Каскадный лазер на мелких донорах в *δ*-легированных сверхрешетках GaAs/AlGaAs

© Н.А. Бекин[¶], В.Н. Шастин

Институт физики микроструктур Российской академии наук, 603950 Нижний Новгород, Россия

(Получена 8 октября 2007 г. Принята к печати 10 октября 2007 г.)

Теоретически анализируется возможность усиления электромагнитных волн терагерцового диапазона частот на оптических переходах между состояниями двумерного континуума и мелких доноров в сверхрешетках GaAs/AlGaAs с селективным δ -легированием квантовых ям. Механизм требуемой инверсной населенности состояний основывается на использовании эффекта гибридизации состояний соседних квантовых ям, связанных благодаря туннелированию электронов через барьер, в условиях вертикального транспорта. Показано, что при плотности легирования $5 \cdot 10^{10}$ см⁻² на каскад коэффициент усиления может достигать 50 см⁻¹ на длинах волн 100–120 мкм. Плотность тока в рабочем режиме составляет ~ 50 A/см².

PACS: 42.55.Px, 73.21.Cd, 73.21.Fg, 78.67.De

1. Введение

Существующие полупроводниковые каскадные лазеры покрывают значительную часть среднего и дальнего инфракрасного диапазона электромагнитного излучения [1–3]. В таких лазерах используются оптические переходы двумерных (2D) электронов между подзонами (минизонами) размерного квантования, а каскадный процесс протекания тока при вертикальном транспорте приводит к требуемой для усиления инверсной населенности. При этом центры легирования поставляют носители заряда, но не определяют сам механизм усиления. Между тем использование доноров и акцепторов в качестве оптически активных центров могло бы стать одним из перспективных направлений развития терагерцовых каскадных лазеров и особенно тех из них, которые базируются на кремниевых структурах. Так, установлено, что для достижения стимулированного излучения терагерцового диапазона частот можно с успехом использовать внутрицентровые оптические переходы доноров V группы объемного кремния в условиях их оптического возбуждения [4]. Кроме того, эффект усиления терагерцового излучения наблюдался при фотоионизации мелких примесных центров в сверхрешетках с б-легированными квантовыми ямами [5,6]. На повестке дня — поиск механизма реализации инверсной населенности состояний примесных центров протекающим током, и использование вертикального транспорта в сверхрешетках с селективно блегированными квантовыми ямами является одним из возможных для этого подходов. Далее анализируется схема каскадного лазера на переходах в резонансные состояния (resonant states) кулоновских центров в δ легированных сверхрешетках с туннельно-связанными квантовыми ямами.

Механизм формирования инверсной населенности основан на управлении временами жизни примесных

состояний, что можно делать, изменяя степень гибридизации (перемешивания) состояний соседних квантовых ям, разделенных туннельно-прозрачными барьерами [7]. В таком случае волновая функция 2D электрона теряет локализацию и содержит вклад состояний, относящихся к соседним квантовым ямам. Нас интересует случай сильной гибридизации основного состояния кулоновского центра б-легированной квантовой ямы с 2D континуумом соседней квантовой ямы (рис. 1). Такая гибридизация имеет место, когда энергия этого состояния близка к энергии экстремума 2D подзоны. В этом случае роль соседних связанных квантовых ям в формировании состояний кулоновского центра может быть сравнимой, что зависит, разумеется, как от разности энергий подзон, так и от параметров разделяющего барьера. Подбирая оптимальную прозрачность барьера и прикладывая нужное электрическое поле, можно добиться ситуации, когда связанные электроны кулоновского центра будут



Рис. 1. Схема активной области каскадного лазера на примесных состояниях в δ -легированной сверхрешетке. Кружком отмечено положение δ -слоя. Изображены квадраты модуля волновых функций подзон 1, 2, 3 в активной части периода. В узкой квантовой яме (А) показаны (две короткие черты) нижний и один из возбужденных резонансных уровней примеси под 3-й подзоной, которые могут служить рабочими состояниями лазера. Справа — прямой стрелкой показан оптический переход между указанными рабочими состояниями, изогнутой стрелкой — туннелирование с участием оптического фонона.

[¶] E-mail: nbekin@ipm.sci-nnov.ru



Рис. 2. Зонная диаграмма сверхрешетки каскадного лазера при рабочем напряжении U = 51.9 мВ на период. Показаны квадраты модулей волновых функций подзон: 1, 2, 3, 4 соответствуют подзонам в периоде, отмеченном пунктирной рамкой; 1', 2' — подзоны предыдущего каскада, 3" — следующего каскада. Волновые функции выделенного периода показаны сплошными линиями, остальных периодов — штриховыми (первые три подзоны). Кружками отмечены области δ -легирования.

быстро переходить в подзону соседней ямы, излучая оптические фононы. Такой процесс ионизации кулоновских центров при вертикальном транспорте по соответствующему каскаду (рис. 2) может поддерживать инверсную населенность состояний 2D континуума легированной квантовой ямы относительно связанных состояний донора или акцептора, если захват электронов этими центрами происходит сравнительно медленно, а термализация 2D электронов — достаточно быстро.

В данной статье делается количественный анализ каскадной структуры GaAs/AlGaAs *n*-типа, единичный каскад которой состоит из двух квантовых ям, барьера, разделяющего эти ямы, и барьера, инжектирующего электроны в следующий каскад. Таким образом, период сверхрешетки рассматриваемой схемы лазера состоит всего из четырех слоев. Процесс формирования инвертированного распределения можно описать следующим образом. Пусть электроны инжектируются в узкую яму (А) (подзона 3) и накапливаются в ней, задерживаясь барьером (В) (рис. 1). Прежде чем захватиться кулоновским центром или перейти в следующую квантовую яму, электроны успевают отдать энергию фононам и хотя бы частично термализоваться. Если электрон переходит в основное состояние до-

туннелирования переходит в 2D континуум подзоны 2 соседней широкой ямы (С) и, испуская оптический фонон, оказывается в подзоне 1. Таким образом может сформироваться инвертированное распределение электронов на примесно-зонных или внутрицентровых оптических переходах между состояниями донора. Из подобных звеньев легко составить каскадную схему, для чего необходимо лишь обеспечить инжекцию электронов из подзоны 1 текущего каскада в подзону 3 следующего каскада. Описанный сценарий подразумевает, что темп прямого перехода из слоя (А) в слой (С) 2D электронов 3-й подзоны относительно невысок и ток определяется релаксацией через основное состояние кулоновского центра. Для рассмотренной далее сверхрешетки GaAs/AlGaAs этот темп хотя и можно сделать невысоким ($\sim 10^{10} \, {\rm c}^{-1}$), однако он все же сравним со скоростью термализации. Очевидно, это приводит к разогреву электронов и уменьшению коэффициента усиления, но значение последнего оказывается тем не менее достаточным.

нора, то он быстро благодаря резонансному эффекту

Важно отметить, что соответствующая каскадная схема оказывается простой и может обеспечить большие времена жизни рабочих состояний в сравнении с каскадными лазерами на межподзонных переходах. При этом тот факт, что усиление имеет место для волн с поляризацией в плоскости структуры, расширяет выбор возможных типов резонатора при конструировании лазера.

Расчеты энергетического спектра и волновых функций были проведены в приближении изолированного донора методом разложения по волновым функциям электрона в туннельно-связанных квантовых ямах [8]. Подбор параметров сверхрешетки, спектр и волновые функции в ней без учета влияния кулоновского потенциала донора рассмотрены в разд. 2, а с его учетом — в разд. 3. В разд. 4 обсуждаются времена жизни рабочих состояний, в разд. 5 — сечение усиления. В Заключении суммируются полученные результаты.

2. Спектр и волновые функции сверхрешетки

Подберем параметры сверхрешетки GaAs/AlGaAs так, чтобы энергетический спектр и волновые функции электрона в сверхрешетке удовлетворяли требованиям, изложенным выше.

Пусть период структуры состоит из двух квантовых ям GaAs, разделенных барьером $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$, и инжектирующего барьера такого же состава (рис. 2). Для расчета ограничимся рассмотрением сверхрешетки с конечным числом периодов и заключим ее между полубесконечными барьерами $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$. Предположим, что внутри сверхрешетки имеется однородное электрическое поле, которое к потенциалу сверхрешетки

добавляет слагаемое

$$U(z) = \begin{cases} 0, & z < 0, \\ -eEz, & 0 < z < Nd \\ -eENd, & z > Nd. \end{cases}$$

Ось z выбрана в направлении роста сверхрешетки, d — период сверхрешетки, N = 4 — количество периодов, интервал 0 < z < Nd соответствует области сверхрешетки, e — модуль заряда электрона, E — электрическое поле. Выберем E > 0, а начало инжекционного барьера в первом периоде совместим с координатой z = 0.

Разрыв зоны проводимости в области интерфейса можно оценить по формуле $\Delta E_c = 0.65\Delta E_g$ [9], ΔE_g [эВ] = 1.415*x* [10], где ΔE_g — изменение ширины запрещенной зоны, *x* — содержание алюминия. Оператор кинетической энергии в одномерном уравнении Шредингера брался в форме $T = [p_z m_z^{-1}(z) p_z]/2$, p_z — оператор импульса. При этом эффективная масса $m_z = (0.066 + 0.088x)m_0$ [11], m_0 — масса свободного электрона.

На рис. 2 показана зонная диаграмма сверхрешетки, а также квадраты модулей волновых функций, рассчитанных при напряжении U = 51.9 мВ на период. Толщины слоев периода структуры в направлении потока электронов начиная с инжекционного барьера: 2/9.1/4/18.2 нм. Вблизи данного напряжения имеет место резонансное взаимодействие 1-й подзоны одного периода с 3-й подзоной другого, что приводит к эффекту расталкивания (антипересечению) уровней 1' и 3. При указанном рабочем напряжении эти уровни максимально близки, т.е. выполняется условие резонансного туннелирования. Соответствующая энергия щели (anticrossing gap) $\Delta E_{1/3} = 4.3$ мэВ.

Энергии минимумов 2-й и 3-й подзон, отсчитанные от минимума 1-й подзоны, составляют соответственно 35.4 и 47.6 мэВ. Тот факт, что разность энергий между 1-й и 2-й подзонами несколько меньше, чем энергия оптического фонона в GaAs (36 мэВ), не должно препятствовать протеканию тока. Это очевидно, если принять во внимание разброс электронов по энергии и возможность испускания оптических фононов с переходом электронов в верхнюю подзону следующего каскада (3"). Для инверсной населенности на примеснозонных переходах необходимо, чтобы испускание оптических фононов обеспечивало ионизацию доноров, и требуемые условия легко выполняются (см. разд. 3).

Инжекция электронов в 3-ю подзону (рис. 2) из подзоны 1' предыдущего каскада происходит благодаря туннелированию. Чтобы резонансное туннелирование не подавлялось, вообще говоря, необходимо, чтобы рассеяние электронов было не слишком сильным [12]. При выполнении неравенства $\Delta E_{1'3} > \hbar/\tau_d$, где τ_d — время рассеяния (дефазировки), отрицательным влиянием рассеяния можно пренебречь.

Численное моделирование [12] и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [13] позволяют предположить, что типичное время рассеяния в каскадных схемах в сверхрешетках GaAs/Al_{0.15}Ga_{0.85}As составляет ~ 0.3 пс. Заметим, что щель антипересечения для инжекционных уровней рабочей схемы каскадного лазера в работе [13] близка к 1.8 мэВ. Учитывая, что содержание алюминия в барьерах рассматриваемой сверхрешетки 30%, и предполагая сильное сплавное рассеяние, мы выбрали достаточно прозрачный инжектирующий барьер, который приводит к энергии расщепления $\Delta E_{1'3} = 4.3$ мэВ. Связанный с этим разогрев электронов не является существенным и не оказывает заметного влияния на числа заполнения рабочих состояний (см. далее).

3. Резонансные состояния

Определим спектр и волновые функции доноров, пренебрегая многочастичными эффектами, влиянием примесей друг на друга, а также эффектами пространственного заряда.

Для расчетов спектра и волновых функций электрона в сверхрешетке в присутствии кулоновского потенциала примеси используется метод разложения по волновым функциям нелегированной сверхрешетки [8]. Полагается, что слои δ -легирования расположены в центре узких квантовых ям и справедливо приближение изолированного примесного центра.

Вкладом трехмерного континуума в волновую функцию мы будем пренебрегать. В цилиндрических координатах ρ , φ и z волновую функцию стационарного состояния электрона с энергией E и определенным значением m проекции момента импульса на ось zможно записать в виде суммы:

$$|E,m\rangle = \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\pi}{R}} \sum_{n,j} \sqrt{k_j} C_n(k_j) J_m(k_j\rho) g_n(z), \quad (1)$$

 $C_n(k_j)$ — коэффициенты разложения, $J_m(k_j\rho)$ — функция Бесселя первого рода, k_j — волновые числа продольного движения, $g_n(z)$ — нормированные волновые функции одномерного движения. Предполагалось, что латеральная эффективная масса $m_\rho = 0.066m_0$ не зависит от координат. Функции $g_n(z)$ и коэффициенты $C_n(k_j)$ можно выбрать вещественными.

При записи разложения (1) была введена дискретизация энергетического спектра. На волновые функции электрона были наложены нулевые граничные условия на боковой поверхности цилиндра радиуса R. Ось цилиндра совмещена с осью z, проходящей через примесный центр перпендикулярно гетерограницам. Для коэффициентов $C_n(k_j)$ можно получить систему линейных однородных уравнений [8]. Энергию, а также величины, выражающиеся через коэффициенты разложения, нужно находить предельным переходом при $R \to \infty$. В практических вычислениях предельный переход заменяется исследованием сходимости искомых величин к некоторым значениям при возрастании *R*.

Поскольку волновая функция (1) описывает электрон в конечном объеме, то она нормирована на единицу, а потому равна единице и сумма $\sum C_n^2(k_i)$ по всем *n* и *j*.

Классификацию состояний 2D континуума можно производить по асимптотикам волновых функций на больших расстояниях от примесного центра в плоскости слоя. Фиксированной энергии соответствует одна или несколько различных волновых функций, зависимость которых от *z* вдали от донора соответствует волновым функциям подзон, минимумы которых ниже этой энергии. Волновые функции можно поэтому характеризовать номерами соответствующих подзон, как в случае невозмущенной квантовой ямы, и для них удобно ввести обозначение $|n, m\rangle$, где n — номер подзоны, m — проекция момента импульса. Одной энергии может соответствовать несколько волновых функций, отвечающих разным подзонам.

Указанную классификацию состояний по асимптотикам можно провести, используя величины [8]

$$P_n = \sum_j C_n^2(k_j). \tag{2}$$

Эти величины отражают вклады различных подзон *n* в формирование состояний. Состояниям типа $|n, m\rangle$ соответствуют наибольшие среди всех остальных величины P_n : $P_n > P_{n'}$, $n' \neq n$. Особого рассмотрения требуют резонансные состояния. В окрестности уровней этих состояний зависимость от энергии величины P_n для вышележащей подзоны, к которой относятся эти состояния, имеет локальные максимумы. Указанная величина P_n в окрестности максимума может быть наибольшей среди прочих P_{n'}, однако асимптотика волновой функции резонансного состояния не соответствует *n*-й подзоне, поскольку эта подзона формирует локализованную в латеральном направлении компоненту волновой функции. Асимптотика этой волновой функции соответствует не вышележащей, *n*-й подзоне, а соседней нижней подзоне, т.е. резонансное состояние имеет тип $|n-1, m\rangle$.

Выберем параметры сверхрешетки и рабочее напряжение такими же, как в предыдущем разделе. В расчетах волновой функции (1) учтем вклад шести подзон: трех подзон текущего каскада (на рис. 2 обозначены 1–3), 3-й подзоны следующего каскада (3"), 1-й и 2-й подзон предыдущего каскада (1' и 2'). Другие подзоны вносят пренебрежимо малый вклад в волновую функцию.

Радиус *R* составлял в расчетах 4.2 мкм. Большая величина *R* необходима для более точного определения величин, относящихся к резонансным состояниям. Шаг и количество точек по волновому числу *k* в (1) соответственно $\Delta k = \pi/R$ и $N_k = 1050$. Соответствующее волновое число отсечки $k_{\text{max}} = N_k \Delta k$. С учетом шести подзон, включенных в рассмотрение, число слагаемых в линейной комбинации (1) составляло 6300.



Рис. 3. Вклады P_n различных подзон в волновые функции состояний $|n = 2, m = 0\rangle$ (слева от разрыва горизонтальной оси) и $|n = 3, m = \pm 1\rangle$ (справа). Энергия отсчитывается от минимума 3-й подзоны.

Интересующие нас резонансные состояния донора под 3-й подзоной имеют тип $|n = 2, m\rangle$. На рис. 3 показаны зависимости от энергии P_n , n = 1', 2, 3, для таких состояний с m = 0. Энергия отсчитывается от минимума 3-й подзоны. Зависимости показаны в окрестности уровня основного состояния донора — самого нижнего резонансного состояния, относящегося к 3-й подзоне. В окрестности этого уровня P_3 и $P_{1'}$ имеют максимумы. Интересно, что в формирование локализованной компоненты этого состояния сопоставимые вклады вносят как 3-я подзона, так и нижняя подзона предыдущего каскада 1', т.е. обе подзоны инжекционного дублета. Это неудивительно, поскольку разность энергий между этими подзонами сравнима с энергией связи донора, а области локализации волновых функций этих подзон очень близки. Напротив, 2-я подзона предыдущего каскада (n = 2'), отделенная от этих подзон сравнительно большим энергетическим промежутком, дает очень малый вклад в волновую функцию основного состояния ($P_{2'} \approx 6 \cdot 10^{-5}$). Вклад 2-й подзоны текущего каскада Р2, отвечающий делокализованной компоненте волновой функции, в окрестности основного состояния имеет минимум. Заметим, что каждая точка на рисунке соответствует уровню в цилиндре выбранного радиуса *R*. При возрастании *R* указанные точки ложатся на предельные кривые.

Энергия связи донора, как видно из рис. 3, составляет 10.2 мэВ, поэтому уровень основного состояния всего на 2 мэВ выше минимума 2-й подзоны. Это обстоятельство обусловливает существенную долю 2-й подзоны в формировании основного состояния ($P_2 \approx 0.71$) даже при слабой прозрачности барьера, разделяющего волновые функции 2-й и 3-й подзон. Ширина резонанса, определяемая по зависимости P_3 от энергии, составляет $\gamma \approx 0.1$ мэВ, что соответствует времени автоионизации $\tau_i \approx \hbar/\gamma \approx 6$ пс. Заметим, что при прочих равных усло-

виях, чем толще барьер, тем у́же резонанс. Сужение резонанса наблюдается также при удалении уровня резонансного состояния от минимума соседней снизу (т.е. 2-й) подзоны. По причинам, изложенным далее, мы стремились уширить резонанс, приближая уровень резонансного состояния к минимуму 2-й подзоны, что привело к большой доле P_2 в сравнении с $P_3 \approx 0.18$.

Анализ величин P_n для основного состояния донора приводит к выводу, что его волновая функция имеет довольно причудливую топологию: локализованная около иона примеси компонента волновой функции расположена в узкой квантовой яме и частично в широкой квантовой яме предыдущего каскада ($P_3 + P_{1'} + P_{2'} \approx 0.26$), в то время как делокализованная компонента, соответствующая уходу от иона с туннелированием в континуум нижних подзон $(P_1 + P_2 + P_{3''} \approx 0.74)$, отделена от донора толстым барьером. Доминирующий вклад в делокализованную компоненту волновой функции основного состояния дает 2-я подзона, а в локализованную компоненту — 3-я подзона. Далее будет понятно, что при такой топологии волновой функции делокализованная компонента ответственна за быстрое испускание оптического фонона, а локализованная — за излучательные переходы.

Первое возбужденное состояние донора с m = 0 находится выше основного состояния на 7.8 мэВ, но на рис. 3 величины P_n в этом интервале энергий не показаны. С учетом взаимного влияния примесей их возбужденные состояния плохо определены и, скорее, сливаются с континуумом 3-й подзоны. Это же относится, по-видимому, и ко всем резонансным состояниям с $m = \pm 1$, которые в нашей схеме могли бы служить верхними рабочими состояниями. В связи с этим целесообразно рассчитывать на примесно-зонные (2D континуум 3-й подзоны — основное состояние донора), чем на внутрицентровые оптические переходы. Конечно, это приводит к меньшему сечению усиления, но уменьшает негативное влияние различных факторов неоднородного уширения.

Как будет показано в разд. 5, посвященном сечению усиления излучения на примесно-зонных оптических переходах, на его зависимость от частоты оказывают влияние резонансные состояния донора с $m = \pm 1$, относящиеся к нижней подзоне 1' предыдущего каскада. Уровни всех этих состояний лежат внутри инжекционного дублета. На рис. 3 показаны зависимости P_3 и $P_{1'}$ от энергии в окрестности самого нижнего резонансного уровня для $m = \pm 1$ (тип состояний $|n = 3, m = \pm 1\rangle$). Указанные резонансы, являясь резонансами Фано [14], сказываются в частотной зависимости сечения усиления (поглощения) излучения.

Отметим, что кроме отмеченных выше подзон размерного квантования в рассматриваемой схеме, очевидно, существуют и другие подзоны, которые могут оказать влияние на процессы переноса электронов. Однако, как показывают оценки, роль их незначительна.



Рис. 4. Вероятности испускания LO-фононов электронами в состояниях $|n = 2, m = 0\rangle$ (сплошная линия). Энергия отсчитывается от минимума 3-й подзоны. Штриховая и штрихпунктирная линии — соответственно вероятности v_2 и v_3 испускания LO-фононов электроном во 2-й и 3-й подзонах.

4. Время жизни рабочих состояний

Населенности рабочих состояний во многом определяются их временами жизни.

В рассматриваемых условиях эти времена контролируются электрон-электронными столкновениями и спонтанным излучением продольных оптических (LO) фононов. Точный учет электрон-электронных столкновений выходит за рамки данной статьи, однако основные последствия этого процесса можно оценить, пользуясь представлением о максвеллизации функции распределения 2D электронов. Заполнение состояний, которые имеют времена жизни > 10^{-10} с, подчиняется статистике Максвелла–Больцмана и близко к нулю для состояний с временем жизни ~ 10^{-12} с. В последнем случае речь идет о состояниях, беспрепятственно излучающих LO-фононы.

Испускание и поглощение акустических фононов в сравнении с упомянутыми выше процессами происходит чрезвычайно медленно, с темпом, не превышающим $10^8 - 10^9 \text{ c}^{-1}$, и поэтому слабо влияет на распределение электронов.

Таким образом, ключевым процессом, формирующим инвертированное распределение электронов в рассматриваемой схеме, является опустошение основного состояния донора при испускании LO-фононов. Вероятность спонтанного испускания LO-фононов рассчитывалась по формуле [8], полученной в первом порядке теории возмущений. При выводе этой формулы пренебрегалось модификацией кулоновским потенциалом донора конечных состояний электрона, в которые он переходит после испускания фонона.

На рис. 4 показана зависимость вероятности испускания фононов (ν) от энергии электрона в начальном состоянии $|n = 2, m = 0\rangle$. Энергия отсчитывается от

минимума 3-й подзоны. Нас интересует интервал энергий в окрестности уровня основного состояния донора. Для качественного понимания приведенной зависимости достаточно знать вероятности испускания LO-фононов при межподзонных переходах электронов из 2-й и 3-й подзон (соответственно v_2 и v_3 на рис. 4). Вероятность v соответствует состоянию электрона в кулоновском потенциале донора, поэтому волновая функция $|n = 2, m = 0\rangle$ содержит вклады как от 2-й подзоны, так и от подзон ижекционного дублета (1' и 3), а величина v грубо соответствует простому усреднению $v \approx P_2 v_2 + (P_3 + P_{1'}) v_3 \approx P_2 v_2$. Сильная зависимость vот энергии — провал в окрестности резонанса (до значения $\nu \approx 5.3 \cdot 10^{12} \, \text{c}^{-1})$ — навязывается зависимостью от энергии вклада в волновую функцию $|n = 2, m = 0\rangle$ 2-й подзоны.

В отличие от основного состояния возбужденные состояния донора практически полностью формируются 3-й подзоной, и их время жизни приблизительно равно времени жизни состояний континуума 3-й подзоны v_3^{-1} вблизи ее минимума. Скачок в зависимости v_2 при малых энергиях (рис. 4) связан с законом сохранения энергии и соответствующим запретом на испускание оптических фононов при переходе электронов в 1-ю подзону. Для начальной энергии электрона ниже –11.6 мэВ испускание оптического фонона возможно только с переходом электрона в верхнюю подзону следующего каскада (3").

Подчеркнем, что в окрестности минимума 3-й подзоны $\nu_3 \approx 2.7 \cdot 10^9 \,\mathrm{c}^{-1}$, что в $2 \cdot 10^3$ раз меньше вероятности испускания фонона электроном в основном состоянии донора. Некоторое увеличение эффективного времени испускания LO-фонона, которое можно ожидать из-за конечности времен распада фононов и их разогрева, а также экранировки электрон-фононного взаимодействия, не может заметно повлиять на населенность рабочих состояний среды. В основе инверсной населенности лежит большое различие во временах жизни рабочих состояний, что связано с выбранной толщиной среднего барьера каскада. Увеличивая толщину этого барьера, можно уменьшить ν_3 , что дает меньшие значения тока утечки и способствует более эффективной термализации электронов 3-й подзоны. Однако при этом ширина резонанса у для основного состояния донора уменьшается. Соответствующее время автоионизации $\tau_i = \hbar/\gamma$ увеличивается и может стать больше характерного времени рассеяния, препятствующего туннелированию электрона через барьер. Подобные эффекты, связанные с нарушением когерентности состояний электрона, обсуждались, в частности, в работе [12].

Отметим также, что использование излишне толстого барьера имеет еще одно отрицательное последствие. Чем толще барьер, тем более негативно сказываются несовершенство гетероструктуры и неоднородность встроенных полей на транспорт, распределение электронов и оптические характеристики состояний. Таким образом, при подборе толщины барьера в активном периоде необходимо учитывать перечисленные факторы. В связи с этим заметим, что в рассматриваемой простейшей схеме добиться условий полной термализации электронов 3-й подзоны при протекании тока не представляется возможным.

5. Сечение усиления

Сечение усиления на примесно-зонных оптических переходах может быть рассчитано с использованием выражения

$$\sigma(\omega) = \frac{\hbar\omega}{S} \frac{2\pi}{\hbar}$$

$$\times \int \left[f(E_c) - f(E_r) \right] \left| V_{cr} \right|^2 \delta(E_c - E_r - \hbar\omega) g(E_c) dE_c, \qquad (3)$$

где S — усредненный по периоду поток энергии в электромагнитной волне, f(E) — функция распределения электронов, V_{cr} — матричный элемент энергии взаимодействия электрона с электромагнитным полем, индекс r относится к основному состоянию донора, а c — к состояниям в континууме 3-й подзоны, g(E) — плотность состояний в континууме 3-й подзоны.

Для начала будем полагать, что разность населенностей состояний $f(E_c) - f(E_r) = 1$. Если бы разогрев электронов в 3-й подзоне отсутствовал, то при криогенных температурах это было бы хорошим приближением для некоторого интервала частот ω . Однако, к сожалению, из-за неустранимого разогрева электронов это не так.

Ограничимся поляризацией излучения, в котором электрическое поле волны параллельно гетерограницам. Матричные элементы V_{cr} для циркулярно поляризованной волны пропорциональны матричным элементам оператора k_+ [8]:

$$k_{\pm} = -\exp(\pm i\varphi) \left(\frac{i}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \pm \frac{\partial}{\partial \rho}\right)$$

Знаки "+" или "-" соответствуют различным направлениям вращения вектора электрического поля в волне. Отличные от нуля матричные элементы оператора k_{\pm} выражаются через коэффициенты разложения волновых функций:

$$\langle m \pm 1 | k_{\pm} | m \rangle = \sum_{n,j} C_n^{(m \pm 1)}(k_j) k_j C_n^{(m)}(k_j).$$
 (4)

Отметим, что в выражение для матричного элемента (4) входят диагональные по номерам подзон коэффициенты разложения, поэтому оптические переходы носят "внутриподзонный" характер. Поскольку для состояний континуума 3-й подзоны вблизи ее минимума $P_3 \approx 1$, матричный элемент (4) излучательного перехода в основное состояние донора возрастает с ростом



Рис. 5. Сечение усиления на примесно-зонных оптических переходах в предположении, что разность чисел заполнения рабочих состояний равна единице.

вклада 3-й подзоны (P_3) в это состояние. Однако, как уже отмечалось, увеличение P_3 связано с увеличением времени распада основного состояния донора, что может нарушить условие инверсной заселенности рабочих переходов.

В рассматриваемом случае $P_3 \approx 0.18$, что является следствием выбранных параметров структуры и того, что уровень основного состояния при рабочем напряжении смещения близок к минимуму 2-й подзоны.

На рис. 5 показана зависимость сечения усиления на примесно-зонных переходах от энергии фотона. Сечение имеет профиль, характерный для резонансов Фано [14]: зависимость немонотонная и имеет характерное соседство асимметричного максимума и минимума, причем в минимуме сечение тождественно равно нулю. Такого рода зависимости сечений и вероятностей процессов присущи квантовым системам с многокомпонентными волновыми функциями и являются следствием интерференции различных вкладов в рассматриваемый процесс. В нашем случае в матричный элемент (4) дают вклад компоненты волновой функции, соответствующие различным подзонам, а именно, — доминирующими являются вклады с n = 3 и n = 1', которые показаны на рис. 6. Величины на рис. 6 показаны в зависимости от разности энергий начальных и конечных состояний состояний континуума $|n = 3, m = \pm 1\rangle$ и основного состояния донора. Характерная резкая зависимость этих вкладов обусловлена наличием резонансных состояний подзоны 1' с $m = \pm 1$, уровни которых лежат в континууме 3-й подзоны. Здесь уместно вспомнить о вкладах различных подзон в волновые функции состояний с m = 0 и $m = \pm 1$ (рис. 3), между которыми вычисляется матричный элемент (4) оптического перехода. Зависимости на рис. 6 соответствуют интервалу энергии в окрестности самого нижнего уровня резонансных состояний с $m = \pm 1$. Суммарный вклад всех шести подзон в (4)

также показан на рисунке. Максимум суммарного вклада соответствует позитивной интерференции, а обращение его в нуль — деструктивной интерференции. Однако проявление резонанса Фано в реальных гетероструктурах может быть не столь явным из-за различных факторов рассеяния и уширения состояний, особенно при малой энергии связи кулоновских центров.

Заметим, что, поскольку рассматриваемые оптические переходы происходят внутри непрерывного спектра, при $R \to \infty$ матричные элементы (4) для выбранной нормировки волновых функций стремятся к нулю. Величины на рис. 6 показаны для конечного радиуса R = 4.2 мкм. С ростом R неограниченно возрастает плотность состояний g(E), поэтому при $R \to \infty$ сечение (3) стремится к конечному пределу.

Оценим коэффициент усиления α для заданной концентрации доноров $n_c = 5 \cdot 10^{10} \,\mathrm{cm}^{-2}$ на период и для начала будем полагать, что разность населенностей состояний $f(E_c) - f(E_r) = 1$. Для энергии фотона $\hbar \omega = 10.2$ мэВ $\alpha = \sigma n_s/d = 285$ см⁻¹ (d = 33.3 нм длина периода, $\sigma = 1.9 \cdot 10^{-14} \, \mathrm{cm}^2$). Указанная энергия фотона соответствует красной границе фотоэффекта для донора. Однако разогрев электронов, очевидно, приведет к снижению коэффициента усиления. В худшем случае средняя энергия электронов не превышает половину энергии оптического фонона (~ 18 мэВ). Предположим, что она несколько меньше, ~ 10 мэВ (температура $T \sim 100 \, {\rm K}$). Тогда, предполагая функцию распределения максвелловской, можно показать, что числа заполнения в 3-й подзоне будут ~ 0.2. Это дает значение $\alpha \sim 50 \, \mathrm{cm}^{-1}$ для энергии фотона $\hbar \omega = 10.2 \, \mathrm{мэB}$ (длина волны $\lambda \approx 120$ мкм).

Заметим, что при рассмотренной поляризации излучения важно учитывать поглощение Друде, связанное с рассеянием электронов. При частоте столкновений 10^{12} с⁻¹ сечение этого поглощения оказывается



Рис. 6. Матричный элемент $k = \langle c | k_{\pm} | r \rangle \cdot 10$ нм (сплошная линия) между основным состоянием донора и состояниями $|n = 3, m = \pm 1 \rangle$ континуума 3-й подзоны. Штриховая и штрихпунктирная линии — вклады в матричный элемент от подзон инжекционного дублета: соответственно 3-й подзоны текущего каскада и 1-й подзоны предыдущего (1').

 $\sim 10^{-15} \, {\rm cm}^2$, что приблизительно в 4 раза меньше сечения усиления на рабочих переходах.

Оценим ток через сверхрешетку при рабочем напряжении. Он определяется в основном током утечки из 3-й подзоны. Туннелирование с испусканием LO-фононов дает вклад $J = en_s v_3 = 22 \text{ А/см}^2$. Из-за наличия толстого барьера внутри периода прямым туннелированием в другие каскады в рассматриваемой схеме можно пренебречь. Канал, связанный с рекомбинацией электронов на оптических фононах в основное состояние донора из хвоста функции распределения горячих электронов, дает, по оценкам, вклад, сопоставимый с приведенной величиной J. Тогда плотность тока в рабочем режиме без учета процессов оже-рекомбинации должна составлять $\sim 50 \, {
m A/cm^2}$. Эта величина меньше пороговой плотности тока (116-800 А/см²) в терагерцовых каскадных лазерах, исследовавшихся в работах [3,13,15,16], и сравнима с тем (75 A/см²), что было получено для терагерцового каскадного лазера, имеющего сложную многослойную структуру с переменной толщиной квантовых ям [17].

6. Заключение

Сделанные оценки показывают перспективность квантово-каскадных схем, использующих оптические переходы между состояниями мелких примесных центров и 2D подзон для создания новых источников излучения в терагерцовом диапазоне частот. По сравнению со схемами на межподзонных переходах они просты, позволяют уменьшить пороговый ток и обещают большие значения коэффициента усиления. Для таких лазеров на примесно-зонных оптических переходах в б-легированных $(5 \cdot 10^{10} \, \text{см}^{-2})$ сверхрешетках GaAs/AlGaAs *п*-типа, несмотря на разогрев 2D электронов, можно получить коэффициент усиления $\sim 50\,{
m cm}^{-1}$ на длине волны ~ 120 мкм. При этом довольно низкая плотность тока в рабочем режиме, $\sim 50 \,\text{A/cm}^2$, позволяет рассчитывать на непрерывный режим генерации. Указанные оценки сделаны в предположении, что неравновесные электроны имеют температуру ~ 100 К. В связи с этим ожидается, что рабочая температура может быть сопоставимой с этой величиной. Следует отметить возможность использования рассмотренной схемы для разработки терагерцового каскадного лазера на основе гетероструктур Si/SiGe. Разумеется, для подтверждения сказанного требуются как экспериментальные исследования, так и более детальные численные расчеты с учетом эффектов пространственного заряда и влияния электрон-электронных столкновений на распределение электронов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 06-02-16136).

Список литературы

- C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, A.Y. Cho. Rep. Progr. Phys., 64 (11), 1533 (2001).
- [2] R. Köhler, A. Tredicucci, F. Beltram, H.E. Beere, E.H. Linfield, A.G. Devies, D.A. Ritchie, R.C. Iotti, F. Rossi. Nature, 417, 156 (2002).
- [3] B.S. Williams, H. Callebaut, S. Kumar, Q. Hu, J.L. Reno. Appl. Phys. Lett., 82, 1015 (2003).
- [4] S.G. Pavlov, R.Kh. Zhukavin, E.E. Orlova, V.N. Shastin, A.V. Kirsanov, H.-W. Hübers, K. Auen, H. Riemann. Phys. Rev. Lett., 84, 5220 (2000).
- [5] Н.А. Бекин, Р.Х. Жукавин, К.А. Ковалевский, С.Г. Павлов, Б.Н. Звонков, Е.А. Ускова, В.Н. Шастин. ФТП, **39**, 76 (2005).
- [6] В.Н. Шастин, Н.А. Бекин, Р.Х. Жукавин, К.А. Ковалевский, С.Г. Павлов, Н.Н. Radamson, Н.-W. Hübers. *Матер.* симп. "Нанофизика и наноэлектроника" (Нижний Новгород, Россия, 2005) т. 1, с. 38.
- [7] Н.А. Бекин, В.Н. Шастин. Изв. РАН. Сер. физ., 71 (1), 104 (2007).
- [8] Н.А. Бекин. ФТП, **39**, 463 (2005).
- [9] I. Vurgaftman, J.R. Meyer, L.R. Ram-Mohan. J. Appl. Phys., 89, 5815 (2001).
- [10] M.El. Allali, C.B. Sørensen, E. Veje, P. Tidemand-Petersson. Phys. Rev. B, 48, 4398 (1993).
- [11] H.J. Lee, L.Y. Juravel, J.C. Woolley, A.J. SpringThorpe. Phys. Rev. B, 21, 659 (1980).
- [12] H. Callebaut, Q. Hu. J. Appl. Phys., 98, 104 505 (2005).
- [13] S. Kumar, B.S. Williams, S. Kohen, Q. Hu, J.L. Reno. Appl. Phys. Lett., 84, 2494 (2004).
- [14] U. Fano. Phys. Rev., 124, 1866 (1961).
- [15] S. Kumar, B.S. Williams, Q. Hu, J.L. Reno. Appl. Phys. Lett., 88, 121 123 (2006).
- [16] C. Walther, G. Scalari, J. Faist, H. Beere, D. Ritchie. Appl. Phys. Lett., 89, 231 121 (2006).
- [17] L. Mahler, A. Tredicucci, R. Köhler, F. Beltram, H.E. Beere, E.H. Linfield, D.A. Ritchie. Appl. Phys. Lett., 87, 181101 (2005).

Редактор Л.В. Шаронова

Cascade laser on shallow donor transitions in δ -doped GaAs/AlGaAs superlattices

N.A. Bekin, V.N. Shastin

Institute for Physics of Microstructures, Russian Academy of Sciences, 603950 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract The amplification of terahertz radiation on optical transitions between 2D continuum and shallow donor centers in GaAs/AlGaAs superlattices with selectively δ -doped quantum wells is theoretically analyzed. The mechanism of population inversion employs the hybridization of neighbor quantum well states coupled due to electron tunnelling through the barrier under vertical transport. It is shown that the gain $\sim 50 \text{ cm}^{-1}$ for the wavelength range $100-120\,\mu\text{m}$ can be obtained with doping concentration of $5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ per period. The operating duty current is $\sim 50 \text{ A/cm}^2$.