

01;05

## Допустимый перегрев и предельный ток в сверхпроводящем композите при крипе магнитного потока

© В.Р. Романовский

Российский научный центр „Курчатовский институт“,  
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 13 декабря 2002 г.)

Проведен анализ условий возникновения неустойчивости при вводе тока в сверхпроводящий композит с предельно низкой скоростью, когда неоднородный характер распределения температуры и электрического поля по сечению композита пренебрежимо мал. Записаны уравнения, позволяющие оценить влияние крипа магнитного потока на максимально допустимые значения тока и температуры сверхпроводника, предшествующие возникновению неустойчивости. Показано, что допустимый перегрев композита зависит от условий его тепловой стабилизации и прежде всего в области, близкой к области стационарной стабилизации. Отмечено возможное расхождение в условиях существования стабильных токовых состояний, достигаемых при крипе магнитного потока, описываемого степенным и экспоненциальным уравнениями вольт-амперных характеристик.

### Введение

Одной из основных характеристик токонесущей способности сверхпроводящего композита является ток (предельный ток), который может быть введен в сверхпроводник с предельно низкой скоростью без его перехода в нормальное состояние. Он соответствует максимальному значению токовой нагрузки, допустимой в каждом конкретном случае для токонесущего элемента рассматриваемой сверхпроводящей магнитной системы. Существование предельного тока является прямым следствием крипа магнитного потока, когда в процессе ввода тока внутри сверхпроводника задолго до возникновения неустойчивости появляется конечное электрическое напряжение, а значит, имеет место постоянное тепловыделение. При определенных условиях тепловое равновесие между выделяемым и отводимым в хладагент количествами тепла нарушается. В результате этого распределение электрического поля внутри композита перестает быть стабильным и он переходит в нормальное состояние.

Впервые понятие о предельном токе было сформулировано в [1]. В работах [2,3] обсуждались особенности формирования токовых состояний, предшествующих предельным. В частности, сделан вывод, что при малых скоростях ввода тока независимо от условий охлаждения (а в общем случае и от условий тепловой стабилизации композитного сверхпроводника) неустойчивость возникает вследствие существования весьма малого допустимого перегрева композита, равного так называемому температурному параметру нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника. Однако условия теплового равновесия между выделяемым и отводимым количествами тепла изменяются при варьировании коэффициента теплоотдачи, а значит, они должны зависеть от условий тепловой стабилизации композитного сверхпроводника. В связи с этим в настоящей работе приведены

результаты исследования тепловых состояний сверхпроводящего композита и соответствующих значений предельных токов в зависимости от условий его тепловой стабилизации и вида вольт-амперных характеристик, которые широко используются для феноменологического описания крипа магнитного потока.

### Феноменологические модели вольт-амперной характеристики сверхпроводника

Зависимость электрического поля от тока, индуцированного внутри сверхпроводника изменяющимся током, можно условно разбить на два участка. Вначале оно нелинейно возрастает с током. Затем начиная с некоторого значения введенного тока, может происходить линейный рост напряженности электрического поля.

Нелинейный участок ВАХ является следствием многих причин. Прежде всего его вид определяется зависимостью активационной энергии от протекающего по сверхпроводнику тока [4,5]. Поэтому, имея уравнение потенциального барьера, нетрудно получить соответствующее уравнение ВАХ. Однако подобный вывод ВАХ не всегда позволяет в полной мере описать все механизмы, ответственные за токонесущую способность сверхпроводника ввиду их многообразия и сложности. В связи с этим зачастую оказывается более целесообразным использование феноменологических моделей ВАХ, сформулированных на основе многочисленных экспериментов.

В настоящее время для феноменологического описания ВАХ как низкотемпературных, так и высокотемпературных сверхпроводников широко используются степенная и экспоненциальная модели. В простейших

случаях они имеют вид [6,7]

$$E = E_C \left( \frac{J}{J_C} \right)^n, \quad (1)$$

$$E = E_C \exp \left( \frac{J - J_C}{J_\delta} \right). \quad (2)$$

Здесь  $J_C$  — плотность тока, определенная при некотором заданном значении напряженности электрического поля  $E_C$ ;  $n$  — показатель степени ВАХ;  $J_\delta$  — константа, определяющая крутизну нарастания ВАХ. Для ВАХ вида (1) характерна логарифмическая зависимость потенциального барьера от тока, когда крип магнитного потока обусловлен множественными пространственными дефектами кристаллической решетки сверхпроводника. В основе аппроксимации ВАХ вида (2) лежит модель Андерсона–Кима [4,5] в случае линейной зависимости потенциального барьера от тока. Подобные ВАХ характерны для сверхпроводников с точечными дефектами его структуры. Есть и макроскопические причины, приводящие к экспоненциальному росту ВАХ. В частности, он может являться следствием объемной неоднородности физических свойств сверхпроводника, когда внутри всего объема сверхпроводящий переход происходит при различных значениях температуры, магнитной индукции, плотности протекающего тока. Кроме объемной неоднородности критических параметров сверхпроводника у него может наблюдаться продольная неоднородность сверхпроводящих свойств. При этом вместо линейного показателя степени в экспоненте ВАХ вида (2) появляется квадратичная зависимость. Однако форма ВАХ подобных сверхпроводящих материалов также с удовлетворительной точностью аппроксимируется с помощью уравнения (1).

Хотя записанные выше соотношения не исчерпывают всего многообразия ВАХ сверхпроводников, они позволяют с удовлетворительной точностью описать широкий спектр экспериментальных данных. Существенным удобством записанных моделей ВАХ является их предельный переход к модели критического состояния [8] при  $n \rightarrow \infty$  и  $J_\delta \rightarrow 0$ . Кроме этого, степенное и экспоненциальное уравнения вида (1), (2) позволяют аппроксимировать практически любую наблюдаемую в эксперименте зависимость  $E(J)$ , варьируя соответствующим образом исходные параметры уравнений ВАХ.

## Результаты

Рассмотрим ввод тока в охлаждаемый сверхпроводящий композит, представляющий собой композицию из сверхпроводника в ВАХ вида (1), (2), равномерно распределенного внутри стабилизирующей матрицы из нормального металла. Будем предполагать, что время ввода тока достаточно велико и неоднородности распределения по его сечению температуры и электрического поля пренебрежимо малы. Формально это соответствует

вводу тока с бесконечно малой скоростью. В рамках данной модели тепловое состояние сверхпроводящего композита может быть описано упрощенным уравнением теплового баланса

$$EJ = \frac{hp}{S} (T - T_0),$$

где  $h$  — коэффициент теплоотдачи;  $p$  — охлаждаемый периметр композита;  $S$  — площадь его поперечного сечения;  $T_0$  — температура хладагента;  $J$  — общая плотность тока в композите, равная сумме токов в сверхпроводнике с плотностью  $J_s$  и в матрице с плотностью  $J_m$

$$J = \eta J_s + (1 - \eta) J_m.$$

При этом индуцированная вводом тока напряженность электрического поля определяется из условия равенства падения напряжения на сверхпроводнике и матрице. Для сверхпроводящего композита со степенной ВАХ оно записывается в виде

$$E = E_C \left( \frac{J_s}{J_C} \right)^n = J_m \rho_m$$

и для сверхпроводящего композита с экспоненциальной ВАХ соответствующие уравнения имеют вид

$$E = E_C \exp \frac{J_s - J_C}{J_\delta} = J_m \rho_m$$

Для упрощения дальнейшего анализа будем предполагать, что плотность тока  $J_C$  линейно зависит только от температуры и может быть представлена как [6,7]

$$J_C = J_{C0} \frac{T_C - T}{T_C - T_0}.$$

Здесь  $J_{C0}$ ,  $T_C$  — заданные константы. Введем безразмерные переменные

$$i = \frac{J}{\eta J_{C0}}, \quad e = \frac{E(1 - \eta)}{\eta \rho_m J_{C0}}, \quad e_C = \frac{E_C(1 - \eta)}{\eta \rho_m J_{C0}},$$

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_C - T_0}, \quad \delta = \frac{J_\delta}{J_{C0}}.$$

Исключая в записанной системе уравнений температуру, нетрудно получить соответствующие безразмерные зависимости напряженности электрического поля от тока

$$\frac{e}{e_C} = \begin{cases} \left( \frac{i - e}{1 - \alpha e i} \right)^{1/n}, \\ \exp \frac{i - e - 1 + \alpha e i}{\delta}, \end{cases}$$

где  $\alpha$  — параметр тепловой стабильности [6,7], равный

$$\alpha = \frac{\eta^2 J_{C0}^2 \rho_m S}{hp(1 - \eta)(T_C - T_0)}.$$

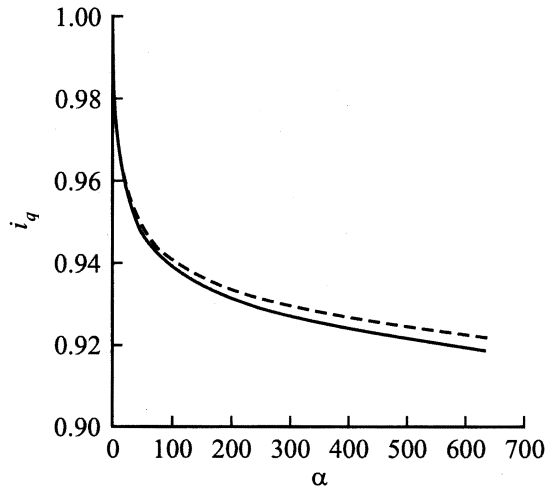


Рис. 1. Влияние параметра тепловой стабильности на предельный ток. --- BAX (1), — BAX (2).

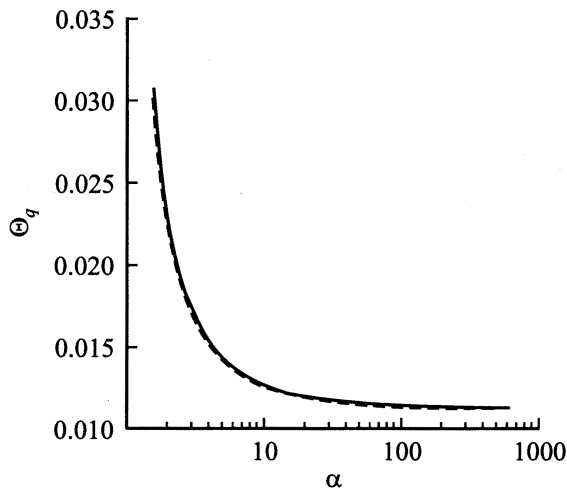


Рис. 2. Зависимость допустимого перегрева от параметра тепловой стабильности. Обозначения те же, что и на рис. 1.

Нарушение устойчивости процесса ввода тока происходит при нарушении теплового баланса между джоулевым тепловыделением в композите и теплоотводом в хладагент с его поверхности. В результате этого неустойчивость будет иметь место при  $\partial e / \partial i \rightarrow \infty$  [1]. Согласно данному условию нетрудно найти предельный ток и соответствующие ему электрическое напряжение и перегрев. Для сверхпроводящих сред со степенной ВАХ эти значения описываются формулами

$$i_q = \frac{e_q + \left(\frac{e_q}{e_c}\right)^{1/n}}{1 + \alpha e_q \left(\frac{e_q}{e_c}\right)^{1/n}},$$

$$e_q = \frac{1 - n + \alpha i_q^2 (1 + n) - \sqrt{[1 - n + \alpha i_q^2 (1 + n)]^2 - 4 \alpha i_q^2}}{2 \alpha i_q^2},$$

$$\Theta_q = \alpha e_q i_q,$$

а для сверхпроводящих сред с экспоненциальной ВАХ имеют место следующие соотношения:

$$i_q = 1 - \delta - \delta \ln \frac{(\alpha i_q - 1) e_c}{\delta},$$

$$e_q = \frac{\delta}{\alpha i_q - 1}, \quad \Theta_q = \frac{\alpha i_q \delta}{\alpha i_q - 1}.$$

Записанные выражения позволяют оценить значения предельного тока и допустимого перегрева композита, предшествующих разрушению его сверхпроводящих свойств с учетом крипа, описываемых уравнениями (1), (2).

На рис. 1, 2 приведены предельные токи и допустимые перегревы как функции параметра стабильности, т.е. в зависимости от количества и качества стабилизирующего нормального металла и условий теплоотвода. Исходные параметры принимались равными  $J_{C0} = 3.5 \cdot 10^9 \text{ A/m}^2$ ,  $E_C = 0.6522 \cdot 10^{-2} \text{ V/m}$ ,  $J_\delta = 4 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ ,  $n = 87.5$ ,  $T_0 = 4.2 \text{ K}$ ,  $T_C = 9 \text{ K}$ ,  $\rho_m = 2 \cdot 10^{-10} \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\eta = 0.5$ ,  $\alpha = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ . При этом значение  $J_\delta$  выбиралось таким, чтобы выполнялось условие  $n = J_{C0}/J_\delta$ . В этом случае ВАХ, рассчитанные по уравнениям (1), (2) в изотермическом приближении ( $T = 4.2 \text{ K}$ ), касаются друг друга в заданной точке  $\{J_{C0}, E_C\}$  (рис. 3). Данные параметры описывают Nb-Ti сверхпроводник в медной матрице.

Приведенные результаты демонстрируют существование области значений параметра стабильности, при которых допустимый перегрев и предельные токи в существенной мере оказываются зависимыми от параметра стабильности. Данная зависимость имеет место при  $\alpha < 10$ , т.е. для параметров, близких к стационарной стабилизации, когда сверхпроводящий композит может полностью реализовать свою токнесущую способность. Как известно, эти значения  $\alpha$  соответствуют повышенным мерам тепловой стабилизации токнесущих элементов, которые применяются для обеспечения безава-

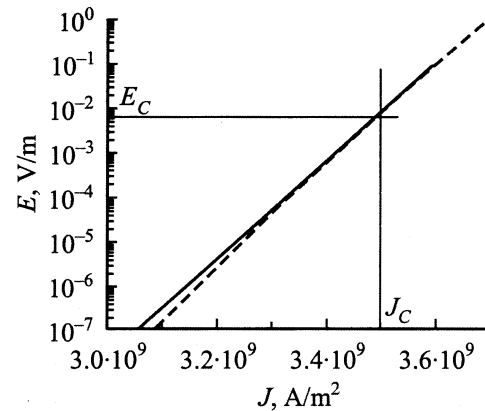
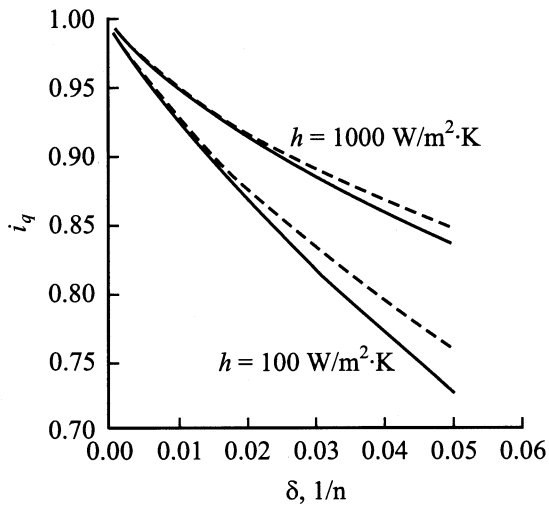
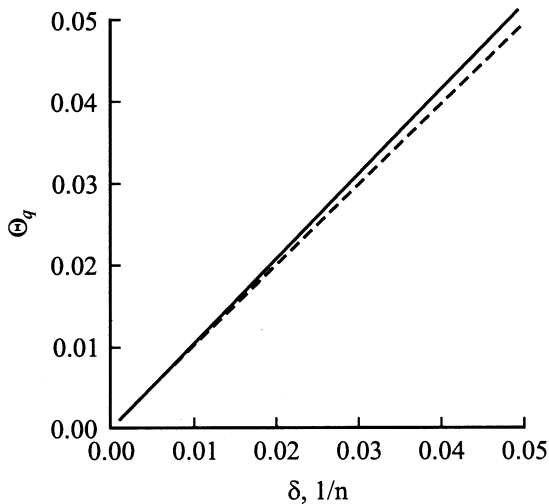


Рис. 3. Изотермические ВАХ Nb-Ti сверхпроводника, рассчитанные по различным управлениям. Обозначения те же, что и на рис. 1.



**Рис. 4.** Предельный ток в зависимости от параметров нарастания ВАХ. Обозначения те же, что и на рис. 1.



**Рис. 5.** Зависимость допустимого перегрева от параметров нарастания ВАХ. Обозначения те же, что и на рис. 1.

риной работоспособности крупных сверхпроводящих магнитных систем. В целом с увеличением  $\alpha$  (например, при уменьшении коэффициента теплоотдачи) предельный ток и допустимый перегрев монотонно уменьшаются, асимптотически приближаясь к своим минимальным значениям. Согласно записанным решениям, при  $\alpha \rightarrow \infty$  имеют место соотношения  $i_q \rightarrow 0$ ,  $\Theta_q \rightarrow 1/(\eta + 1)$  для ВАХ степенного вида и  $i_q \rightarrow 0$ ,  $\Theta_q \rightarrow \delta$  для ВАХ экспоненциального вида. Следовательно, вывод о независимости допустимого перегрева от условий тепловой стабилизации композитного сверхпроводника, который был сделан в работах [2,3], не является правомерным для всего диапазона изменения параметра стабильности  $\alpha$ . Этот результат необходимо принимать во внимание для корректного объяснения физических причин, лежащих в основе анализа стабильных значений предельных то-

ков, близких к критическим ( $i \rightarrow 1$ ), которые могут быть достигнуты, даже несмотря на наличие крипа магнитного потока.

На рис. 4, 5 сопоставлены результаты расчета предельного тока и допустимого перегрева в зависимости от вида и степени нелинейности ВАХ сверхпроводника. Построенные кривые показывают, что токонесущая способность композитных сверхпроводников практически линейно уменьшается с увеличением параметров нелинейности ВАХ при соответствующем увеличении допустимого перегрева, предшествующего возникновению неустойчивости. Поэтому деградация предельного тока будет неизбежно возрастать при увеличении степени „размытости“ ВАХ сверхпроводника.

Из приведенных результатов также следует, что ВАХ степенного и экспоненциального вида, строго говоря, не приводят к эквивалентным значениям параметров, обеспечивающих устойчивые токовые состояния сверхпроводников. Они практически одинаковы только лишь при наличии высоких значений коэффициента теплоотдачи и резко возрастающих ВАХ, нелинейные свойства которых характеризуются относительно малыми значениями  $1/n$ ,  $\delta$ . Поэтому модели крипа (1), (2) не будут иметь существенного различия для низкотемпературных сверхпроводников, сохраняющих свои сверхпроводящие свойства при температурах жидкого гелия. Но изменение результатов расчета теплового и электродинамического состояний у высокотемпературных сверхпроводников оказывается зависимым от типа ВАХ, описываемых уравнениями вида (1), (2). Это необходимо учитывать при обработке экспериментальных данных по измерению ВАХ высокотемпературных сверхпроводников.

Таким образом, проведенный анализ стабильных сверхпроводящих состояний, достигаемых при крипе магнитного потока до момента времени возникновения неустойчивости, вызванной вводом тока в композит, показывает существование зависимости допустимого перегрева композитного сверхпроводника от условий его тепловой стабилизации. В результате этого существует нетривиальная связь между температурой композита и соответствующим значением допустимого тока, ниже которых сверхпроводимость композита сохраняется и он реализует свои токонесущие свойства. Выполненное исследование также позволило установить, что состояния сверхпроводника при крипе магнитного потока, описываемого феноменологическими уравнениями ВАХ степенного и экспоненциального вида, в общем случае не являются эквивалентными. Тожественность в условиях устойчивости вводимого тока нарушается с увеличением значений  $\delta$ ,  $1/n$ , определяющих степень „размытия“ ВАХ сверхпроводника.

Работа выполнена в рамках проекта № 01-02-16252, поддержанного Российским фондом фундаментальных исследований.

## Список литературы

- [1] *Polak M., Hlasnik I., Krempasky L.* // *Cryogenics*, 1973. Vol. 13. N 12. P. 702–711.
- [2] *Клименко Е.Ю., Мартовецкий Н.Н., Новиков С.И.* // *ДАН СССР*. 1981. Т. 261. № 6. С. 1350–1354.
- [3] *Клименко Е.Ю., Мартовецкий Н.Н., Новиков С.И.* // *ДАН СССР*. 1985. Т. 282. № 5. С. 1123–1127.
- [4] *Anderson P.W.* // *Phys. Rev. Lett.*, 1962. Vol. 9. N 7. P. 309–311.
- [5] *Anderson P.W., Kim Y.B.* // *Rev. Mod. Phys.*, 1964. Vol. 36. N 1. P. 39–43.
- [6] *Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л.* *Физика композитных сверхпроводников*. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [7] *Уилсон М.* *Сверхпроводящие магниты*. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [8] *Bean C.P.* // *Phys. Rev. Lett.* 1962. Vol. 8. N 6. P. 250–253.