\Lambda = 6.75 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 1.45 \mu\text{m}$, $a_l = 2.5 \mu\text{m}$, $\varepsilon_l^{(1)} = 1$ ($l = 2, 3, \dots, 7$), $\varepsilon_s = 2.1025$, $\varepsilon_c = 2.1025 - i2.9 \cdot 10^{-8}$ [16]. Приведенные значения β являются нулями определителя матрицы M , соответствующей $\gamma_x = 1, \gamma_y = -1$. Согласно таблице, метод интегральных уравнений обеспечивает быструю сходимость для постоянной распространения моды. Аналогичная сходимость имеет место и при расчете поля моды. В таблице об этом свидетельствуют значения $\text{Im} \beta_c$, равные мнимой части постоянной распространения рассчитанной по формуле [17]

$$\text{Im} \beta = - \left(2A^{-1} \int_0^A d\rho \rho \int_0^{2\pi} S_z d\varphi \right)^{-1} \int_0^{2\pi} (S_\rho)_{\rho=A} d\varphi,$$

где S_z и S_ρ имеют смысл продольной и радиальной составляющей вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = 0.5 \text{Re} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$.

Через β_a в таблице обозначены значения постоянной распространения моды, полученные в [15] методом мультиполей. Они соответствуют указанным порядкам редукции m в разложениях для продольных компонент поля E_z и H_z (речь идет о разложениях типа (5), относящихся к $\rho_l < a_l$) [14]. Как видно из таблицы при достаточно больших m метод интегральных уравнений и метод мультиполей приводят к совпадающим ответам для постоянной распространения. Полученная адекватность результатов двух независимых подходов подтверждает корректность каждого из них.

Расчет капиллярных волокон

Микроструктурные оптические волокна в большинстве случаев получают посредством вытяжки макроскопической заготовки, которая формируется из набора капилляров [24]. При этом между капиллярами всегда присутствуют воздушные отверстия, имеющие форму, близкую к треугольной. В зависимости от условий процесса вытяжки конфигурация итогового волокна может существенно модифицироваться [24]. Значительный

практический интерес представляют два предельных случая этой конфигурации, когда межкапиллярные отверстия либо схлопываются за счет сил поверхностного натяжения, либо сохраняют свою первоначальную форму [24]. В первом случае получаются хорошо исследованные [1,3,5,8–15] волокна с круговыми включениями. Во втором случае, который легко реализуется при использовании в заготовке тонкостенных капилляров [4,12,24], образуются капиллярные волокна. Моды таких волокон практически не изучены. Восполнить данный пробел позволяет метод интегральных уравнений. В настоящей работе он применен к установлению возможностей получения максимально сжатого распределения поля основной моды. Соответствующие структуры интересны с точки зрения реализации нелинейных эффектов и минимизации изгибных потерь [4,5].

Различные конфигурации капиллярных волокон, получаемые сборкой капилляров с различными внутренними и внешними радиусами в опорных стеклянных трубках, были предложены в работе [5]. Мы ограничимся исследованием волокон, образованных двумя гексагональными кольцами капилляров, плотно упакованных в круговой полости (рис. 1, *b*). В данных волокнах радиусы центрального стержня и ближайших к нему капилляров, составляющих внутреннее кольцо, одинаковы $b_1 = b_2 = \dots = b_7$. Радиусы полости и капилляров из внешнего кольца удовлетворяют соотношениям

$$A = 3Kb_1, \quad b_8 = b_9 = \dots = b_{13} = Kb_1,$$

$$K = \frac{1}{3} \left(1 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{1 + \sqrt{3}} \right).$$

Будем считать, что центральный стержень, капилляры и оболочка волокна изготовлены из единого материала — кварцевого стекла ($\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_2^{(2)} = \dots = \varepsilon_{13}^{(2)} = \varepsilon_c$), а также что внутрикапиллярные и межкапиллярные отверстия заняты воздухом ($\varepsilon_2^{(1)} = \varepsilon_3^{(1)} = \dots = \varepsilon_{13}^{(1)} = \varepsilon_s = 1$) и что отношения внутренних и внешних радиусов всех капилляров одинаковы ($a_2 b_2^{-1} = a_3 b_3^{-1} = \dots = a_{13} b_{13}^{-1} = w$). По причине проникновения полей мод рассматриваемых волокон в воздушные каналы выполняется неравенство $k_0^{-2} \operatorname{Re} \beta^2 < \operatorname{Re} \varepsilon_c$, означающее, что данные моды являются вытекающими [8,17]. В этой связи внешнее кольцо капилляров служит для минимизации вытекания основных мод.

На рис. 2 и 3 представлены результаты исследований полей основных H_x - и H_y -мод описанных волокон (в обозначении моды фигурирует главная компонента ее магнитного поля), полученных при $\varepsilon_c = 2.1025$. Приведенные графики рассчитаны на основании выражений (5), (7), (29), (37), (38) после решения систем (32), соответствующих $\gamma_x = \gamma_y = 1$ для H_x -моды и $\gamma_x = \gamma_y = -1$ для H_y -моды.

На рис. 2 представлены четверти симметричных распределений интенсивности мод капиллярного волокна с $w = 0.8$, $b_1 = 0.4147\lambda_0$, которые получены при $m \geq 12$

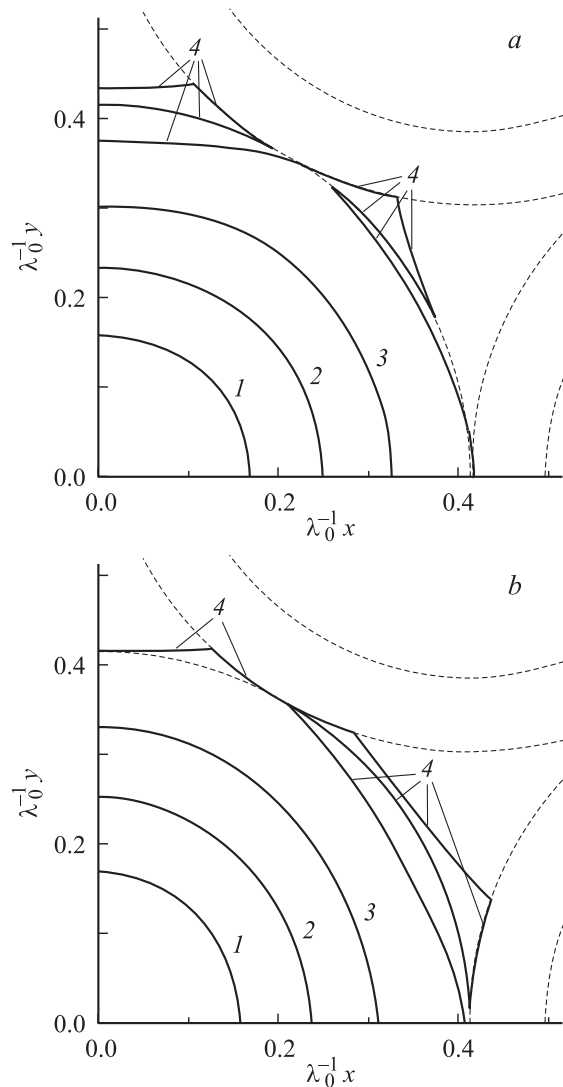


Рис. 2. Изолинии интенсивности $S_z^{-1} S_z = 0.8$ (1), 0.6 (2), 0.4 (3), 0.2 (4) основных H_x (а) и H_y (б) мод капиллярного волокна. Пунктир — границы капилляров.

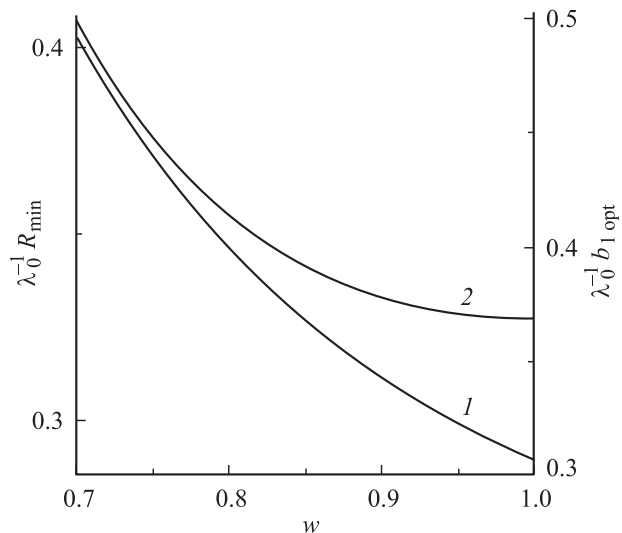


Рис. 3. Зависимости R_{\min} (1), $b_{1\text{opt}}$ (2) от w .

и соответствуют $k_0^{-1}\beta = 1.300520 - i4.44 \cdot 10^{-10}$. Эти распределения локализованы в основном в пределах внутреннего кольца капилляров, причем отношения $S_{z \max}^{-1} S_z$ ($S_{z \max} = S_z|_{\rho=0}$) принимают пренебрежимо малые значения на границе полости ($S_{z \max}^{-1} S_z|_{\rho=A} < 4.3 \cdot 10^{-9}$ для H_x -моды и $S_{z \max}^{-1} S_z|_{\rho=A} < 1.5 \cdot 10^{-9}$ для H_y -моды). На этом основании для оценки поперечных размеров мод может быть использован среднеквадратичный радиус [15]

$$R = \sqrt{\left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^A \rho S_z d\rho \right)^{-1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^A \rho^3 S_z d\rho}.$$

Интересно отметить, что, хотя распределения интенсивности основных H_x - и H_y -мод заметно различаются (рис. 2), соответствующие им значения R в пределах погрешностей вычислений оказались идентичными. В частности, зависимости, приведенные на рис. 3, рассчитанные для H_x - и H_y -мод, в масштабах рисунка неразличимы, а H_x - и H_y -моды волокна, к которому относится рис. 2, соответствует $R = 0.345477\lambda_0$. Заметим также, что, как следует из теории групп, основные H_x - и H_y -моды исследуемых капиллярных волокон вырождены [14,15]. Это строгое утверждение находится в согласии с нашими расчетами, которые привели к значениям β для данных мод, совпавших в 12 десятичных разрядах при всех рассмотренных $m \leq 25$. Отмеченные особенности позволяют описывать интегральные характеристики основных мод безотносительно к их поляризации.

Рис. 3 иллюстрирует результаты решения задачи об отыскании минимального R для основной моды. Здесь через R_{\min} и $b_{1\text{opt}}$ обозначены минимум и соответствующее значение аргумента функции $R(b_1)$. Согласно рис. 3, R_{\min} и $b_{1\text{opt}}$ являются монотонно убывающими функциями w , причем минимум функции $R_{\min}(w)$, имеющий место в пределе при $w \rightarrow 1$, т.е. в случае капилляров с бесконечно тонкими стенками, физически нереализуем. При достижимом практически значении $w = 0.8$ максимально сжатое распределение поля моды наблюдается в волокне, которому соответствует рис. 2.

Дисперсионные характеристики волокна с $w = 0.8$ и $b_1 = 0.429 \mu\text{m}$ (данное b_1 совпадает с $b_{1\text{opt}}$ при $\lambda_0 = 1.0345 \mu\text{m}$) представлены на рис. 4. Они рассчитаны с учетом дисперсии кварцевого стекла на основании трехчленной формулы Селлмейера [25]. В использованном приближении $\text{Im} \epsilon_c = 0$, поэтому кривые 1 и 2 на рис. 4 характеризуют только затухание мод, вызванное их вытеканием в оболочку волокна.

Как уже отмечалось, все моды рассматриваемых волокон являются вытекающими, причем число этих мод бесконечно велико, ибо $\det M(\beta)$ является трансцендентной функцией конечного типа [26]. В результате данные волокна могут быть только квазиодномодовыми при условии, что потери на вытекание для основной моды

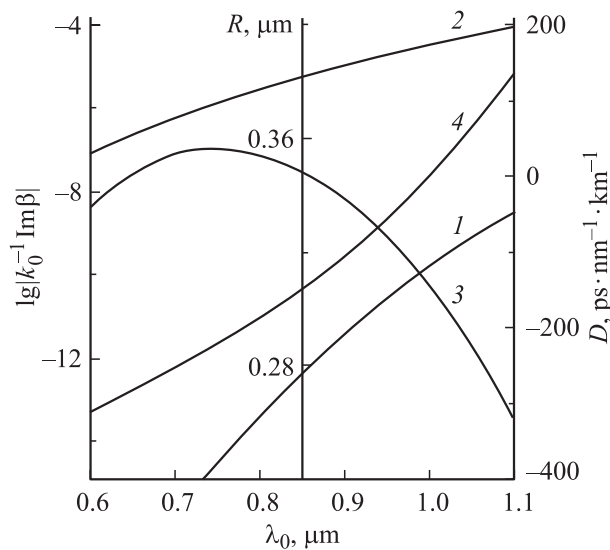


Рис. 4. Зависимости $\text{Im}\beta(\lambda_0)$ (1, 2), $D(\lambda_0)$ (3), $P(\lambda_0)$ (4) для основной (1, 3, 4) и первой высшей (2) мод капиллярного волокна.

много меньше потерь на вытекание для остальных мод. Поскольку наименьшие потери среди высших мод имеет первая мода, которая является аналогом TE_{01} -моды однородного кругового волокна [27] (ей соответствуют $\gamma_x = -1$, $\gamma_y = 1$), для анализа этого условия достаточно сравнить потери на вытекание для основной и первой высшей мод. Сопоставление кривых 1 и 2 (рис. 4) позволяет заключить, что исследуемое волокно можно считать квазиодномодовым во всем рассмотренном диапазоне λ_0 . В частности, на длине волны $\lambda_0 = 0.856 \mu\text{m}$ затухание его основной и первой высшей мод составляют $3.517 \cdot 10^{-5}$ и 403.7 dBm^{-1} соответственно.

Зависимость $D(\lambda_0)$ на рис. 4 характеризует дисперсию групповой скорости v_g основной моды. Здесь

$$D = \frac{dv_g^{-1}}{d\lambda_0} = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c} \frac{d^2 \text{Re} \beta}{d\lambda_0^2},$$

c — скорость света в вакууме.

Как следует из рис. 4, нулевая дисперсия групповой скорости достигается при $\lambda_0 = 0.856 \mu\text{m}$. Согласно кривой 4 на рис. 4, данному λ_0 соответствует $R = 0.308 \mu\text{m}$. Это значение незначительно отличается от $R_{\min} = 0.296 \mu\text{m}$.

Проведенное рассмотрение свидетельствует, что квазиодномодовые капиллярные волокна позволяют сочетать нулевую дисперсию групповой скорости с низким затуханием и высокой пространственной локализацией энергии моды. Это сочетание привлекательно с точки зрения наблюдения нелинейных эффектов с низким порогом. Для сравнения заметим, что найденное R позволяет оценить площадь пятна моды как $0.3 \mu\text{m}^2$. Это значение в 47 раз меньше, чем аналогичное значение для волокна с круговыми включениями, использованного при генерации широкополосного континуума в [4].

Заключение

Итак, разработан метод расчета микроструктурных оптических волокон, основанный на анализе интегральных уравнений, позволяющий получить последовательно уточняемое решение векторной волноводной задачи с учетом эффекта вытекания. Рассмотрено приложение подхода к выяснению возможностей оптимизации модовых характеристик кварцевых волокон, образованных гексагональными кольцами капилляров, плотно упакованных в круговой полости оболочки. Метод допускает реализацию на персональном компьютере (полный расчет конкретной моды каждой из рассмотренных выше структур на компьютере с процессором Pentium II (400 MHz) занимал менее 50 s), что определяет его эффективность при проектировании микроструктурных волокон с требуемыми свойствами. Заметим, что, хотя в настоящей работе мы имели дело только с вытекающими модами, расчет обычных собственных мод (если таковые поддерживаются микроструктурным волокном) также не вызывает затруднений. Результаты соответствующих исследований будут опубликованы.

Список литературы

- [1] Birks T.A., Knight J.C., Russell P.St.J. // Opt. Lett. 1997. Vol. 22. N 13. P. 961–963.
- [2] Ranka J.K., Windeler R.S., Stentz A.J. // Opt. Lett. 2000. Vol. 25. N. 1. P. 25–27.
- [3] Ferrando A., Miret J.J. // Appl. Phys. Lett. 2001. Vol. 78. N 21. P. 3184–3186.
- [4] Monro T.M., Belardi W., Furusawa K. et al. // Meas. Sci. Technol. 2001. Vol. 12. P. 854–858.
- [5] Белов А.В., Дуанов Е.М. // Квантовая электрон. 2002. Т. 32. № 7. С. 641–644.
- [6] Kerbage C., Eggleton B.J. // Opt. Photon. News. 2002. Vol. 13. N 9. P. 39–42.
- [7] Omenetto F.G., Efimov A., Taylor A.J. et al. // Opt. Express. 2003. Vol. 11. N 1. P. 61–67.
- [8] Kuhlmei B., Renversez J., Maystre D. // Appl. Opt. 2003. Vol. 42. N 4. P. 634–639.
- [9] Monro T.M., Richardson D.J., Broderick N.G.R. et al. // J. Lightwave Technol. 1999. Vol. 17. N 6. P. 1093–1102.
- [10] Mogilevtsev D., Birks T.A., Russell P.St.J. // J. Lightwave Technol. 1999. Vol. 17. N 11. P. 2078–2081.
- [11] Ferrando A., Silvestre E., Miret J.J. et al. // J. Opt. Soc. Am. A. 2000. Vol. 17. N 7. P. 1333–1340.
- [12] Monro T.M., Richardson D.J., Broderick N.G.R. et al. // J. Lightwave Technol. 2000. Vol. 18. N 1. P. 50–56.
- [13] Zhu Z., Brown T.G. // Opt. Express. 2002. Vol. 10. N 17. P. 853–864.
- [14] White T.P., Kuhlmei B.T., McPhedran R.C. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. Vol. 19. N 10. P. 2322–2330.
- [15] Kuhlmei B.T., White T.P., Renversez G. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. Vol. 19. N 10. P. 2331–2340.
- [16] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
- [17] Сотский А.Б., Сотская Л.И. // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. № 3. С. 465–472.
- [18] Макрузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974. 576 с.

- [19] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977. 831 с.
- [20] Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [21] Yeh P., Yariv A., Marom E. // J. Opt. Soc. Am. 1978. Vol. 68. N 11. P. 1196–1201.
- [22] Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы. Т. II. М.: Наука, 1977. 399 с.
- [23] Сотский А.Б. // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т. 45. № 3. С. 19–22.
- [24] Fitt A.D., Furusawa K., Monro T.M. et al. // J. Lightwave Technol. 2001. Vol. 19. N 12. P. 1924–1930.
- [25] Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984. 512 с.
- [26] Шевченко В.В. // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 11. С. 2004–2020.
- [27] Kuhlmei B.T., McPhedran R.C., De Sterke C.M. et al. // Opt. Express. 2002. Vol. 10. N 22. P. 1285–1290.