

01;03;08;12

О некоторых особенностях акустического излучения капли, связанного с ее нелинейными осцилляциями

© А.Р. Гаиров, А.И. Григорьев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: shir@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 20 февраля 2003 г.)

Показано, что интенсивность акустического излучения осциллирующей капли определяется в основном монопольной и дипольной его компонентами, появляющимися лишь во втором порядке малости по амплитуде осцилляций. Интенсивность квадрупольного акустического излучения, генерируемого осцилляциями основной моды капли в первом порядке малости по амплитуде, оказывается существенно меньшей. Это обстоятельство связано с тем, что в приближении длины акустической волны, много большей характерного линейного размера капли, их отношение является определяющим малым параметром, меньшим, чем отношение амплитуды осцилляций капли к ее характерному линейному размеру. Получены аналитические оценки амплитуд монопольной, дипольной и квадрупольной компонент поля скоростей акустического поля капли.

1. Исследование взаимодействия колеблющейся заряженной каплей с акустическим полем представляет интерес для широкого спектра академических и прикладных задач и находит применение в физике аэрозолей, физике грозового электричества, электроакустической левитации капель в экспериментах по получению высокочистых веществ (см. [1–8] и указанную там литературу).

Тем не менее некоторые аспекты, касающиеся взаимодействия заряженной капли с акустическим полем, до сих пор остаются слабо изученными. Так, в большинстве приложений проблемы взаимодействия звуковых волн с жидкокапельными системами капли моделируются как жесткие рассеивающие звук объекты, не имеющие внутренних степеней свободы. В то же время известно [3], что спектр частот капиллярных колебаний капель с размерами, характерными для дождей и туманов, частично лежит в области слышимых звуковых частот. Это означает, что такие капли могут взаимодействовать с внешним акустическим полем, а также сами являться источниками звуковых волн.

В связи с актуальностью обсуждаемой проблемы в работах [9–11] проведены исследования закономерностей излучения звука заряженной колеблющейся каплей как в линейном, так и в нелинейном по амплитуде осцилляций приближении.

2. В работе [9] рассмотрение проводилось на основе модели капиллярных осцилляций заряженной капли во внешней сжимаемой среде в линейном по амплитуде начальной деформации приближении. Было установлено, что акустические волны генерируют все моды поверхностных осцилляций капли, начиная с основной (т.е. начиная с $n \geq 2$), и что в спектре акустического излучения капли наибольшую интенсивность имеет квадрупольная составляющая, обязанная своим появлением осцилляциям основной ($n = 2$) моды ее капиллярных колебаний.

Выражение для интенсивности квадрупольного акустического излучения линейно осциллирующей заряженной капли имеет вид [9]

$$I \approx \frac{4\pi\rho_2 \cdot VC_2^2 R^2 \omega_2^2}{|k_2 R h_1^{(2)}(k_2 R) - 3h_2^{(2)}(k_2 R)|^2}; \quad k_2 \equiv \frac{\omega_2}{V}; \quad (1)$$

$$\omega_2^2 = \frac{4\sigma}{R^3} \left(1 - \frac{W}{4}\right) \left[\frac{\rho_1}{2} - \frac{\rho_2 h_2^{(2)}(k_2 R)}{k_2 R h_1^{(2)}(k_2 R) - 3h_2^{(2)}(k_2 R)}\right]^{-1};$$

$$W = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon\sigma R^3}. \quad (2)$$

Здесь ρ_1 и ρ_2 — плотности капли и внешней среды, V — скорость звука во внешней среде, C_2 — амплитуда колебаний основной моды капли, ω_2 — частота колебаний, R — радиус капли, $h_n^{(2)}(z)$ — сферические функции Ханкеля второго рода, σ — коэффициент поверхностного натяжения, Q — заряд капли, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды.

Зависимость интенсивности квадрупольного акустического излучения осциллирующей капли от радиуса и амплитуды начальной деформации основной моды, рассчитанная по (1), приведена на рис. 1.

3. В работе [10] рассмотрены особенности акустического излучения от нелинейно колеблющейся в сжимаемой внешней среде заряженной капли несжимаемой жидкости. Исследование проводилось в квадратичном приближении по амплитуде начальной деформации равновесной сферической формы капли при начальном возбуждении основной моды колебаний. При расчетах в спектре акустического излучения была обнаружена монопольная составляющая, появление которой обусловлено зависимостью от времени амплитуды нулевой моды колебаний капли, проявляющейся как следствие неизменности объема капли. Зависимость ампли-

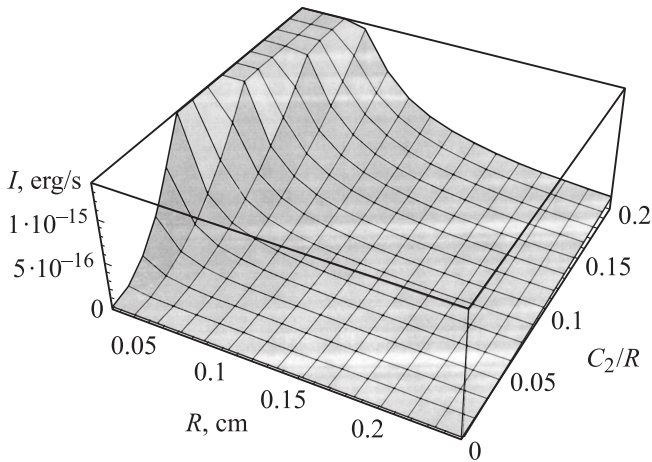


Рис. 1. Зависимость интенсивности квадрупольного акустического излучения капли воды в воздухе от ее радиуса и амплитуды начальной деформации основной моды при $W = 1$.

туды нулевой моды от времени определилась выражением [10]

$$a_0^{(2)}(t) = -\frac{1}{10R} \delta_2^2 \exp(-2\gamma \cdot t) \cdot [1 + \cos(\Theta)] + \frac{1}{10R} [-2C_2^2 + \delta_2^2 \cos(2\beta_2) + \delta_2^2];$$

$$\Theta \equiv (2\omega_2 t + 2\beta_2); \quad \delta_2 = C_2 \sqrt{1 + (\gamma/\omega_2)^2};$$

$$\beta_2 = \arctg\left(-\frac{\gamma}{\omega_2}\right),$$

где C_2 — амплитуда начального возмущения; ω_2 и γ — частота колебаний и декремент затухания основной моды осцилляций капли, определяющиеся как вещественная и мнимая части частоты, описываемой выражением (2).

Отметим, что частота колебаний нулевой моды равна удвоенной частоте колебаний моды, определяющей начальную деформацию.

Выражение для интенсивности монополярного акустического излучения нелинейно колеблющейся заряженной капли, связанное с осцилляциями нулевой моды, имеет вид

$$J = \frac{2\pi \cdot \rho_2 \cdot R^4 \cdot \omega^4 \cdot a_0^2}{V(1 + \omega^2 \cdot R^2/V^2)}, \quad (3)$$

где a_0 — амплитуда колебаний нулевой моды, ω — частота осцилляций нулевой моды.

Рассчитанная по (3) зависимость интенсивности монополярного акустического излучения нелинейно осциллирующей капли от ее радиуса и амплитуды начальной деформации, определяющейся основной модой, приведена на рис. 2.

4. В работе [11] решалась задача о звуковом излучении нелинейно колеблющейся заряженной капли при

начальном возбуждении нескольких мод. Выяснилось, что, когда в спектре изначально возбужденных мод присутствуют две моды с последовательно растущими номерами, во втором приближении по амплитуде отклонения формы поверхности капли от равновесной сферической появляется зависимость от времени амплитуды трансляционной (первой, с $n = 1$) моды. Наличие зависимости от времени амплитуды трансляционной моды превращает каплю в источник акустических волн дипольного типа. Выражение, характеризующее зависимость от времени амплитуды трансляционной моды, имеет вид [4]

$$a_1^{(2)}(t) = -\sum_{i \in N} \frac{9ih_{i-1}h_i}{2(2i-1)(2i+1)} \times \left\{ \cos[(\omega_i + \omega_{i-1})t] + \cos[(\omega_i - \omega_{i-1}) \cdot t] \right\}, \quad (4)$$

где N — множество значений номеров изначально возбужденных колебательных мод; h_i — коэффициенты, определяющие парциальный вклад i -той колебательной моды в суммарное начальное возбуждение,

$$\sum_{i \in N} h_i = 1.$$

Выражение для интенсивности дипольного акустического излучения имеет вид

$$I_s = \frac{3\pi \cdot \nu^2 R^2}{2V^2} \left\{ \delta^2 R \frac{9ih_{i-1}h_i}{(2i-1)(2i+1)} h_i h_{i-1} \right\}^2 \times \left\{ (\omega_i + \omega_{i+1})^4 + (\omega_{i+1} - \omega_i)^4 \right\}, \quad (5)$$

где ν — кинематическая вязкость, δ — амплитуда начальной деформации равновесной сферической поверхности капли.

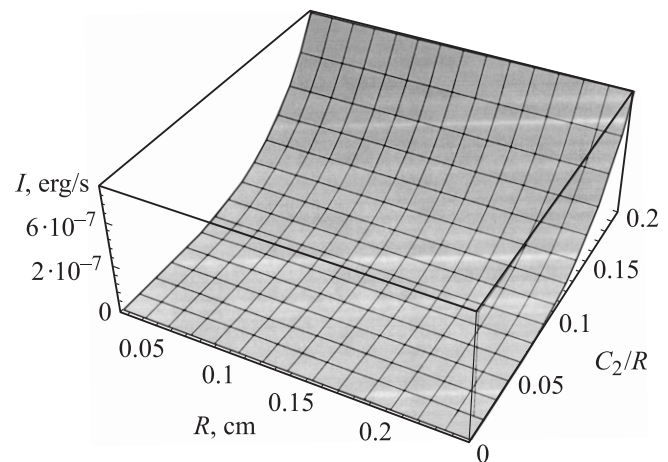


Рис. 2. Зависимость интенсивности монополярного акустического излучения нелинейно осциллирующей капли воды в воздухе от ее радиуса и амплитуды начальной деформации основной моды при $W = 1$.

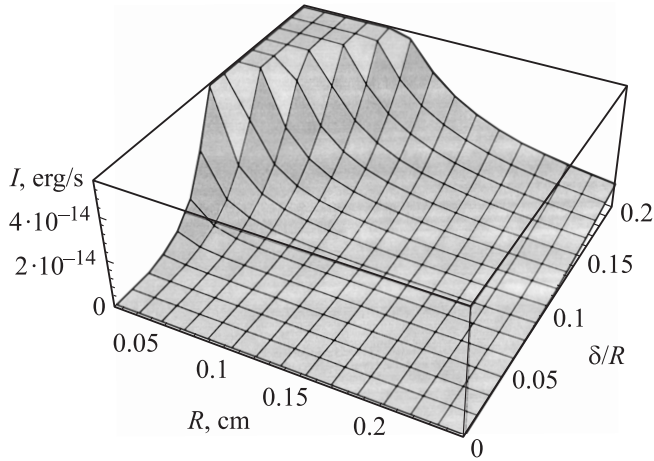


Рис. 3. Зависимость интенсивности дипольного акустического излучения нелинейно осциллирующей капли воды в воздухе от ее радиуса и амплитуды начальной деформации основной моды при $W = 1, h_2 = h_3 = 0.5$.

График зависимости интенсивности дипольного акустического излучения от радиуса капли и амплитуды начального возмущения второй и третьей мод, рассчитанный по (5), приведен на рис. 3.

5. Из сравнения данных, приведенных на рис. 1–3, несложно заметить, что интенсивности дипольного и монополюсного акустических излучений при прочих равных условиях превышают интенсивность квадрупольного излучения. Этот факт выглядит несколько странно, поскольку колебания нулевой и первой мод, которые и являются причиной монополюсного и дипольного излучений, обнаруживаются только во втором порядке малости по амплитуде отклонения формы поверхности капли от равновесной сферической, в то время как колебания второй моды имеют место уже в первом порядке малости. Поэтому естественно было бы ожидать, что монополюсная и дипольная компоненты акустического излучения будут иметь меньшую интенсивность по сравнению с квадрупольной компонентой. Обнаруженное же в [9–11] фактическое распределение интенсивностей акустического излучения осциллирующей капли по номерам мод означает, что монополюсная и дипольная компоненты полного излучения, полученные во втором порядке малости, являются определяющими в полной интенсивности.

Для того чтобы выяснить причины этого феномена, рассмотрим модельную задачу об акустическом излучении абстрактного сферического источника, в котором возможно возбуждение всех мод, начиная с нулевой.

Пусть сфера радиуса R совершает осесимметричные колебания малой амплитуды $\xi(\Theta, t)$, где $|\xi|/R \ll 1$, во внешней сжимаемой среде, которую будем моделировать идеальной сжимаемой жидкостью, что приводит к появлению акустического излучения. Зададимся целью найти интенсивности компонент полного акустического излучения, связанных с различными модами осцилляций сферы.

Математическая постановка задачи о расчете потенциального движения сжимаемой среды имеет вид

$$\frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \Delta \psi = 0; \tag{6}$$

$$r = R : \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial r}; \tag{7}$$

$$r \rightarrow \infty : \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} + ik\psi = o\left(\frac{1}{r}\right). \tag{8}$$

Здесь $\psi(\mathbf{r}, t)$ — потенциал поля скоростей внешней среды. Зависимость от времени потенциала поля скоростей во внешней среде будем принимать периодической: $\psi \sim i\omega t$, тогда волновое уравнение (6) преобразуется в уравнение Гельмгольца

$$\Delta \psi + k^2 \psi = 0; \quad k \equiv \omega/V. \tag{9}$$

6. Потенциал скоростей акустического поля, излучаемого сферическим источником, являющийся решением уравнения (9) с учетом условия излучения (8), можно представить в виде

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n h_n^{(2)}(kr) P_n(\mu) \exp(i\omega_n t); \quad \mu \equiv \cos \Theta, \tag{10}$$

где $h_n^{(2)}(kr)$ — сферические функции Ханкеля второго рода, $P_n(\mu)$ — полиномы Лежандра.

Отклонение поверхности колеблющейся сферы от сферической будем описывать выражением

$$\xi(\Theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \exp(i\omega_n t) P_n(\mu). \tag{11}$$

Подставляя (10) и (11) в (7), выразим амплитуду потенциала поля скоростей во внешней среде через амплитуду колебаний поверхности сферы

$$A_n = \frac{-i\omega_n a_n}{k[\partial h_n^{(2)}(kr)/\partial(kr)]_{r=R}}. \tag{12}$$

Вычислим амплитуды A_n потенциала поля скоростей акустических волн нулевого, первого и второго порядков, используя выражения (12) и представляя сферические функции Ханкеля через тригонометрические [12]:

$$h_0^{(2)}(z) = \frac{1}{2}[\sin(z) - i \cos(z)];$$

$$\frac{dh_0^{(2)}(z)}{dz} = \frac{\cos(z)}{z^2} - \frac{\sin(z)}{z^2} + i \left[\frac{\cos(z)}{z^2} + \frac{\sin(z)}{z} \right];$$

$$A_0(kR) = -i\omega_0 a_0 \left\{ k \left[\frac{\cos(kR)}{kr} - \frac{\sin(kR)}{(kr)^2} \right] \right.$$

$$\left. + ik \left[\frac{\cos(kR)}{(kR)^2} + \frac{\sin(kR)}{kR} \right] \right\}^{-1};$$

$$h_1^{(2)}(z) = \frac{\sin(z)}{z^2} - \frac{\cos(z)}{z} + i \left[\frac{\cos(z)}{z^2} + \frac{\sin(z)}{z} \right];$$

$$\frac{dh_1^{(2)}(z)}{dz} = \left(\frac{1}{z} - \frac{2}{z^3} \right) \sin(z) + \frac{2 \cos(z)}{z^2} + i \left[\left(\frac{1}{z} - \frac{2}{z^3} \right) \cos(z) - \frac{2 \sin(z)}{z^2} \right];$$

$$A_1(kR) = -i\omega_1 a_1 \left\{ k \left[\left(\frac{1}{kR} - \frac{2}{(kR)^3} \right) \sin(kR) + \frac{2 \cos(kR)}{(kR)^2} \right] + ik \left[\left(\frac{1}{kR} - \frac{2}{(kR)^3} \right) \cos(kR) - \frac{2 \sin(kR)}{(kR)^2} \right] \right\}^{-1};$$

$$h_2^{(2)}(z) = \left(\frac{3}{z^3} - \frac{1}{z} \right) \cdot \sin(z) - \frac{3}{z^2} \cos(z) + i \left[\left(\frac{3}{z^3} - \frac{1}{z} \right) \cos(z) + \frac{3}{z^2} \cos(z) \right];$$

$$\frac{dh_2^{(2)}(z)}{dz} = \left(\frac{4}{z^2} - \frac{9}{z^4} \right) \sin(z) - \left(\frac{1}{z} - \frac{9}{z^3} \right) \cos(z) + i \left[\left(\frac{1}{z^2} - \frac{6}{z^3} - \frac{9}{z^4} \right) \cos(z) + \left(\frac{1}{z} - \frac{3}{z^2} - \frac{3}{z^3} \right) \sin(z) \right];$$

$$A_2(kR) = -i\omega_2 a_2 \left\{ k \left[\left(\frac{4}{(kR)^2} - \frac{9}{(kR)^4} \right) \sin(kR) - \left(\frac{1}{kR} - \frac{9}{(kR)^3} \right) \cos(kR) \right] + ik \left[\left(\frac{1}{(kR)^2} - \frac{6}{(kR)^3} - \frac{9}{(kR)^4} \right) \cos(kR) + \left(\frac{1}{kR} - \frac{3}{(kR)^2} - \frac{3}{(kR)^3} \right) \sin(kR) \right] \right\}^{-1}.$$

Входящую в формулу (10) сферическую функцию Ханкеля при больших значениях аргумента kr (в так называемой „волновой зоне“ акустического излучения) можно представить в виде ряда по его отрицательным степеням в соответствии с известными соотношениями [12]

$$h_n^{(2)}(z) = i^{n+1} z^{-1} \exp(-iz) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(n+m)!}{m!(n-m)!} (2iz)^{-m}. \quad (13)$$

Кроме того, при больших значениях аргумента в выражении (13) в сумме можно оставить только первое слагаемое, член с $m = 0$,

$$z \gg 1: \quad h_n^{(2)}(z) \approx i^{n+1} z^{-1} \exp(-iz).$$

Напомним, что такое представление справедливо на больших расстояниях от поверхности капли в волновой зоне, которая характеризуется условиями

$$r \gg R, \quad kR \ll 1,$$

когда особенности геометрии излучающей системы не сказываются на форме волн, которые становятся сферическими, а их амплитуда с расстоянием убывает по закону $\sim 1/r$.

Таким образом, при расстояниях, много больших длины излучаемой акустической волны, потенциал поля скоростей во внешней среде будет представляться суперпозицией расходящихся сферических волн и может быть записан в виде ряда

$$\psi(\Theta, t) \approx \sum_{n=0}^{\infty} A_n i^{n+1} \frac{1}{kr} \exp(i\omega t - ikr) P_n(\mu).$$

Поскольку поле скоростей движения среды определяется градиентом потенциала $\mathbf{U} = \text{Re} [\text{grad } \psi]$, то в линейном по r^{-1} приближении поле скоростей во внешней среде будет иметь вид

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \approx \text{Re} \left[\sum_{n=0}^{\infty} -i^{n+2} A_n \frac{1}{r} \exp(i\omega t - ikr) P_n(\mu) \right] \mathbf{n}, \quad (14)$$

т. е. имеет в используемом приближении только радиальную компоненту.

Представив комплексную амплитуду A_n в виде $A_n = \alpha_n \exp(i\beta_n)$, перепишем (14)

$$\mathbf{U} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} -\frac{\alpha_n}{kr} \cos(\omega t - kr + \kappa_n) P_n(\mu) \right] \mathbf{n};$$

$$\kappa_n = \frac{1}{2} \pi(n+2)\beta_n.$$

Определим амплитуду поля скоростей α_n для нулевой, первой и второй мод

$$\alpha_n = \text{mod}(A_n); \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{a_0^{(2)} k^4 R^4 \omega_0^2}{1 + k^2 R^2}};$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{a_1^2 k^6 R^6 \omega_1^2}{1 + k^4 R^4}};$$

$$\alpha_2 = (a_2^2 k^8 R^8 \omega_2^2)^{1/2} [81 + 54kR + 18k^2 R^2 + 3k^3 R^3 + k^4 R^4 - 3k^5 R^5 + k^6 R^6 + 3kR(18 + 27kR - 5k^2 R^2) - 6k^3 R^3 + k^4 R^4] \cos(2kR) - 3kR(18 - 15kR - 17k^2 R^2 + 3k^3 R^3 + k^4 R^4) \sin(2kR)]^{-1/2}. \quad (15)$$

Сравним интенсивности акустических волн с $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$, имея в виду, что интенсивность акустического поля пропорциональна квадрату поля скоростей, и принимая $a_0 = a_1 = a_2$, $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2$, $kR \ll 1$,

$$\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)_{kR \ll 1}^2 \approx \frac{81}{4(kR)^2}; \quad \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_2} \right)_{kR \ll 1}^2 \approx \frac{81}{4(kR)^4}. \quad (16)$$

Поскольку в этих оценках длина акустической волны из звукового диапазона много больше радиуса капли,

то $kR \ll 1$. В итоге, исходя из выражений (16), можно сделать вывод, что при прочих равных условиях монополюсное излучение оказывается значительно более интенсивным, чем дипольное и квадрупольное, а дипольное — более интенсивно, чем квадрупольное.

7. Проведенное сравнение интенсивностей акустического излучения, связанных с тремя первыми модами осцилляций модельного сферического излучателя, чтобы быть приложенным к осциллирующей капле, должно быть предварено двумя оценками, касающимися амплитуд и частот осцилляций различных мод.

При оценках в предыдущем разделе принималось, что частоты всех мод осцилляций модельного излучателя равны между собой. Для капли такое предположение неверно, а частоты линейных осцилляций основной моды капли во внешней среде определяются выражением (2). Значит, это выражение даст нам частоту квадрупольного акустического излучения. Частота нелинейных осцилляций нулевой моды капли, определяющей монополюсное излучение, вдвое больше частоты осцилляций моды, определяющей начальную деформацию (в разбираемой ситуации вдвое больше частоты осцилляций основной моды), т.е. $\omega_0 = 2\omega_2$. Значит, согласно (15), отношение $(\alpha_0/\alpha_2)^2$, определяемое (16), будет вчетверо больше. Аналогично можно уточнить и оценку отношения α_1/α_2 , которое также увеличится, если учесть, что, согласно (5), частота осцилляций трансляционной моды в рассматриваемой ситуации определяется суммой частот основной и третьей мод осцилляций капли, а с ростом номера моды n частота увеличивается $\sim n^{3/2}$ [3]. Несложно посчитать, что при учете зависимости частоты от номера моды величина отношения $(\alpha_1/\alpha_2)^2$ увеличится примерно на порядок. Таким образом, учет реальной зависимости частот осцилляций нулевой, трансляционной и основной мод капли от номеров мод только усиливает оценки (16).

Далее необходимо учесть, что при оценке интенсивностей монополюсной и квадрупольной компонент полного акустического излучения мы требовали начального возбуждения лишь основной моды, тогда как при оценке интенсивности дипольного излучения пришлось возбуждать вторую и третью моды, поскольку только в этом случае за счет нелинейного взаимодействия возбуждается трансляционная мода. Строго говоря, из соображений корректности необходимо провести оценки интенсивности монополюсной и квадрупольной компонент при начальном возбуждении тех же двух мод — второй и третьей. Несложно, однако, видеть, что дополнительное возбуждение третьей моды никак не скажется на интенсивности квадрупольного излучения, поскольку в линейном по амплитуде осцилляций капли приближении, в котором появляется эта компонента излучения, отдельные моды капли не взаимодействуют между собой и перекачка энергии из третьей моды во вторую места не имеет. Что касается амплитуды осцилляций нулевой моды капли, то она при дополнительном возбуждении третьей моды изменится, но незначительно, с точностью до множителя ~ 1 [13]. Поскольку же амплитуда

поля скоростей монополюсного акустического излучения, связанного с нулевой модой, много больше амплитуд дипольного и квадрупольного излучений, то полученное выше соотношение амплитуд скоростей излучения практически не изменится.

Заключение

Аналитические оценки интенсивности акустического излучения от осциллирующей капли проводятся на основе двух видов разложений: по мультиполям (по обратным степеням безразмерного расстояния до точки наблюдения в так называемой „волновой зоне“ излучения, по степеням $1/kr$) и по амплитуде осцилляций капли (по степеням $|\xi|/R$). В жидкокапельных системах естественного происхождения, например в дождевых облаках, характерные значения параметра $|\xi|/R$ имеют величину порядка десятых долей единицы, такой же порядок величины характерен и для $1/kr$ (хотя $1/kr$ может быть и существенно меньше на больших расстояниях от капли). В результате проведения мультиполюсного разложения в волновой зоне излучения монополюсная компонента поля скоростей акустического излучения приобретает порядок $a_0(kR)^2/(kr)$, дипольная компонента — $a_1(kR)^3/(kr)$, а квадрупольная — $a_2(kR)^4/(kr)$, где $kR \ll 1$, поскольку длина акустической волны звукового диапазона больше радиуса капли на много порядков, т.е. при равных амплитудах a_i наиболее интенсивной является монополюсная компонента излучения. Учтем теперь, что при разложении по амплитуде осцилляций капли амплитудное значение квадрупольной компоненты поля скоростей излучения приобретает порядок $a_0 \sim (|\xi|/R)$, а монополюсной и дипольной — порядок $a_1, a_2 \sim (|\xi|/R)^2$. В итоге порядки малости мультиполюсных компонент поля скоростей акустического излучения определяются соотношениями

$$\alpha_0 \sim (|\xi|/R)^2(kR)^2/(kr), \quad \alpha_1 \sim (|\xi|/R)^2(kR)^3/(kr),$$

$$\alpha_2 \sim (|\xi|/R)(kR)^4/(kr).$$

Из полученных выражений видно, что отношения амплитудных коэффициентов поля скоростей акустического излучения в волновой зоне определяются соотношением двух малых параметров $(|\xi|/R)$ и (kR) . Как выше отмечалось, $(|\xi|/R) \sim 0.1$, параметр же (kR) для жидкокапельных систем естественного происхождения, излучающих звук в слышимом диапазоне, меньше единицы на несколько порядков (так, для крупной $R = 0.01$ см дождевой капли, излучающей звуковую волну с частотой 1 kHz, $kR = 3 \cdot 10^{-4}$). Последнее обстоятельство и объясняет полученный в [9–11] результат: монополюсная и дипольная компоненты акустического излучения осциллирующей капли в слышимом диапазоне, порождающиеся ее нелинейными осцилляциями, имеющими второй порядок малости по амплитуде осцилляций, оказываются более интенсивными, чем квадрупольная

компонента, порождаемая осцилляциями основной моды, имеющей первый порядок малости. Собственно указанное соотношение интенсивностей сохранится и в ультразвуковом диапазоне длин волн, когда $(|\xi|/R) > (kR)$.

Список литературы

- [1] *Грин Х., Лейн В.* Аэрозоли — пыли, дымы и туманы. Л.: Химия, 1969. 427 с.
- [2] *Качурин Л.Г.* Физические основы воздействия на атмосферные процессы. Л.: Гидрометеониздат, 1990. 463 с.
- [3] *Стретт Дж.В.* (лорд Релей). Теория звука. Т. 2. М.: ГИТТЛ, 1955. 496 с.
- [4] *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 351 с.
- [5] *Шаганов В.Ш.* // Изв. АН СССР. ФАО. 1988. Т. 24. № 5. С. 506–512.
- [6] *Suryanarayana P.V.R., Bayazitoglu Y.* // Phys. Fluids. 1991. Vol. 3. N 5. P. 967–977.
- [7] *Won-Kyu Rhim, Sang Kun Chung, Hyson M.T.* et al. // IEEE Transaction on Industry Applications. 1987. Vol. IA-23. N 6. P. 975–979.
- [8] *Yarin A.L., Brenn G., Kastner O., Rensink D., Tropea C.* Evaporation of acoustically levitated droplets // J. Fluid Mech. 1999. Vol. 399. P. 151–204.
- [9] *Григорьев А.И., Гаиров А.Р.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 11. С. 6–11.
- [10] *Гаиров А.Р., Ширяева С.О., Григорьев А.И., Белоножко Д.Ф.* // ПЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 4. С. 22–28.
- [11] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Гаиров А.Р., Белоножко Д.Ф.* // ПЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 22. С. 7–13.
- [12] *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [13] *Ширяева С.О.* // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 4. С. 15–22.