

# Влияние бихроматического электрического поля на вольт-амперную характеристику сверхрешетки на основе графена

© С.В. Крючков<sup>\*+</sup>, Е.И. Кухарь<sup>\*×†</sup>

<sup>\*</sup> Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 400131 Волгоград, Россия

<sup>+</sup> Волгоградский государственный технический университет, 400131 Волгоград, Россия

<sup>×</sup> Волгоградский государственный медицинский университет, 400131 Волгоград, Россия

(Получена 18 октября 2011 г. Принята к печати 14 ноября 2011 г.)

Рассчитана продольная вольт-амперная характеристика сверхрешетки на основе графена в условиях высокочастотных электрических полей, напряженность одного из которых совершает колебания вдоль оси сверхрешетки, а другого — перпендикулярно этой оси. При наличии только поперечного высокочастотного поля показана возможность резкого возрастания плотности тока в области отрицательной дифференциальной проводимости статической вольт-амперной характеристики сверхрешетки. Скачок плотности тока возникает, когда частота колебаний напряженности поля приближается к частоте блоховских осцилляций. Показано, что в такой ситуации поглощение электромагнитной волны сверхрешеткой на основе графена сменяется усилением.

## 1. Введение

Графен, полученный недавно в лаборатории [1], вызывает повышенный интерес у исследователей в связи со следующими причинами. Длина свободного пробега электрона в графене имеет порядок микрометра [1], что позволяет использовать его для создания микрометровых приборов, работающих в баллистическом режиме. Высокая электрическая проводимость делает графен перспективным материалом для использования в нанoeлектронике. На его основе уже разработаны образцы полевых транзисторов и некоторых других электронных приборов [2,3].

Особенности зонной структуры графена обуславливают его необычные электронные свойства [4–6]. Нелинейные кинетические эффекты в этом материале [7–11] связаны с непараболичностью и неаддитивностью электронного спектра. Неаддитивность спектра графена приводит к взаимному влиянию движений электрона вдоль взаимно перпендикулярных направлений.

В последнее время возрос интерес к сверхрешеткам (СР) на основе графена (ГСР) [12,13]. Электронный спектр СР, образованный графеновым листом, нанесенным на периодическую подложку [12], изучен в [13], где показано, что вблизи дираковской точки энергия движения электрона вдоль оси ГСР периодически зависит от его квазиимпульса в этом направлении. Дополнительный СР потенциал в графене вызывает интерес еще и в связи с проблемой так называемого блоховского генератора [14,15]. Поэтому исследования поглощения терагерцового электромагнитного (ЭМ) излучения и влияния высокочастотных полей на вольт-амперную характеристику (ВАХ) ГСР являются весьма актуальными.

В [14] изучено влияние на продольную ВАХ объемной СР высокочастотного электрического поля, осциллирующего вдоль оси СР. Этот эффект для ГСР исследован

в [16], где также вычислена постоянная составляющая тока, возникающего перпендикулярно оси ГСР в условиях эллиптически поляризованной ЭМ волны и постоянного электрического поля, приложенного вдоль оси ГСР. Важно отметить, что в [16] показана возможность возникновения областей с отрицательной дифференциальной проводимостью и абсолютной отрицательной проводимостью в поперечном по отношению к оси ГСР направлении.

Далее показана возможность влияния на продольную ВАХ ГСР высокочастотных электрических полей, осциллирующих во взаимно перпендикулярных направлениях, и исследовано влияние постоянного продольного электрического поля на поглощение ЭМ волны, плоскость поляризации которой ортогональна оси ГСР.

## 2. Продольная ВАХ ГСР в условии бихроматического электрического поля

Пусть графен расположен в плоскости  $xz$ . Численный анализ дисперсионного соотношения [13], проведенный в [16], показал, что электронный спектр ГСР можно приближенно записать в следующем явном виде:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\varepsilon_0^2 + p_x^2 v_F^2} + \frac{\varepsilon_1^2}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + p_x^2 v_F^2}} \left( 1 - \cos \frac{p_z d}{\hbar} \right), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_0 = 0.059$  эВ,  $\varepsilon_1 = 0.029$  эВ,  $d = 2 \cdot 10^{-6}$  см — период ГСР,  $v_F = 10^8$  см/с — скорость на поверхности Ферми,  $Oz$  — ось ГСР. В новых обозначениях:  $q_x = p_x d / \hbar$ ,  $q_z = p_z d / \hbar$ ,  $\gamma = \hbar v_F / d \varepsilon_0$ ,  $\gamma_1 = \varepsilon_1 / \varepsilon_0$  выражение (1) примет вид

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_0 \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2} + \frac{\varepsilon_0 \gamma_1^2 (1 - \cos q_z)}{\sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}}. \quad (2)$$

† E-mail: eikuhar@yandex.ru

Считаем, что вдоль оси ГСР приложено постоянное электрическое поле, напряженность которого равна  $\mathbf{E} = (0, 0, E)$ . Кроме того, вдоль этой оси приложено синусоидальное электрическое поле, векторный потенциал которого равен

$$A_z = \frac{cE_1}{2\omega} \sin 2\omega t. \quad (3)$$

Другое переменное электрическое поле с вдвое меньшей частотой  $\omega$ , описываемое потенциалом

$$A_x = \frac{cE_2}{\omega} \sin(\omega t + \varphi), \quad (4)$$

совершает осцилляции в графеновой плоскости поперек оси СР. Здесь  $E_1$  и  $E_2$  — амплитуды напряженностей переменных полей,  $\varphi$  — начальная фаза колебаний (4). В этих условиях плотность электрического потока вдоль оси  $Oz$  в приближении постоянного времени релаксации  $\tau$  рассчитывается по следующей формуле:

$$j_z(t) = -\frac{e}{z} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \times \sum_{\mathbf{p}} V_z \left( \mathbf{p} + \frac{e}{c} (\mathbf{A}(t') - \mathbf{A}(t)) + e\mathbf{E}(t' - t) \right) f_0(\mathbf{p}), \quad (5)$$

где  $f_0(\mathbf{p})$  — равновесная функция распределения,  $V_z(\mathbf{p}) = \partial \varepsilon / \partial p_z$  — скорость электрона вдоль оси ГСР. Вычислив  $V_z(\mathbf{p})$ , используя закон дисперсии (2), получим для плотности тока следующее выражение:

$$j_z(t) = -\frac{ev_F \gamma_1^2}{\tau \gamma} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \frac{\sin(q_z + \omega_B(t' - t) + \alpha' - \alpha)}{\sqrt{1 + \gamma^2(q_x + \beta' - \beta)^2}}, \quad (6)$$

где  $\omega_B = eEd/\hbar$  — частота блоховских осцилляций,  $\alpha(t) = edA_z(t)/c\hbar$ ,  $\beta(t) = edA_x(t)/c\hbar$ ,  $\alpha' = \alpha(t')$ ,  $\beta' = \beta(t')$ ,  $a = edE_1/2\hbar\omega$ ,  $b = edE_2/\hbar\omega$ . Далее считаем поперечное поле слабым:  $b \ll 1$ . Во втором приближении по параметру  $b$  и с учетом четности равновесной функции распределения выражение (6) имеет вид

$$j_z(t) = \frac{ev_F \gamma_1^2}{\tau \gamma} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \sin(\omega_B(t - t') + \alpha - \alpha') \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \frac{\cos q_z}{\sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}} - \frac{ev_F \gamma_1^2 \gamma}{2\tau} \times \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta')^2 \sin(\omega_B(t - t') + \alpha - \alpha') \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \frac{(1 - 2\gamma^2 q_x^2) \cos q_z}{(1 + \gamma^2 q_x^2)^{5/2}}. \quad (7)$$

Считаем, что электроны в ГСР в отсутствие полей подчиняются статистике Больцмана, поэтому функция распределения  $f_0(\mathbf{p})$ , входящая в формулу (7), имеет вид

$$f_0(\mathbf{p}) = A_1 \exp\left(-\frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{\theta}\right), \quad (8)$$

где  $\theta$  — температура электронного газа, выраженная в энергетических единицах,  $A_1$  — постоянная, определяемая из условия нормировки:

$$\sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) = n_0, \quad (9)$$

$n_0$  — поверхностная концентрация свободных электронов в графене. Перепишем (7) с учетом (9):

$$j_z(t) = \frac{j_0}{\tau} \frac{F_1(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)}{F_0(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \times \sin(\omega_B(t - t') + \alpha - \alpha') - \frac{j_0 \gamma^2}{2\tau} \frac{F_2(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)}{F_0(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)} \times \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta')^2 \sin(\omega_B(t - t') + \alpha - \alpha'), \quad (10)$$

где обозначено:

$$F_0(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta) = \int_0^{\infty} I_0\left(\frac{\varepsilon_0 \gamma_1^2}{\theta \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}}\right) \times \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{\theta} \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}\right) dq_x,$$

$$F_1(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}} I_1\left(\frac{\varepsilon_0 \gamma_1^2}{\theta \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}}\right) \times \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{\theta} \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}\right) dq_x,$$

$$F_2(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta) = \int_0^{\infty} \frac{1 - 2\gamma^2 q_x^2}{(1 + \gamma^2 q_x^2)^{5/2}} I_1\left(\frac{\varepsilon_0 \gamma_1^2}{\theta \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}}\right) \times \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{\theta} \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}\right) dq_x, \\ j_0 = \frac{n_0 ev_F \gamma_1^2}{\gamma},$$

$I_n(x)$  — модифицированная функция Бесселя. Перепишем формулу (10) для низких температур,  $\theta \ll \varepsilon_0$ :

$$j_z(t) = j_0(\Phi_1 - \gamma^2 \Phi_2), \quad (11)$$

где введены обозначения:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \sin(\omega_B(t - t') + \alpha - \alpha'), \quad (12)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta')^2 \sin(\omega_B(t-t') + \alpha - \alpha'). \quad (13)$$

Подставив в (12) и (13) потенциалы переменных электрических полей, выраженные в безразмерных единицах:  $\alpha(t) = a \sin 2\omega t$  и  $\beta(t) = b \sin(\omega t + \varphi)$ , вычислим интегралы в формулах (12) и (13):

$$\Phi_1 = \text{Im} \sum_n \sum_k J_n(a) J_k(a) \frac{e^{i2(n-k)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2k\omega)\tau}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & \frac{b^2}{8} \text{Im} \sum_n \sum_k J_n(a) J_k(a) \left( 4 \frac{e^{i2(n-k)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2k\omega)\tau} \right. \\ & - 2 \frac{e^{i2(n-k)\omega t}}{1 - i(\omega_B + (2k+1)\omega)\tau} - 2 \frac{e^{i2(n-k)\omega t}}{1 - i(\omega_B + (2k-1)\omega)\tau} \\ & + 2 e^{i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k+1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + (2k-1)\omega)\tau} \\ & + 2 e^{-i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k-1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + (2k+1)\omega)\tau} - e^{i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k+1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2k\omega)\tau} \\ & - e^{-i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k-1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2k\omega)\tau} - e^{i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k+1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2(k-1)\omega)\tau} \\ & \left. - e^{-i2\varphi} \frac{e^{i2(n-k-1)\omega t}}{1 - i(\omega_B + 2(k+1)\omega)\tau} \right), \quad (15) \end{aligned}$$

где  $J_n(a)$  — функции Бесселя целого порядка. Определив средние по периоду осцилляций значения функций (14) и (15) и подставив результат в формулу (1), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\langle j_z \rangle}{j_0} = & J_0^2(a) \frac{\omega_B \tau}{1 + \omega_B^2 \tau^2} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(a) \left( \frac{(\omega_B + 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2n\omega)^2 \tau^2} \right. \\ & + \frac{(\omega_B - 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B - 2n\omega)^2 \tau^2} \left. - \frac{\gamma^2 b^2}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(a) \right. \\ & \times \left( \frac{2(\omega_B + 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2n\omega)^2 \tau^2} - \frac{(\omega_B + (2n+1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + (2n+1)\omega)^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - \frac{(\omega_B + (2n-1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + (2n-1)\omega)^2 \tau^2} \right) - \frac{\gamma^2 b^2 \cos 2\varphi}{4} \\ & \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) J_{n+1}(a) \left( \frac{2(\omega_B + (2n+1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + (2n+1)\omega)^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - \frac{(\omega_B + 2(n+1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2(n+1)\omega)^2 \tau^2} - \frac{(\omega_B + 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2n\omega)^2 \tau^2} \right). \quad (16) \end{aligned}$$

В отсутствие слабого поперечного поля ( $b = 0$ ) получается результат, совпадающий с [14,16]:

$$\begin{aligned} \frac{\langle j_z \rangle}{j_0} = & J_0^2(a) \frac{\omega_B \tau}{1 + \omega_B^2 \tau^2} + \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(a) \\ & \times \left( \frac{(\omega_B + 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2n\omega)^2 \tau^2} + \frac{(\omega_B - 2n\omega)\tau}{1 + (\omega_B - 2n\omega)^2 \tau^2} \right). \end{aligned}$$

В случае наличия только постоянного поля ( $a = b = 0$ ) получается известная формула для продольной ВАХ СР:

$$\frac{\langle j_z \rangle}{j_0} = \frac{\omega_B \tau}{1 + \omega_B^2 \tau^2}.$$

### 3. Эффект взаимного выпрямления двух волн с ортогональными плоскостями поляризации

При наличии полей (4), (5) и отсутствии постоянного поля ( $\omega_B = 0$ ) вдоль оси ГСР также возникает постоянный электрический ток — так называемый эффект взаимного выпрямления. Взаимное выпрямление в объемной СР двух синусоидальных ЭМ волн, частота одной из которых вдвое меньше, чем у другой, изучено в [17], где напряженности электрических полей ЭМ волн совершали осцилляции вдоль одного направления — оси СР. В [11] показано, что благодаря неаддитивности спектра ГСР такой эффект оказывается возможным и для полей, осциллирующих во взаимно перпендикулярных направлениях. Отметим здесь некоторые особенности этого эффекта, не указанные в [11]. Подставив в (16)  $\omega_B = 0$ , определяем:

$$\frac{\langle j_z \rangle}{j_0} = -\gamma^2 b^2 R(a, \omega\tau) \cos 2\varphi, \quad (17)$$

где введена следующая функция:

$$\begin{aligned} R(a, \omega\tau) = & \omega\tau \sum_{n=0}^{\infty} J_n(a) J_{n+1}(a) \left( \frac{2n+1}{1 + (2n+1)^2 \omega^2 \tau^2} \right. \\ & \left. - \frac{n+1}{1 + 4(n+1)^2 \omega^2 \tau^2} - \frac{n}{1 + 4n^2 \omega^2 \tau^2} \right). \quad (18) \end{aligned}$$

Укажем отличия результата (17) от аналогичных результатов [17–19]. Во-первых, постоянная составляющая плотности тока (17) пропорциональна квадрату амплитуды слабой волны:  $\langle j_z \rangle \propto E_2^2$  в отличие от [17,18], где ток линейен по слабому полю. Во-вторых, постоянная составляющая плотности тока пропорциональна  $\cos 2\varphi$ , а не  $\cos \varphi$ , как в случае [17,18]. В частности, постоянный ток обращается в нуль, если  $\varphi = \pi/4$ .

В случае  $\omega\tau \gg 1$  функцию (18) можно записать в следующем виде:

$$R(a, \omega\tau) = \frac{1}{4\omega\tau} \left( 3J_0(a)J_1(a) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n(a)J_{n+1}(a)}{n(n+1)(2n+1)} \right). \quad (19)$$

Зависимость функции  $R(a, \omega\tau)$  от  $a$  при  $\omega\tau = 10$ , построенная по формуле (18), показана на рис. 1.

Из графика видно, что, во-первых, постоянная составляющая плотности тока вдоль оси ГСР  $Oz$  в общем случае отлична от нуля. Это является следствием неаддитивности спектра ГСР. Во-вторых, зависимость постоянной составляющей плотности тока от интенсивности волны носит осциллирующий характер. В-третьих, в ГСР возможна смена знака постоянной составляющей плотности тока даже в отсутствие сдвига фаз в начальный момент времени между колебаниями напряженностей электрических полей ЭМ волн. В объемной полупроводниковой СР такой эффект невозможен [17,19]. Таким образом, интенсивность волны может послужить своеобразным „ключом“: изменением амплитуды можно регулировать величину и направление постоянного тока в графене.

Для малых амплитуд колебаний продольного поля:  $E_1 \ll 2\hbar\omega/ed$  электроны перераспределяются в основном по нижней части мини-зоны, где закон дисперсии квадратичен по  $p_z$ . Поэтому в пределе слабого продольного электрического поля выражение (17) должно переходить в формулу, полученную ранее для графена без СР [9]. Действительно, в линейном приближении по параметру  $a$  выражение для плотности тока (17) примет вид, совпадающий с результатом [9]:  $\langle j_z \rangle \propto E_1 E_2^2 \cos 2\varphi$ .

#### 4. Влияние поперечного переменного поля на продольную ВАХ ГСР

Как отмечено выше, в силу неаддитивности закона дисперсии (1) на продольную ВАХ ГСР способно влиять поперечное поле. Действительно, пусть продольное переменное поле отсутствует ( $a$ ), тогда с помощью формулы (16), учитывая, что  $J_n(0) = \delta_{n,0}$ , получим

$$\frac{\langle j_z \rangle}{j_0} = \left( 1 - \frac{\gamma^2 b^2}{2} \right) \frac{\omega_B \tau}{1 + \omega_B^2 \tau^2} + \frac{\gamma^2 b^2}{4} \times \left( \frac{(\omega_B + \omega)\tau}{1 + (\omega_B + \omega)^2 \tau^2} + \frac{(\omega_B - \omega)\tau}{1 + (\omega_B - \omega)^2 \tau^2} \right). \quad (20)$$

Анализ формулы (20) показывает, что в области отрицательной дифференциальной проводимости продольной ВАХ СР возникает резкое (но незначительное по величине в силу условия  $\gamma^2 b^2 \ll 1$ ) возрастание плотности тока (рис. 2), если частота напряженности поля, осциллирующего поперек оси ГСР, приближается к частоте блоховских осцилляций:  $\omega \approx \omega_B$ .

Скачок плотности тока в ВАХ, изображенной на рис. 2, можно объяснить, исследовав влияние напряженности постоянного поля  $E$  на поглощение ЭМ волны, плоскость поляризации которой ортогональна оси ГСР. Далее показана возможность смены поглощения энергии ЭМ волны усилением волны в той области, где меняется знак дифференциальной проводимости.

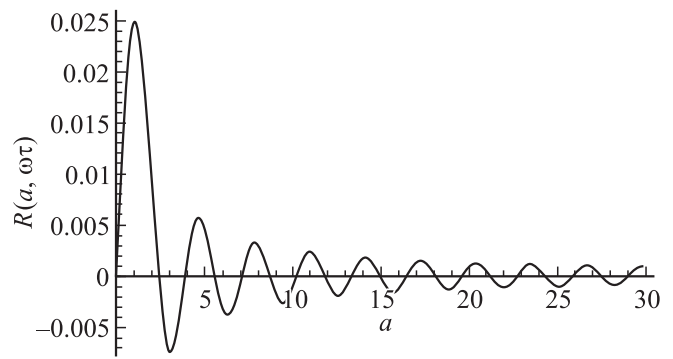


Рис. 1. Зависимость функции  $R(a, \omega\tau)$  от  $a$  при  $\omega\tau = 10$ .

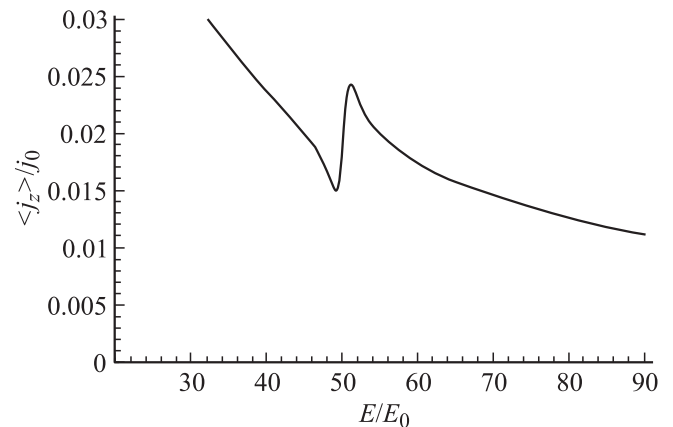


Рис. 2. Продольная ВАХ ГСР при  $\omega\tau = 50$  и  $\gamma b = 0.2$ .

Пусть ЭМ волна, поляризованная вдоль оси  $Ox$ , распространяется перпендикулярно графеновой плоскости. Плотность электрического тока вдоль оси  $Ox$  в приближении постоянного времени релаксации  $\tau$  определяется из формулы

$$j_x = -\frac{e}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} \times \sum_{\mathbf{p}} V_x \left( \mathbf{p} + \frac{e}{c} (\mathbf{A}(t') - \mathbf{A}(t)) + e\mathbf{E}(t'-t) \right) f_0(\mathbf{p}), \quad (21)$$

где  $f_0(\mathbf{p})$  — равновесная функция распределения (8),  $V_x = \partial \epsilon / \partial p_x$  — скорость электрона вдоль оси  $Ox$ . Таким образом, имеем

$$j_x(t) = -\frac{e v_{F\gamma}}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \left( \frac{q_x + \beta' - \beta + \gamma^2 (q_x + \beta' - \beta)^3}{(1 + \gamma^2 (q_x + \beta' - \beta)^2)^{3/2}} + \frac{\gamma^2 (q_x + \beta' - \beta) \cos(q_z + \omega_B(t' - t) + \alpha' - \alpha)}{(1 + \gamma^2 (q_x + \beta' - \beta)^2)^{3/2}} \right). \quad (22)$$

В линейном приближении по  $b$  (22) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 j_x(t) = & -\frac{ev_F\gamma^3}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} (\beta' - \beta) \\
 & \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \frac{q_x^2}{(1 + \gamma^2 q_x^2)^{5/2}} - \frac{ev_F\gamma_1^2\gamma}{\tau} \\
 & \times \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta') \cos(\omega_B(t-t') + \alpha - \alpha') \\
 & \times \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \frac{(1 - 2\gamma^2 q_x^2) \cos q_z}{(1 + \gamma^2 q_x^2)^{5/2}}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

После вычисления сумм по импульсам получаем:

$$\begin{aligned}
 j_x(t) = & -\frac{j_0\gamma^4}{\tau\gamma_1^2} \frac{F_3(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)}{F_0(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)} \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} (\beta' - \beta) \\
 & - \frac{j_0\gamma^2}{\tau} \frac{F_2(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)}{F_0(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta)} \int_{-\infty}^t dt' e^{\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta') \\
 & \times \cos(\omega_B(t-t') + \alpha - \alpha'). \quad (24)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 F_3(\gamma, \gamma_1, \varepsilon_0/\theta) = & \int_0^{\infty} \frac{q_x^2}{(1 + \gamma^2 q_x^2)^{5/2}} I_0 \\
 & \times \left( \frac{\varepsilon_0\gamma_1^2}{\theta\sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}} \right) \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{\theta} \sqrt{1 + \gamma^2 q_x^2}\right) dq_x
 \end{aligned}$$

При низких температурах  $\theta \ll \varepsilon_0$

$$j_x(t) = -\frac{j_0\gamma^2}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} (\beta - \beta') \cos(\omega_B(t-t') + \alpha - \alpha'). \quad (25)$$

Энергия ЭМ волны, поглощаемая электронами единицы поверхности ГСР за единицу времени, вычисляется по формуле

$$w = \langle j_x(t) E_x(t) \rangle_t, \quad (26)$$

где

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t} = -E_2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Вычислив среднее значение в (26), получим

$$\begin{aligned}
 w = & w_0 \\
 & \times \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{J_n(a)J_{n+1}(a)e^{i2\varphi} - J_{n+1}(a)J_{n+2}(a)e^{-i2\varphi}}{i + (\omega_B + 2(n+1)\omega)\tau} \right. \\
 & \left. - \frac{2J_n(a)J_{n+1}(a) \sin 2\varphi}{1 - i(\omega_B + (2n+1)\omega)\tau} + \frac{J_n^2(a) - J_{n+1}^2(a)}{i + (\omega_B + (2n+1)\omega)\tau} \right), \quad (27)
 \end{aligned}$$

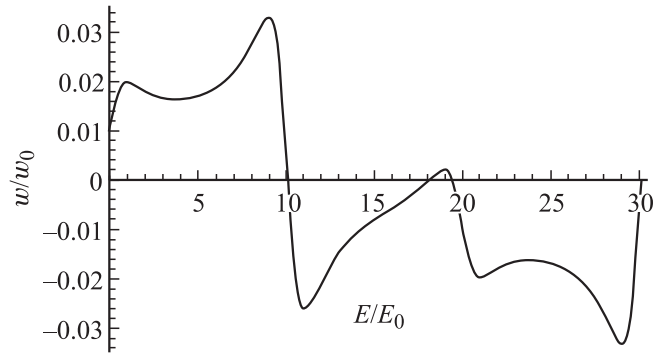


Рис. 3. Зависимость энергии ЭМ волны, поглощенной единицей площади ГСР за единицу времени, от напряженности постоянного поля при  $a = 10$ ,  $\omega\tau = 10$ ,  $\varphi = 0$ .

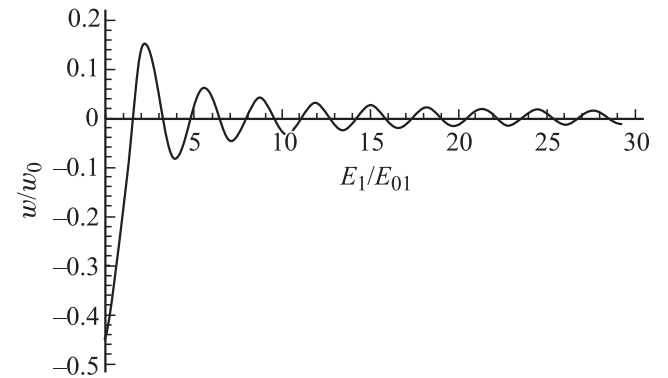


Рис. 4. Зависимость энергии ЭМ волны, поглощенной единицей площади ГСР за единицу времени, от амплитуды продольных осцилляций электрического поля при  $\omega_B\tau = 11$ ,  $\omega\tau = 10$ ,  $\varphi = 0$ .

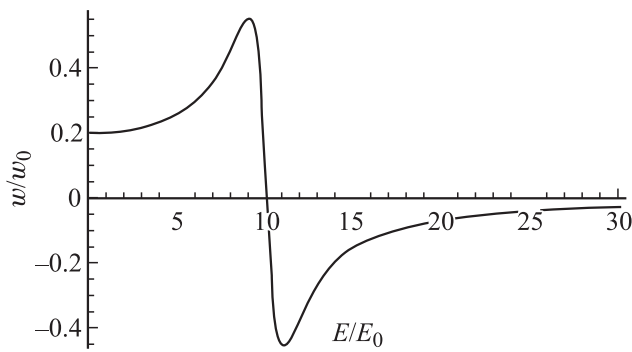
где

$$w_0 = \frac{n_0 e^2 v_F^2 \varepsilon_1^2}{4\omega\varepsilon_0^3} E_2^2.$$

Взяв действительную часть в (27), запишем

$$\begin{aligned}
 w = & w_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{(J_n(a)J_{n+1}(a) + J_{n+1}(a)J_{n+2}(a)) \sin 2\varphi}{1 + (\omega_B + 2(n+1)\omega)^2 \tau^2} \right. \\
 & - \frac{2J_n(a)J_{n+1}(a) \sin 2\varphi}{1 + (\omega_B + (2n+1)\omega)^2 \tau^2} \\
 & + \frac{(J_n(a)J_{n+1}(a) - J_{n+1}(a)J_{n+2}(a))(\omega_B + 2(n+1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + 2(n+1)\omega)^2 \tau^2} \\
 & \left. \times \cos 2\varphi + \frac{(J_n^2(a) - J_{n+1}^2(a))(\omega_B + (2n+1)\omega)\tau}{1 + (\omega_B + (2n+1)\omega)^2 \tau^2} \right). \quad (28)
 \end{aligned}$$

Графики зависимостей величины  $w$  от напряженности постоянного поля  $E$  и амплитуды  $E_1$  осцилляций высокочастотного электрического поля вдоль оси ГСР, построенные по формуле (28), показаны на рис. 3 и 4 соответственно.



**Рис. 5.** Зависимость энергии ЭМ волны, поглощенной единицей площади ГСР за единицу времени, от напряженности постоянного поля при  $E_1 = 0$ ,  $\omega\tau = 10$ .

В отсутствие высокочастотного поля вдоль оси ГСР ( $a = 0$ ) формула (28) принимает следующий вид

$$w = w_0 \left( \frac{(\omega_B + \omega)\tau}{1 + (\omega_B + \omega)^2\tau^2} - \frac{(\omega_B - \omega)\tau}{1 + (\omega_B - \omega)^2\tau^2} \right). \quad (29)$$

График зависимости  $w$  от напряженности постоянного поля в отсутствие продольного высокочастотного поля показан на рис. 5.

Как видно из рис. 3–5, существуют такие значения напряженности постоянного поля и амплитуды напряженности высокочастотного поля, приложенных вдоль оси ГСР, при которых величина поглощаемой энергии волны с плоскостью поляризации, перпендикулярной оси ГСР, меняет знак: электроны начинают не поглощать, а усиливать волну. Возможность аналогичного эффекта для объемной СР с аддитивным спектром указана в [14,20], но для случая, когда ось СР лежит в плоскости поляризации. В объемной СР поглощение волны с плоскостью поляризации, ортогональной оси СР с аддитивным спектром, не зависит от продольного поля, и эффект смены знака поглощения в такой конфигурации полей невозможен.

## 5. Заключение

Отметим, что на рис. 2–5 для выбранных выше параметров зонной структуры ГСР значение  $\omega_B\tau = 1$  соответствует напряженности постоянного поля  $E = E_0 \approx 3 \cdot 10^2$  В/см, значению параметра  $\gamma b = 0.2$  — амплитуда поперечных осцилляций, по порядку величины равная  $E_2 \approx 10^3$  В/см, значению величины  $a = 1$  — амплитуда продольных колебаний напряженности электрического поля, имеющая порядок величины  $E_1 = E_0 \approx 5 \cdot 10^3$  В/см.

Простой анализ формулы (29) показывает, что смена знака  $w$  происходит при таком значении напряженности постоянного поля, при котором  $\omega_B = \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}/\tau \approx \omega$ , т. е. когда частота осцилляций поперечного поля приближается к частоте блоховских колебаний электрона.

Как известно, в сильном электрическом поле, приложенном вдоль оси СР, происходит интенсивный „разогрев“ электронной подсистемы, в результате чего большинство электронов оказывается в верхней части мини-зоны. Другими словами, в интенсивных полях СР возникает инверсная заселенность. Это объясняет смену поглощения волны усилением. В случае создания такой заселенности мини-зоны поглощенная электронами энергия имеет порядок ширины мини-зоны, т. е.  $j_z E \sim \text{const}$ , что объясняет отрицательную дифференциальную проводимость СР. Как уже указывалось, ЭМ волна с частотой  $\omega \approx \omega_B$ , проходящая через графеновую плоскость так, что плоскость поляризации перпендикулярна оси ГСР, усиливается ( $w < 0$ ). Усиление происходит за счет перехода электронов из верхней части мини-зоны в нижнюю часть. При этом условие  $j_z E \approx \text{const}$  нарушается, что дает возможность для увеличения продольного тока с увеличением напряженности тянущего поля. Это объясняет резкий скачок плотности тока при  $\omega \approx \omega_B$  в продольной ВАХ ГСР, изображенной на рис. 2.

Работа поддержана грантом РФФИ № 10-02-97001-р\_поволжье\_a и государственным научным грантом администрации Волгоградской области.

## Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science*, **306**, 666 (2004).
- [2] Z. Chen, Y.-M. Lin, M.J. Rooks, P. Avouris. *Physica E*, **40**, 228 (2007).
- [3] Y.Q. Wu, P.D. Ye, M.A. Capano, Y. Xuan, Y. Sui, M. Qi, J.A. Cooper, T. Shen, D. Pandey, G. Prakash, R. Reifengerger. *Appl. Phys. Lett.*, **92**, 092 102 (2008).
- [4] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 109 (2009).
- [5] S. Reich, J. Maultzsch, C. Thomsen, P. Ordejon. *Phys. Rev. B*, **66**, 035 412 (2002).
- [6] P.R. Wallace. *Phys. Rev.*, **71**, 622 (1947).
- [7] S.A. Mikhailov. *Phys. Rev. B*, **79**, 241 309 (2009).
- [8] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Э.В. Марчук. *ПЖТФ*, **34**, (21) (2008).
- [9] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТТ*, **51**, 2033 (2009).
- [10] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТТ*, **52**, 746 (2010).
- [11] С.В. Крючков, Е.И. Кухарь, В.А. Яковенко. *Изв. РАН. Сер. физ.*, **74**, 1759 (2010).
- [12] Л.А. Чернозатонский, П.Б. Сорокин, Е.Э. Белова, Й. Брюнинг, А.С. Федоров. *Письма ЖЭТФ*, **84**, 141 (2006).
- [13] П.В. Ратников. *Письма ЖЭТФ*, **90**, 515 (2009).
- [14] K. Unterrainer, V.J. Keay, M.C. Wanke, S.J. Allen, D. Leonard, G. Medeiros-Ribeiro, U. Bhattacharya, M.G.W. Rodwell. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 2973 (1996).
- [15] А.А. Андронов, М.Н. Дроздов, Д.И. Зинченко, А.А. Мармалюк, И.М. Нефедов, Ю.Н. Ноздрин, А.А. Падалица, А.В. Соснин, А.В. Устинов, В.И. Шашкин. *УФН*, **173**, 780 (2003).
- [16] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТП*, **46**, 113 (2012).

- [17] С. Менса, Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. Изв. вузов. Физика, 112 (1988).
- [18] К. Зеегер. *Физика полупроводников* (М., Мир, 1977) гл. 11, с. 496.
- [19] K.N. Alekseev, M.V. Erementchouk, F.V. Kuzmartsev. *Europhys. Lett.*, **47**, 595 (1999).
- [20] Э.М. Эпштейн. Изв. вузов СССР. Радиофизика, **24**, 514 (1981).

*Редактор Л.В. Беляков*

### **Influence of bichromatic electric field on current-voltage characteristics of the superlattice based on the graphene**

*S.V. Kryuchkov\*+, E.I. Kuhar\*×*

\* Volgograd State Socio-Pedagogical University,  
400131 Volgograd, Russia

+ Volgograd State Technical University,  
400131 Volgograd, Russia

× Volgograd State Medical University,  
400131 Volgograd, Russia

**Abstract** The longitudinal current-voltage characteristics of the superlattice based on the graphene under the highfrequency electric fields the intensity of one of which oscillates along the superlattice axis and another intensity oscillates perpendicular to this axis was calculated. Under the presence of only the transverse highfrequency field the sharp increase of current density was shown to be possible in negative differential conductivity region of the static current-voltage characteristics of the superlattice. The current density surge occurs when the field oscillation frequency approaches the frequency of Bloch oscillations. In such situation the absorption of electromagnetic wave in the superlattice based on the graphene was shown to change into the amplification.