

09 Предельно короткий оптический импульс в тонкой пленке топологического изолятора с учетом гексагональности решетки

© Н.Н. Янюшкина¹, А.В. Жуков^{2,3}, М.Б. Белоненко^{3,4}

¹ Волгоградский государственный университет, Волгоград, Россия

² Wilfrid Laurier University, Waterloo, Canada

³ Entropique Inc., London, Canada

⁴ Волгоградский институт бизнеса, Волгоград, Россия

E-mail: yana_nn@inbox.ru

(Поступила в Редакцию 27 декабря 2011 г.)

Рассмотрено распространение предельно короткого оптического импульса в тонкой пленке топологического изолятора. Электроны описываются с помощью длинноволнового эффективного гамильтониана в случае низких температур, а электромагнитное поле рассмотрено классически в рамках уравнений Максвелла. Выявлена зависимость от скорости и максимальной амплитуды предельно короткого импульса.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 11-02-97054-р_поволжье_а).

Впервые приблизиться к решению вопроса о возможности существования топологических изоляторов позволили работы по квантовому эффекту Холла в ограниченном двумерном электронном газе [1]. В случае квантового эффекта Холла электроны двигаются в ограниченной пространственной области, находясь вдали от границы образца; следовательно, образец является непроводящим. Вблизи границ за счет „отражения“ электронов от поверхности образца возможно инфинитное движение (другими словами, протекание тока). Это связано с тем, что в магнитном поле электроны двигаются по замкнутым орбитам, и образец является изолятором. На поверхности же электроны могут отражаться от границ и возможно протекание тока, причем его направление определяется спином электронов и направлением магнитного поля. При дальнейших исследованиях данного эффекта был осуществлен переход от взаимодействия с внешним магнитным полем к спин-орбитальному взаимодействию [2,3], что и привело к открытию топологических изоляторов. В настоящее время наблюдается повышенный интерес к данному направлению, однако без внимания остается вопрос о взаимодействии топологических изоляторов с интенсивным внешним электромагнитным полем (например, с полем предельно короткого оптического импульса).

Далее будем рассматривать тонкую пленку топологического изолятора, гамильтониан для которой выберем в длинноволновом приближении [4]

$$H = (p_x^2 + p_y^2)/2m + v_F(p_x\sigma_y - p_y\sigma_x) + \frac{\lambda}{2}(p_+^3 + p_-^3),$$

$$p_{\pm} = p_x \pm ip_y. \quad (1)$$

Вывод эффективного гамильтониана (1) для тонкой пленки исходя из гамильтониана для объемного образца приведен в ряде работ, из которых упомянем только [5]. В выражении (1) p_x, p_y — компоненты импульса электрона, m — эффективная масса электрона, σ_x, σ_y — спиновые матрицы, v_F — скорость Ферми, λ — параметр, связанный с гексагональными искажениями. Типичные значения параметров гамильтониана, например для Bi_2Te_3 , следующие [4]: $m \propto 35 \text{ eV}^{-1} \cdot \text{\AA}^{-2}$, $v_F \propto 5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^{-1} \cdot \text{\AA}$. Гамильтониан (1) легко диагонализуется и задает спектр электронов

$$\varepsilon(p_x, p_y) = (p_x^2 + p_y^2)/2m + \sqrt{v_F^2(p_x^2 + p_y^2) + \frac{\lambda^2 p_x}{2}(p_x^2 - 3p_y^2)}. \quad (2)$$

Как следует из правил квантовой механики, в присутствии внешнего электрического поля \mathbf{E} (которое для определенности направлено вдоль оси x и далее рассматривается в калибровке $\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}/c\partial t$) необходимо заменить импульс на обобщенный импульс: $p \rightarrow p - eA/c$ (e — заряд электрона). В этом случае гамильтониан (1) можно переписать в виде

$$H = \sum_{p\sigma} \varepsilon\left(p - \frac{e}{c}A(t)\right) a_{p\sigma}^+ a_{p\sigma}, \quad (3)$$

где $a_{p\sigma}^+, a_{p\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения электронов с квазиимпульсом p и спином σ .

Уравнения Максвелла с учетом диэлектрических и магнитных свойств топологического изолятора, а также с учетом калибровки в квазиодномерном приближении

можно записать в следующем виде [6]:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = 0. \tag{4}$$

Здесь пренебрегаем дифракционным расплыванием лазерного пучка в направлениях, перпендикулярных оси распространения. Вектор-потенциал \mathbf{A} считается имеющим вид $\mathbf{A} = (0, A(x, t), 0)$, а ток $\mathbf{j} = (0, j, 0)$.

Запишем стандартное выражение для плотности тока

$$j = e \sum_p v_y \left(p - \frac{e}{c} A(x, t) \right) \langle a_p^+ a_p \rangle, \tag{5}$$

где $v_y(p) = \partial \varepsilon(p_x, p_y) / \partial p_y$, а скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности $\rho(t)$: $\langle B \rangle = \text{Sp}(B(0)\rho(t))$. Учитывая, что $[a_p^+ a_p, H] = 0$, из уравнений движения для матрицы плотности сразу получаем $\langle a_p^+ a_p \rangle = \langle a_p^+ a_p \rangle_0$, где $\langle B \rangle_0 = \text{Sp}(B(0)\rho(0))$. Таким образом, в выражении для плотности тока можно использовать число частиц, которое следует из распределения Ферми–Дирака. Далее будем рассматривать случай низких температур, когда в сумму (интеграл) (5) вносит вклад лишь небольшая область в импульсном пространстве вблизи уровня Ферми. В соответствии с этим запишем формулу (5) в виде

$$j = e \int_{-\Delta}^{\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} dp_x dp_y v_y \left(p - \frac{e}{c} A(x, t) \right). \tag{6}$$

Область интегрирования по импульсам в (6) определим из условия равенства числа частиц

$$\int_{-\Delta}^{\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} dp_x dp_y = \int_{-\Delta}^{\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} dp_x dp_y \langle a_{p_x, p_y}^+ a_{p_x, p_y} \rangle.$$

При этом уравнение для распространения предельно короткого импульса можно записать как

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \Phi(A) = 0, \tag{7}$$

$\Phi(A)$ определяется интегрированием в (6).

Типичная зависимость нелинейности, присутствующей в уравнении (7), от величины вектор-потенциала A представлена на рис. 1.

Отметим, что такой антисимметричный вид нелинейности определяется параметром λ , который связан с гексагональными искажениями.

Исследуемое уравнение (7) решалось численно при помощи прямой разностной схемы типа „крест“ [7]. Шаги по времени и координате определялись из стандартных условий устойчивости, при этом шаги разностной схемы уменьшались последовательно в 2 раза до тех пор, пока решение не переставало изменяться в восьмом

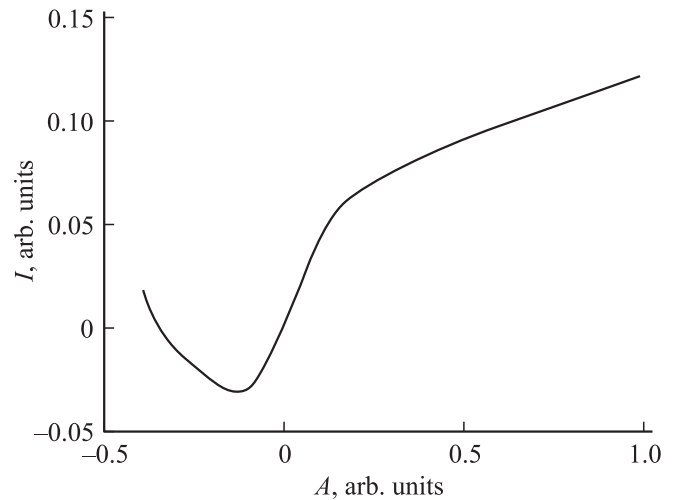


Рис. 1. Зависимость силы тока от величины вектор-потенциала.

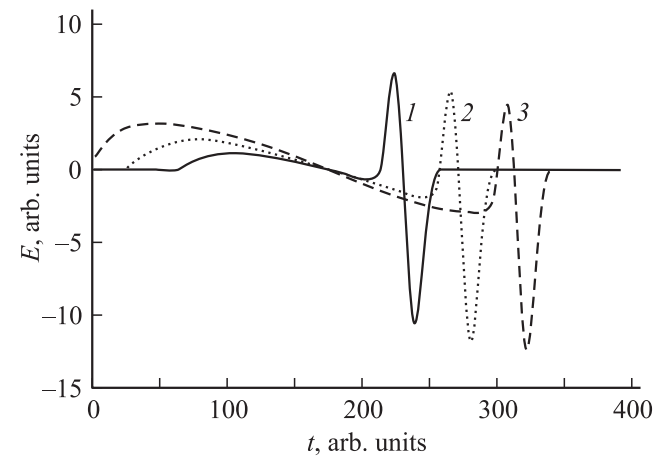


Рис. 2. Зависимость напряженности электрического поля от времени для различных точек пространства: $x = 10^{-5}$ (1), $x = 1.5 \cdot 10^{-5}$ (2) и $x = 2 \cdot 10^{-5}$ м (3).

знаке. Начальное условие выбиралось в виде

$$A(x, t) = B \exp(-(x - vt)^2 / \gamma), \tag{8}$$

$$\gamma = (1 - v^2)^{1/2},$$

где B — амплитуда, а v — начальная скорость предельно короткого импульса на входе в образец. Данное начальное условие соответствует тому, что на образец подается предельно короткий импульс, состоящий из одного колебания электрического поля. Значения энергетических параметров выражались в единицах Δ . Эволюция электрического поля при его распространении по образцу представлена на рис. 2.

Такое поведение импульса связано с видом нелинейности в (7) и ранее не наблюдалось. Асимметрия в поведении электрического поля связана с тем, что фронт импульса и его спад находятся в разных условиях, и электрическое поле на спаде импульса интерферирует

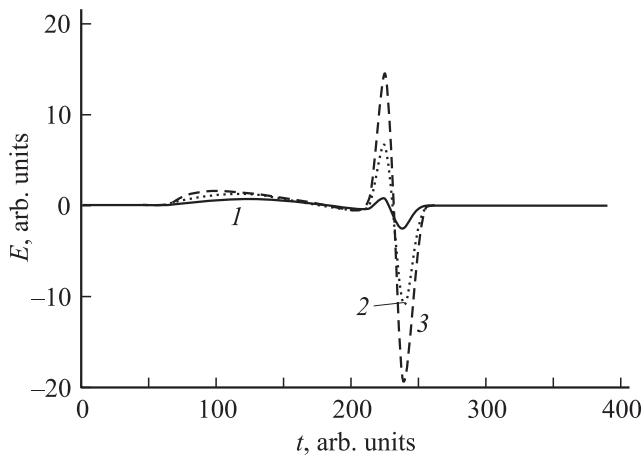


Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля от времени для различных значений начальной амплитуды поля. Для кривой 2 амплитуда импульса в 5 раз больше, чем для кривой 1; для кривой 3 в 10 раз больше, чем для 1.

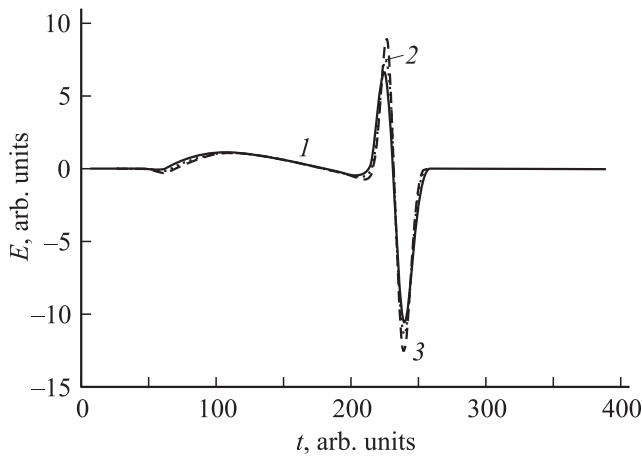


Рис. 4. Зависимость напряженности электрического поля от времени для различных скоростей импульса на входе в образец. $v/c = 0.93$ (1), 0.95 (2) и 0.97 (3); c — скорость света в вакууме.

с электрическим полем, индуцируемым током, который возник при прохождении фронта импульса. Также это связано с видом нелинейности на рис. 1. Зависимость напряженности электрического поля от начальной амплитуды представлена на рис. 3.

Как и следовало ожидать, импульсы малой амплитуды распространяются практически без искажений, испытывая только расширение за счет дисперсии, в то время как импульсы большей амплитуды испытывают большее искажение, обусловленное как эффектами интерференции фронта импульса с его спадом, так и особенностями нелинейности.

Заметим также, что эволюция предельно короткого импульса зависит в общем случае и от скорости импульса на входе в образец (рис. 4).

Подобное поведение неоднократно наблюдалось в ряде работ, его можно связать с лоренц-инвариантностью уравнения (7) и эффектом „сжатия“ импульса при переходе в движущуюся систему координат.

Из результатов настоящей работы следует, что возможно устойчивое распространение предельно коротких оптических импульсов в пленке топологического изолятора. Данный эффект может оказаться полезным при разработке гибридных устройств, основанных на эффекте взаимодействия света с электронами топологического изолятора. Отметим также, что эффект, связанный с образованием „хвоста“ за предельно коротким импульсом, может быть использован при генерации импульсов терагерцевого диапазона.

Список литературы

- [1] X.G. Wen. Adv. Phys. **44**, 405 (1995).
- [2] S. Murakami, N. Nagaosa, S.-C. Zhang. Phys. Rev. Lett. **93**, 156 804 (2004).
- [3] B.A. Bernevig, T.L. Hughes, S.-C. Zhang. Science **314**, 1757 (2006).
- [4] H. Lin, R.S. Markiewicz, L.A. Wray, L. Fu, M.Z. Hasan, A. Bansil. Phys. Rev Lett. **105**, 036 404 (2010).
- [5] Y. Xing, L. Zhang, J. Wang. Phys. Rev. B **84**, 035 110 (2011).
- [6] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. II. Теория поля. Наука, М. (1988). 512 с.
- [7] Н.С. Бахвалов. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). Наука, М. (1975). 632 с.