

Ширина спектра лазерной генерации в лазерах на квантовых точках: аналитический подход

© А.В. Савельев^{+*†}, М.В. Максимов^{+†}, А.Е. Жуков^{+†}

⁺ Санкт-Петербургский академический университет — научно-образовательный центр нанотехнологий Российской академии наук, 195220 Санкт-Петербург, Россия

^{*} Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195220 Санкт-Петербург, Россия

[†] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 10 июня 2010 г. Принята к печати 22 июня 2010 г.)

Разработан аналитический подход к описанию широких спектров лазерной генерации в лазерах на основе квантовых точек. Показано, что ширина спектра определяется тремя параметрами: шириной спектра усиления, величиной однородного уширения и эффективным параметром насыщения усиления. В результате зависимость ширины спектра лазерной генерации от выходной мощности носит универсальный характер и может быть описана зависимостью от одного безразмерного параметра.

1. Введение

Ширина спектра лазерной генерации (ШСЛГ) является одной из основных характеристик лазерного излучения и во многом определяется параметрами активной среды. Определение ширины спектра генерации всегда являлось актуальной задачей как с фундаментальной точки зрения, так и для многочисленных практических приложений. Точное решение этой задачи основано на рассмотрении системы нелинейных интегральных уравнений. В полупроводниковых полосковых лазерах спектр генерации обычно состоит из набора сравнительно узких линий, связанных с модами Фабри–Перо лазерного резонатора. В лазерах с квантовыми точками (КТ) вопрос о ширине линии лазерной генерации [1] и о пороге многомодовой генерации рассматривался достаточно подробно [2,3]. В то же время широкий спектр генерации лазеров, состоящий в режиме сильной накачки из большого количества мод Фабри–Перо (10–100), исследовался слабо [4,5], несмотря на очевидную важность этого вопроса для практических применений [6,7].

Особенностью полупроводниковых лазеров на КТ является отсутствие малого параметра задачи, поскольку температура, характерные величины однородного и неоднородного уширения, ширина спектра усиления и ширина спектра лазерной генерации являются величинами одного порядка (~ 10 мэВ). Другим фактором, характерным для КТ, является примерное равенство времени релаксации носителей заряда внутри КТ и времени излучения квантовой точкой фотона стимулированного излучения (~ 10 пс для типичных рабочих режимов лазера). Все это, вместе с нелинейностью задачи, существенно осложняет анализ ШСЛГ в лазерах на КТ. В работе [4] спектры лазерной генерации в лазерах на КТ исследовались численными методами. Однако численное решение проблемы из-за большого

количества параметров задачи не позволяет выделить ключевые и создать ясную качественную картину явления. Так, предполагалось [4], что уширение спектра генерации при низких температурах связано в основном с резким уменьшением величины Γ однородного уширения КТ. Далее нами будет показано, что величина Γ не является определяющим параметром в формировании широкого спектра генерации при низких температурах. Для качественного понимания явления уширения линии генерации в лазерах на КТ необходимо построение теории, допускающей наглядное аналитическое истолкование. Далее сформулировано приближенное описание ширины спектра генерации полупроводникового лазера на КТ, позволяющее получить простое аналитическое решение и качественное истолкование, легко провести сравнение с экспериментальными данными.

Будет рассмотрена лазерная генерация полоскового лазера через основное состояние уровней размерного квантования в КТ. В следующих двух разделах приведены основные уравнения, описывающие лазерную генерацию, для удобства ссылок и пояснения вводимых обозначений. В последнем разделе изложена аналитическая теория вычисления ШСЛГ.

2. Взаимодействие квантовой точки со светом

В приближении вращающейся волны гамильтониан взаимодействия одиночной КТ с электромагнитным полем может быть записан в виде

$$\hat{V} = \sum_k u_k (\hat{a}_k^+ \hat{\sigma}^- + \hat{a}_k \hat{\sigma}^+), \quad (1)$$

где u_k — энергия связи КТ и фотона k -й моды поля, \hat{a}_k^+ и \hat{a}_k — операторы рождения и уничтожения фотонов поля, $\hat{\sigma}^+$ и $\hat{\sigma}^-$ — операторы рождения и уничтожения экситона в квантовой точке [8].

[†] E-mail: savelev@mail.ioffe.ru

Если рассмотреть экситон с выбранной линейной поляризацией, u_k слабо зависит от энергии фотона, но зависит от его поляризации. Величины u_k определяют как скорость спонтанного излучения, так и усиление. Значение u_k определяется структурой мод поля и величиной дипольного момента оптического перехода. В дальнейшем будем считать величины $u_k \approx u$ слабо зависящими от k и рассматривать только электромагнитные моды поля, участвующие в генерации лазерного излучения: волноводные ТЕ-моды, распространяющиеся вдоль оси полоска. Также величина u зависит от координат КТ, которая может располагаться в максимуме или минимуме стоячей волны, — именно это приводит к пространственным неоднородностям заполнения КТ носителями заряда. Данный эффект получил название „выжигание пространственных дыр“ и рассматривался ранее [3]. В данной работе пространственная неоднородность рассматриваться не будет и соответственно в качестве u понимается ее среднеквадратичное значение (спектр усиления определяется u^2). Как показано далее, величина u может быть выражена через экспериментально измеряемое значение модового усиления.

Для определения скорости вынужденных переходов следует учесть, что экситонный уровень в квантовой точке является однородно уширенным за счет некогерентных процессов релаксации: захвата и выброса носителей заряда, спонтанного излучения и др. Однородное уширение описывается лоренцевским спектром плотности состояний квантовой точки на шкале энергий:

$$\rho_{\text{QD}}(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (E - \hbar\omega)^2}, \quad (2)$$

где Γ — величина однородного уширения, ω — частота излучения КТ. Для определения скорости вынужденного излучения или поглощения (в заполненной или пустой КТ) ν , измеряемой в с^{-1} , можно воспользоваться золотым правилом Ферми:

$$\nu = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle b|\hat{V}|a\rangle|^2 \rho_{\text{QD}} S_1, \quad (3)$$

где S_1 — количество фотонов в рассматриваемой моде поля, $|a\rangle$, $|b\rangle$ — состояния заполненной экситоном и пустой квантовой точки. Обозначим через f вероятность обнаружить экситон в КТ. Тогда скорость поглощения света (число фотонов в единицу времени) равна $(1-f)\nu$, скорость стимулированного излучения — $f\nu$. Итоговое выражение для усиления $G_1 = (2f-1)\nu/S_1$ (в с^{-1}) одной КТ с энергией оптического перехода E , взаимодействующей с одной модой поля с энергией $\hbar\omega$, имеет вид

$$G_1 = \frac{2}{\hbar} \frac{u^2 \Gamma (2f-1)}{\Gamma^2 + (E - \hbar\omega)^2} = G_1(E - \hbar\omega). \quad (4)$$

В данном выражении, как это принято, отрицательное значение усиления соответствует поглощению света квантовой точкой. В случае, когда имеется массив несколько отличающихся друг от друга квантовых точек

с поверхностной плотностью N_S , их разброс по энергиям оптического перехода можно описать функцией распределения $\rho_A(E)$, интеграл которой нормирован на единицу. Спектр линейного усиления света (modal gain) G_{lin} (в см^{-1}) тогда можно записать как

$$G_{\text{lin}}(\omega) = \frac{n_{\text{eff}}}{c} \int dE A N_S \rho_A(E) G_1(E - \hbar\omega), \quad (5)$$

где A — площадь лазерной моды электромагнитного поля в плоскости полоска, n_{eff} — эффективный показатель преломления света в лазерном волноводе, c — скорость света. В случае, когда однородное уширение много меньше неоднородного и последнее можно считать гауссовым с дисперсией σ , справедливо выражение для максимального линейного усиления

$$G_{\text{lin,max}} = \frac{2\pi}{\hbar} u^2 N_S A \rho_{A,\text{max}} \frac{n_{\text{eff}}}{c}, \quad \rho_{A,\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}. \quad (6)$$

Это выражение можно использовать для определения величины u :

$$u^2 = \frac{\hbar c \sigma G_{\text{lin,max}}}{N_S A n_{\text{eff}} \sqrt{2\pi}}. \quad (7)$$

Отметим, что величина u зависит от площади образца, так как электрическое поле фотона $\propto 1/\sqrt{A}$.

3. Основные уравнения лазера

Модель лазера должна описывать три типа процессов: взаимодействие активной среды со светом, заполнение квантовой точки носителями и динамику фотонов в резонаторе. Рассмотрим взаимодействие с лазерным полем. Выше было выведено выражение для скорости стимулированного излучения света одной КТ $R_{\text{st},1} = G_1 S_1$ (см. (4)). Его можно обобщить с учетом взаимодействия КТ с квазиконтинуумом мод электромагнитного поля:

$$R_{\text{st}} = \gamma R_0 \tilde{S}, \quad R_0 = \frac{2u^2}{\hbar\Gamma} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sigma c G_{\text{lin,max}}}{\Gamma N_S A n_{\text{eff}}},$$

$$\tilde{S} = \int d\hbar\omega s(\hbar\omega) \phi(E - \hbar\omega), \quad \phi(x) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + x^2}, \quad (8)$$

где $s(\varepsilon) = dS/d\varepsilon$ — спектральная плотность распределения фотонов, \tilde{S} — „эффективное“ число фотонов, с которыми взаимодействует КТ. Величина R_0 , измеряемая в с^{-1} , равна скорости стимулированного излучения экситона в КТ в присутствии одного фотона в резонаторе, т.е. определяет усиление одной КТ в условиях полной инверсии. В данном выражении мы обозначили инверсию $2f-1$ как γ . В общем случае выражение для γ зависит от используемой модели для статистики электронов и дырок в квантовой точке. Например, если заполнение электронами (f_n) и дырками (f_p) происходит независимо и электрическая нейтральность КТ не учитывается, следует писать $\gamma = f_n + f_p - 1$ [9]. Более точное выражение для γ может быть получено

с использованием метода детальной статистики [10]; независимо от модели $\gamma \in [-1 \dots 1]$.

Заполнение квантовой точки носителями заряда будет описано в рамках скоростных уравнений. В этом случае статистика носителей в квантовой точке определяется скоростью захвата носителей g_c , скоростью выброса носителей из квантовой точки g_e , скоростью излучательной рекомбинации g_r и скоростью стимулированного излучения R_{st} . Для простоты мы рассмотрим экситонное заполнение квантовых точек, когда электрон и дырка захватываются только парами. Единственной переменной в модели экситонного заполнения является f — вероятность обнаружить экситон в квантовой точке. Скоростным уравнением и его решением для f будут

$$g_c(1-f) = R_0\tilde{S}(2f-1) + (g_e + g_r)f,$$

$$f = \frac{g_c + R_0\tilde{S}}{g_e + g_r + g_c + 2R_0\tilde{S}}, \quad \gamma = \frac{g_c - g_e - g_r}{g_e + g_r + g_c + 2R_0\tilde{S}}. \quad (9)$$

Скорость захвата слабо зависит от энергии локализации носителей в квантовой точке, в то время как зависимость скорости выброса от энергии может быть очень сильной. Зависимость $g_e(E)$ определяет неоднородное заполнение квантовых точек носителями при высоких температурах в соответствии с распределением Ферми [9]. Несмотря на простоту выбранной модели для статистики носителей заряда, она описывает все ключевые эффекты, наблюдаемые в эксперименте: равновесное заполнение КТ при высоких температурах и переход от равновесного к неравновесному заполнению при низких [11].

Для описания динамики фотонов необходимо учесть, что фотон с энергией $\hbar\omega$ взаимодействует с различными квантовыми точками за счет однородного уширения. В этом случае можно записать по аналогии с (5):

$$G(\omega) = \int dE G_0(E) \gamma(E) \phi(E - \hbar\omega),$$

$$G_0(E) = R_0 N_S A \rho_A(E). \quad (10)$$

В непрерывном режиме работы стимулированное и спонтанное излучение компенсируют уход фотонов из резонатора. В рабочем режиме полоскового лазера мощность стимулированного излучения в лазерные моды намного больше, чем спонтанного — их отношение $\sim (10^6 - 10^8)$. Поэтому, без учета спонтанного излучения, можно утверждать, что усиление точно компенсирует потери:

$$G(\omega) = g_{ph}, \quad g_{ph} = g_{out} + \frac{c}{n_{eff}} \alpha,$$

$$g_{out} = -\frac{c}{2n_{eff}L} \ln(R_1 R_2), \quad (11)$$

где L — длина лазерного резонатора, $R_{1,2}$ — коэффициенты отражения света от его торцов, $g_{ph} [c^{-1}]$ — скорость затухания фотона в резонаторе, α — внутренние потери (в единицах обратной длины), $g_{out} [c^{-1}]$ —

потери на выходе излучения. Данное уравнение описывает равенство потерь и усиления локально для каждой длины волны в диапазоне энергий фотонов лазерной генерации. Система уравнений (8)–(11) является замкнутой и определяет спектр генерации и выходную мощность в зависимости от величины инжекции, которая определяет g_c .

4. Ширина спектра лазерной генерации

Далее будет сформулирован простой полуэмпирический подход к описанию ширины спектра генерации, позволяющий получить аналитическое решение, качественное истолкование и сравнение с экспериментальными данными. Ключевой идеей является переход от спектральных распределений $g(E)$, $s(E)$, $g_e(E)$ и так далее к оценкам их средних значений. Это позволяет перейти от интегральных уравнений (8)–(10) к алгебраическим. Предложенный метод не является строгим в математическом смысле и преследует цель принципиально понять природу уширения спектра генерации в лазере с КТ, а также приблизительно количественно описать ее.

Обозначим ширину спектра генерации как Ω и будем считать, что световая мощность равномерно распределена в пределах от $E_0 - \Omega/2$ до $E_0 + \Omega/2$, где E_0 — центральная энергия генерации. В этом случае плотность распределения фотонов по энергии равна $dS/dE = S/\Omega$. Из-за однородного уширения в генерации участвуют точки с энергиями в диапазоне от $E_0 - W/2$ до $E_0 + W/2$, где $W = \Omega + 2\Gamma$ (см. рис. 1). Приближенно будем считать, что КТ с энергией E взаимодействует с фотонами, энергия которых лежит в диапазоне от $E - \Gamma$ до $E + \Gamma$. В случае $\Gamma \ll \Omega$ значение величины \tilde{S} (см. (8)), т.е. количество фотонов в резонаторе, которые усиливаются КТ, $\tilde{S}/S \rightarrow 2\Gamma/\Omega$ (рис. 1, g). В случае, когда $\Gamma \gg \Omega$, $\tilde{S} \rightarrow S$. Таким образом, можно предположить эмпирическое выражение

$$\tilde{S} = \frac{2\Gamma}{\Omega + 2\Gamma} S. \quad (12)$$

Величина \tilde{S} в соответствии с (8) определяет скорость „выгорания“ носителей заряда в КТ за счет стимулированного излучения света. Здесь мы заменили $\tilde{S}(E)$ на усредненное \tilde{S} , т.е. предположили, что все КТ, участвующие в генерации, взаимодействуют с одинаковым количеством фотонов.

На пороге генерации спектр усиления $G(E)$ достигает максимального значения g_{ph} в точке E_0 . Тогда спектр усиления аппроксимируется выражением

$$G(E) = G(E_0) \left[1 - \frac{(E - E_0)^2}{2\Delta^2} \right],$$

$$\Delta^2 = \frac{G(E_0)}{d^2 G(E = E_0)/dE^2}. \quad (13)$$

При увеличении выходной мощности лазера, во-первых, растет скорость инжекции g_c , что приводит к росту

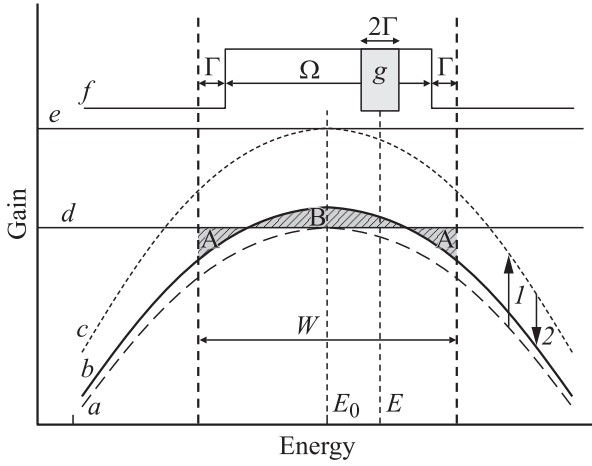


Рис. 1. Схема эволюции спектра усиления при увеличении инъекции выше порога, используемая при построении теоретической модели. *a* — спектр усиления на пороге генерации, при увеличении накачки g_c переходит в *c* (стрелка 1); далее, с учетом выжигания носителей фотонами, переходит в *b* (стрелка 2). Заштрихованные площади А и В равны, что соответствует равенству среднего усиления и потерь, уровень которых показан линией *d*. Уровень *e* соответствует величине $G_0(E_0, S = 0)$ (15). *f* — схематическое изображение спектра генерации шириной Ω . *g* — часть фотонного спектра, которая взаимодействует с квантовой точкой с энергией оптического перехода E . Также показаны центральная энергия лазерной генерации E_0 и параметр W (см. текст).

усиления (рис. 1, стрелка 1), и увеличивается количество фотонов в резонаторе S , что в свою очередь приводит к уменьшению усиления (см. (9), рис. 1, стрелка 2). Эти два процесса в точности компенсируют друг друга, так как усиление равно потерям. Для всех E в пределах линии генерации $G(E) = g_{ph}$, следовательно, это справедливо и для среднего значения усиления. Следуя предложенной выше логике, введем среднее значение усиления (рис. 1, кривая *b*, области А, В), усредненное по КТ, которые участвуют в генерации,

$$\langle G \rangle = \frac{1}{W} \int_{E_0 - W/2}^{E_0 + W/2} G(E) dE = G(E_0) \left(1 - \frac{W^2}{24\Delta^2} \right). \quad (14)$$

Для получения итоговых уравнений, которые будут исследоваться в дальнейшем, рассмотрим простое преобразование выражения для усиления (9):

$$\gamma = \frac{g_c - g_e - g_r}{g_e + g_r + g_c} \frac{1}{1 + 2R_0\tilde{S}/(g_e + g_r + g_c)}.$$

При относительно небольших значениях выходной мощности, пока $2R_0\tilde{S}/(g_e + g_r + g_c) \ll 1$, усреднение величины γ по спектру ($\gamma \rightarrow \langle \gamma \rangle$) соответствует усреднению $S \rightarrow \langle \tilde{S} \rangle$, что легко показать, раскладывая приведенное

выражение в ряд Тейлора. С учетом этого замечания итоговое выражение для усиления можно получить из (9) и (10) с учетом усреднения (14) и выражения для \tilde{S} (12):

$$\langle G \rangle(S) = G(E_0, S = 0)\eta(W),$$

$$G(E_0, S = 0) = G_0(E_0) \frac{g_c - g_e - g_r}{g_c + g_e + g_r},$$

$$\eta(W) = \frac{1 - W^2/24\Delta^2}{1 + \Lambda/W},$$

$$\Lambda = \frac{4FS}{g_c + g_e + g_r}, \quad F = R_0\Gamma, \quad (15)$$

где введены величины F , которая слабо зависит от температуры и соответствует силе осциллятора оптического перехода в квантовой точке, и $G(E_0, S = 0)$ (рис. 1, линия *e*), которая соответствует усилению $G(E_0)$ в отсутствие фотонов в резонаторе при фиксированной величине g_c . Параметр Λ соответствует мощности излучения лазера, нормированной на суммарную скорость захвата и выброса носителей. Именно величина Λ отвечает в нашей модели за „выжигание спектральных дыр“ [12] в квантовых точках под действием света. При выводе (15) мы заменили $g_e(E)$ на значение g_e , одинаковое для всех КТ. В самосогласованном подходе усиление примерно постоянно в области энергий, где происходит генерация, что достигается за счет неоднородного распределения $s(E)$ и $\tilde{S}(E)$. В изложенном методе получены уравнения, которые связывают средние значения $\langle s(E) \rangle$ и $\langle G \rangle$ в рамках сделанных приближений. Важно отметить, что кривая усиления *b*, показанная на рис. 1, не является реальным спектром $G(E)$, но иллюстрирует предложенный метод усреднения.

Величина W является свободным параметром данной модели. При фиксированном g_c и S будет реализовываться такая конфигурация поля, которая обеспечивает максимальное значение $\langle G \rangle(g_c, S, W)$. Чтобы пояснить это утверждение, рассмотрим скоростное уравнение для числа фотонов в резонаторе $dS/dt = [G(E_0, S = 0)\eta(g_c, S, W) - g_{ph}]S$. Предположим, что стационарному состоянию соответствует некий набор g_c, S, W_x . Если при фиксированных g_c и S малое изменение $W = W_x + \delta W$, неизбежное за счет флуктуаций, приводит к увеличению усиления, то число фотонов будет расти и состояние не может быть стационарным.

Таким образом, нахождение ширины спектра $\Omega = W - 2\Gamma$ сводится к поиску максимума функции $\eta(W)$ (15). Функция при различных значениях Λ/Δ приведена на рис. 2. При $W \rightarrow 0$ $\eta \rightarrow 0$ за счет резкого насыщения усиления. При больших значениях W величина η падает из-за низкого значения ненасыщенного усиления, $G_0(E)$, вдали от E_0 . Максимум этой зависимости достигается при $W = W_{opt}$, которое

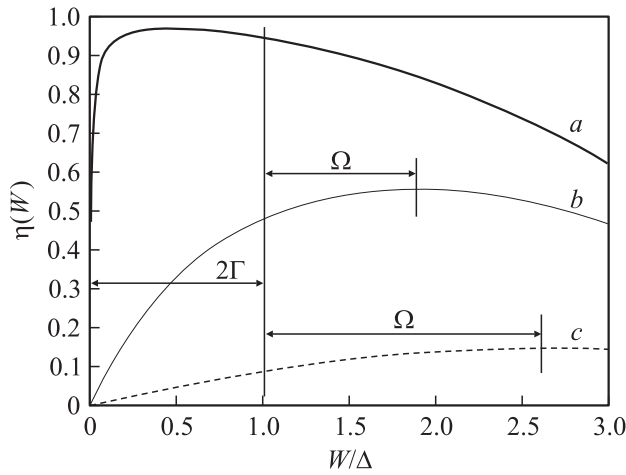


Рис. 2. Зависимости $\eta(W/\Delta)$ при различных значениях Λ/Δ : *a* — $\Lambda/\Delta = 0.01$, $\Omega = 0$; *b* — $\Lambda/\Delta = 1$, $\Omega = 0.88\Delta$; *c* — $\Lambda/\Delta = 10$, $\Omega = 1.61\Delta$. При вычислении Ω считается, что $\Gamma = \Delta/2$.

определяется выражением

$$\frac{W_{\text{opt}}(\Lambda, \Delta)}{\Delta} = 2\sqrt{2}q\theta(q), \quad \Omega = W_{\text{opt}} - 1\Gamma,$$

$$q = \sqrt[3]{\frac{3}{4\sqrt{2}} \frac{\Lambda}{\Delta}}, \quad \theta = -\frac{q^2}{3} [1 + 2 \cos(\psi + 2\pi/3)],$$

$$\psi(q) = \frac{1}{3} \arccos\left(1 - \frac{27}{2q^6}\right). \quad (16)$$

Поясним, что $\theta(q)$ является решением уравнения $\theta^3 + q^2\theta^2 = 1$, выраженным в виде тригонометрической формулы Виета, а $\psi(q)$ — комплексный в общем случае аргумент. Когда $W_{\text{opt}}(\Lambda, \Delta) < 2\Gamma$, максимальному значению η соответствует $\Omega = 0$. В этом случае уширение линии лазерной генерации не приводит к увеличению усиления из-за слабости эффектов насыщения, т.е. η монотонно уменьшается с увеличением Ω . Этому режиму соответствует $\Omega \ll \Delta$, и ширина линии генерации определяется другими механизмами, такими как шнурование тока и выжигание пространственных дыр [3]. Условие узкой линии лазерной генерации равносильно $d\eta(W = 2\Gamma)/dW < 0$ и может быть записано в виде

$$\Omega = 0, \quad \text{когда} \quad \frac{\Lambda}{2\Gamma^2} - \frac{\Lambda}{4\Delta^2} - \frac{\Gamma}{2\Delta^2} < 0. \quad (17)$$

Интересно, что при достаточно „остром“ спектре усиления, когда $\Delta < \Gamma/\sqrt{2}$, это условие будет выполняться для всех Λ . Из этого следует, что в рамках предложенной модели линия лазерной генерации будет оставаться узкой во всем диапазоне выходной мощности. Кривая *a* на рис. 2 соответствует случаю узкого спектра. Можно показать, что $W_{\text{opt}} \rightarrow 0$ при $\Lambda \rightarrow 0$, т.е. при достаточно низкой мощности излучения генерация всегда будет узкой.

Зависимости $\Omega(\Lambda, \Delta)$ при различных значениях Γ показаны на рис. 3. Исходя из выражения (16) легко понять, что семейство кривых отличается друг от друга только сдвигом вдоль вертикальной оси. Пороговое значение Λ , при котором возникает уширение спектра, растет по мере увеличения Γ . Дальнейшее увеличение Λ сопровождается сначала линейным ростом ШСЛГ, который потом переходит в сублинейный. При $\Lambda \rightarrow \infty$ ширина $\Omega \rightarrow 2\sqrt{2}\Delta - 2\Gamma$. В итоге с помощью формул (16) и (17) возможно выразить ширину спектра лазерной генерации через три параметра — Δ , Λ и Γ . Это основной результат нашей работы. Видно, что все три параметра играют существенную роль в формировании широкого спектра излучения, при этом однородное уширение Γ входит в результат простым аддитивным образом. При низких температурах ($\Gamma \ll \Delta, \Lambda$) ширина спектра генерации не зависит от однородного уширения и определяется только формой спектра усиления и выходной мощностью.

Интересно сопоставить (16) с полученными ранее выражениями из работы [6]. На основании оценок без учета теплового выброса носителей и однородного уширения было показано, что ширина линии генерации равна

$$\frac{\Omega}{2\sqrt{2} \lg 2\sigma} \approx \frac{I/e}{g_c N_S A}, \quad (18)$$

где I — ток лазера, e — заряд электрона. В терминах нашей работы $I/e \approx g_{\text{ph}} S$, а также $g_{\text{ph}} \approx \bar{\gamma} G_{\text{max}}$, где $\bar{\gamma}$ — средняя степень инверсии в лазере в спектральной области генерации. Учитывая, что $G_{\text{max}} = \sqrt{\pi/2} F N_S A / \sigma$, выражение (18) можно переписать в виде

$$\Omega \approx \frac{\bar{\gamma}}{2} \sqrt{\pi \lg 2\Lambda}.$$

Ширина спектра лазерной генерации линейно растет с выходной мощностью. Видно, что в рамках простого подхода [6] ширина линии также определяется скоростью

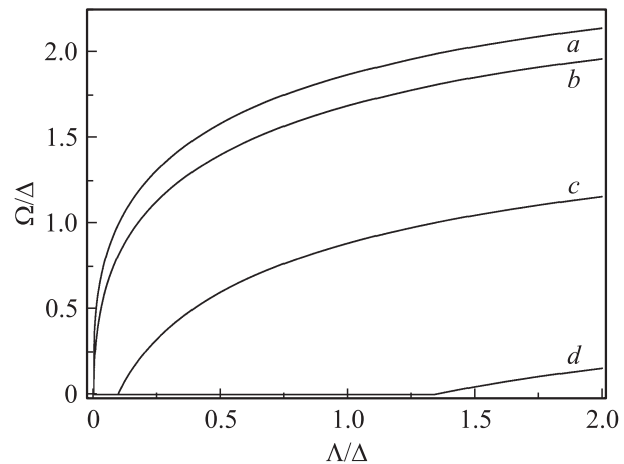


Рис. 3. Зависимости ширины линии генерации от величины Λ , пропорциональной выходной мощности лазера (см. (15)), при различных значениях однородного уширения Γ : *a* — 0.01Δ , *b* — 0.1Δ , *c* — 0.5Δ , *d* — Δ .

насыщения усиления (т. е. параметром Λ), как и в данной работе.

В заключение можно отметить, что при формальном переходе от выражения (8) к (12), а также от (10) к выражению для η в (15) мы бы получили следующие формулы:

$$\tilde{S} = \frac{\pi\Gamma}{\Omega + \pi\Gamma},$$

$$\eta = \frac{1 - (\Omega + 2\Gamma)^2/24\Delta^2}{1 + \pi\Lambda/2(\Omega + \pi\Gamma)}.$$

В отличие от приведенных выше выражений, ширина 2Γ (см. рис. 1, *f*) заменяется на $\pi\Gamma$. В результате такой замены Ω увеличивается на 5–10%, однако выражение для η существенно „утяжеляется“ и делает непрозрачной процедуру поиска максимума. Учитывая характер нашего исследования, мы выбрали приближенные выражения (15).

5. Заключение

Разработан аналитический подход к описанию ширины спектра генерации лазера с квантовыми точками. В рамках предложенного подхода ширина лазерной генерации Ω определяется в равной мере тремя параметрами: шириной спектра усиления на пороге генерации Δ , параметром насыщения Λ , определяющим интенсивность „выжигания“ спектральных провалов в спектре усиления, и величиной однородного уширения Γ , которая входит в результат аддитивным образом. Показано, что зависимость $(\Omega + \pi\Gamma)/\Delta$ является универсальной функцией безразмерного параметра Λ/Δ . Достоинство данного подхода состоит в отсутствии феноменологических параметров и возможности вычисления величин Λ , Δ , Ω непосредственно из экспериментальных данных. При этом в отличие от вычислительных методов природа ключевых эффектов остается прозрачной. Применение предложенного метода расчета ШСЛГ в полупроводниковом лазере и сравнение с экспериментальными данными приведено отдельно [13].

Работа поддержана целевой программой Федерального агентства по образованию „Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)“, программой президиума РАН „Основы фундаментальных исследований нанотехнологий и наноматериалов“.

Список литературы

- [1] S. Ghosh, S. Pradhan, P. Bhattacharya. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 3055 (2002).
- [2] P. Eliseev, H. Li, A. Stintz, G.T. Liu, T.C. Newell, K.J. Malloy, L.F. Lester. *IEEE J. Quant. Electron.*, **36**, 479 (2000).
- [3] L.V. Asryan, R.A. Suris. *Appl. Phys. Lett.*, **74**, 1215 (1999).
- [4] M. Sugawara, K. Mukai, Y. Nakata, H. Ishikawa, A. Sakamoto. *Phys. Rev. B*, **61**, 7595 (2000).
- [5] C. Xing, E.A. Avrutin. *J. Appl. Phys.*, **97**, 104301 (2005).
- [6] А.Е. Жуков, А.Р. Ковш, Е.В. Никитина, В.М. Устинов, Ж.И. Алфёров. *ФТП*, **41**, 625 (2007).
- [7] A. Kovsh, I. Krestnikov, D. Livshits, S. Mikhlin, J. Weimert, A. Zhukov. *Opt. Lett.*, **32**, 793 (2007).
- [8] М.О. Скайли, М.С. Зубайри. *Квантовая оптика* (М., Физматлит, 2003) гл. 5, 6.
- [9] L.V. Asryan, R.A. Suris. *Semicond. Sci. Technol.*, **11**, 554 (1996).
- [10] A.V. Savelyev et al. *AIP Conf. Proc.*, **893**, 987 (2007).
- [11] И.И. Новиков, М.В. Максимов, Ю.М. Шерняков, Н.Ю. Гордеев, А.Р. Ковш, А.Е. Жуков, С.С. Михрин, Н.А. Малеев, А.П. Васильев, В.М. Устинов, Ж.И. Алфёров, Н.Н. Леденцов, Д. Бимберг. *ФТП*, **37**, 1270 (2003).
- [12] Y. Sugiyama, Y. Nakata, S. Muto, N. Horiguchi, T. Futatsugi, Y. Awano, N. Yokoyama. *Electron. Lett.*, **33**, 1655 (1997).
- [13] А.В. Савельев, И.И. Новиков, М.В. Максимов, Ю.М. Шерняков, А.Е. Жуков. *ФТП*, **43**, 1641 (2009).

Редактор Л.В. Шаронова

Spectral width of laser generation in the quantum dot lasers: analytical approach

A.V. Savelyev^{+,*}, M.V. Maximov^{+,†}, A.E. Zhukov^{+,†}

⁺ Saint-Petersburg Academic University —
Nanotechnology Research and Education Centre,
Russian Academy of Sciences,
195220 St. Petersburg, Russia

^{*} Saint-Petersburg State Polytechnical University,
195220 St. Petersburg, Russia

[†] Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia

Abstract Analytical approach to describe wide spectra of lasing in the quantum dot lasers has been developed. It is shown that the spectral width of laser generation is determined by three parameters: a spectral width of the gain spectrum, homogeneous linewidth and effective parameter of gain saturation. As a result, the dependence of the spectral width on the laser output power has been demonstrated to be universal and described as a function of one dimensionless parameter.