11

Численное исследование хаотической динамики генератора с выделенной инерционностью при бигармоническом воздействии

© Л.А. Морозова, С.В. Савельев

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Фрязино, Московская обл., Россия
e-mail: mila-morozova.ludmila@yandex.ru

Поступило в Редакцию 20 марта 2026 г.
В окончательной редакции 6 июля 2026 г.
Принято к публикации 13 июля 2026 г.

Представлено численное исследование хаотической динамики генератора с выделенной инерционностью в недовозбужденном режиме при бигармоническом воздействии. Выделены два случая возникновения хаоса, отличающиеся расстройкой частот бигармонического сигнала. Первый случай отвечает резонансному воздействию, когда соотношение частот составляющих бигармонического воздействия много меньше эффективной частотной полосы генератора. Второй случай соответствует частотной расстройке составляющих бигармонического воздействия, сравнимому со значением эффективной полосы генератора. Установлено, что в первом случае хаотизация вынужденного колебательного режима связана с генерацией цугов хаотических колебаний. Во втором случае бигармоническое воздействие приводит к хаосу через потерю устойчивости собственной моды генератора. Выявлены значения параметров, определяющие хаотическую динамику для обоих случаев. Сделан вывод, что генератор с выделенной инерционностью может быть использован в качестве модельной системы для изучения сложной динамики реальных устройств СВЧ на мощных биполярных транзисторах.

Ключевые слова: динамический хаос, генератор с выделенной инерционностью, бигармонические колебания, мощный биполярный транзистор СВЧ.

DOI: 10.61011/JTF.2027.01.64194.77-26

Введение

Вопросы построения моделей для изучения динамики мощных транзисторных систем являются наиболее сложными и востребованными задачами современной радиофизики. Действительно, смена режимов генерации и усиления в мощных транзисторных СВЧ устройствах на биполярных транзисторах при варьировании внутренних и внешних параметров схем, таких как характеристики внешних сигналов, элементы согласования транзисторов или значения напряжений питания, обычно не поддаются теоретическим исследованиям из-за практически непреодолимых трудностей, связанных в этих случаях с необходимостью решать уравнения в частных производных с граничными условиями, определенными только на концах полупроводниковых структур. В [1] приведены результаты вычисления распределения электрического поля для различных плотностей коллекторного тока, в том числе близких к максимальным, показывающие, что фактическая ширина базы биполярного транзистора, являясь функцией плотности коллекторного тока, может превышать ее физический размер в несколько раз. При больших токах импедансы и коэффициент усиления транзистора в первом приближении обратно пропорциональны значению рабочего тока транзистора, что вместе с разбросом определяющих параметров мощных транзисторов, составляющим до 50%, делает бесперспективным создание динамической модели мощного биполярного транзистора. По этим же причинам в библиотеках моделирования электронных схем, таких как Proteus, AutoCAD Electrical, Multisim, и других, отсутствуют данные для построения и расчета схем на мощных биполярных транзисторах.

В работах [2,3] предложена динамическая модель, описывающая процессы в автономных системах на базе мощных транзисторов СВЧ, в качестве которой авторами предложен генератор с выделенной инерционностью. Для описания работы мощного транзисторного каскада в модели генератора использовалась кусочно-линейная аппроксимация статической вольт-амперной характеристики биполярного транзистора, характеристика усилительного элемента генератора имеет линейный участок и участок с насыщением. Для учета инерционности транзистора введен инерционный преобразователь, собранный по схеме однополупериодного квадратичного детектора, который производит инерционное преобразование выходного сигнала транзистора. Показано качественное взаимно-однозначное соответствие динамики автономного генератора с выделенной инерционностью процессам, наблюдаемым в реальных мощных транзисторных системах СВЧ.

В [4] экспериментально исследована динамика неавтономного усилительного каскада, активизированного мощным биполярным транзистором, при воздействии бигармонического сигнала. Выделены два различных друг от друга случая хаотической динамики в системе,

обусловленных частотной расстройкой парциальных составляющих. Переход к хаосу в такой системе обусловлен либо периодическим возбуждением собственного автоколебательного процесса в системе, связанного с развитием конкуренции колебаний на комбинационных и разностных частотах, либо с механизмом хаотизации недовозбужденной собственной моды системы. Исследованные экспериментально в [4] механизмы хаотизации колебаний не наблюдались одновременно при моделировании процессов в известных в научной литературе автогенерационных системах.

Вопросы развития динамических процессов в неавтономных колебательных системах широко исследовались в рамках общей теории устойчивости цепей, содержащих активные элементы, например [5–7]. При этом выявлено, что низкочастотное периодическое воздействие на динамическую систему может приводить к возникновению сложных, в том числе хаотических колебательных процессов, обусловленных в том числе бистабильностью системы.

В [8,9] на примере анализа обобщенного генератора Ван дер Поля проведено теоретическое исследование синхронизации колебаний при одновременном низкочастотном и высокочастотном внешнем воздействии на генератор. Показано, что взаимодействие высокочастотных и низкочастотных колебаний приводит к возникновению дополнительных областей синхронизации в результате трехчастотного взаимодействия двухчастотного внешнего воздействия с собственной модой системы. Установлен механизм хаотизации собственной моды системы под действием внешнего двухчастотного воздействия. Достижимость теоретических результатов подтверждена в экспериментах с осциллятором типа Хартли.

Явления, связанные с изменением устойчивости динамики систем, могут наблюдаться в многомодовых активных системах. В [10] исследуется многоконтурный генератор с общей схемой управления возбуждением автоколебаний в каждом контуре, демонстрирующий квазипериодические и хаотические колебания. При численном и экспериментальном исследованиях показана возможность возбуждения многочастотных квазипериодических, хаотических и гиперхаотических колебаний с несколькими положительными показателями Ляпунова.

В [11] исследуется динамика неавтономного осциллятора с управляемой фазой внешнего воздействия от динамической переменной, что приводит к последовательной иерархии различных периодических и хаотических движений. Показано, что в динамике системы наблюдаются колебательные режимы, аналогичные режимам неавтономного осциллятора с потенциалом в виде периодической функции.

Работы [12–14] посвящены исследованию динамики автоколебательных систем при бигармоническом воздействии. Установлено, что при взаимодействии с собственными модами системы колебательный процесс при определенных значениях параметров приобретает хаотический характер. Показано, что взаимодействие высокочастотных и низкочастотных колебаний приводит к возникновению дополнительных областей синхронизации. На примере разрушения серии импульсов в нелинейном генераторе и гармонического колебания в двухмодовой системе рассмотрены эффекты, обусловленные взаимодействием высокочастотных и низкочастотных колебаний. В качестве важнейшего проявления такого взаимодействия отмечена хаотическая динамика.

Приведенный краткий обзор исследования неавтономных автоколебательных систем показывает возможность генерации хаоса в радиофизических системах под действием внешних бигармонических колебаний. Однако в работах рассматривается случай значительной расстройки частот колебаний составляющих внешнего сигнала, которая сравнима с эффективной полосой генерации исследуемых модельных систем. Динамика радиофизических систем при произвольной расстройке частотных составляющих внешнего сигнала не изучалась.

Таким образом, полученные результаты автоколебательных процессов, одновременно наблюдаемые в экспериментальных исследованиях в [4], указывают на отсутствие моделей, адекватно описывающих СВЧ-системы на активных элементах, работающих в режиме больших токов.

Цель настоящей работы — установить, что сценарии формирования хаотических колебаний, обнаруженные при воздействии бигармонического сигнала на регенеративные усилительные каскады на базе мощных биполярных транзисторов СВЧ, представленные в [4], могут иметь место при численном моделировании генератора с выделенной инерционностью под действием бигармонических колебаний. Качественная идентичность результатов при проведении натурных [4] и численных экспериментов настоящей работы позволит использовать генератор с выделенной инерционностью в качестве модельной динамической системы для изучения колебательных процессов реальных устройств СВЧ на мощных биполярных транзисторах.

1. Постановка задачи

В [4] в натурных экспериментах изучены сложные режимы усилительных каскадов сантиметрового диапазона длин волн на базе мощных биполярных транзисторов под действием бигармонического сигнала. Установлена универсальность явлений хаотизации колебательных режимов для мощных усилительных каскадов. Выделены два характерных случая возникновения динамического хаоса, отличающихся расстройкой частотных составляющих воздействующих бигармонических колебаний.

В рамках настоящей работы объектом исследования является модель генератора с выделенной инерционностью под действием бигармонического сигнала. Следуя результатам работ [2,3], неавтономную динамическую

модель генератора с выделенной инерционностью можно представить системой четырех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = y + (m_1 - m_2)x - xz + A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t), \quad x \le q,$$

$$\dot{x} = y - m_2 x - qz - qz + A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t), \quad x > q,$$

$$\dot{y} = -x,$$

$$\dot{z} = -gz + gI(x - m_2\xi)(x - m_2\xi)^2, \; i(a) = \begin{cases} 1, & a \ge 0, \\ 0, & a < 0, \end{cases}$$

$$\dot{\xi} = x - m_2\xi, \qquad (1)$$

где $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2$ — амплитуды и круговые частоты воздействующих колебаний; x, y, z, ξ — безразмерные напряжение на входе нелинейного усилителя, ток в цепи обратной связи, напряжение на выходе однополупериодного инерционного преобразователя, ток во входном контуре соответственно; m_1, m_2, q, g — параметры возбуждения, диссипации, ограничения и инерционности соответственно; $I(a)$ — единичная функция Хевисайда. Единичная функция Хевисайда используется для математического выражения однополупериодного характера работы инерционного преобразователя и не вызывает какие-либо особенности при численном решении системы (1).

Варьирование определяющих параметров нелинейного усилителя позволяет исследовать динамику системы как в недовозбужденном режиме, так и в режиме автогенерации. В настоящей работе в численных экспериментах использовались следующие значения параметров, определяющих недовозбужденный режим работы автогенератора: $m_1 = -0.1$, $m_2 = 1$, $q = 0.2$, $g = 0.8$, амплитуды составляющих бигармонического сигнала были идентичны, $A_1 = A_2 = A$.

Для реализации цели работы необходимо, чтобы значения f_1 и f_2 находились в диапазоне частот генератора, что для значения основной моды $f_0 = 0.32$ [2,3] и значения добротности системы (1) $Q = 1/m_2 = 1$ дает эффективный диапазон частот бигармонического сигнала $\Delta f_{\max} = 0.32$. Поскольку сложные колебательные режимы в экспериментах [4] определялись величиной расстройки парциальных частот бигармонического сигнала, особое внимание при численных исследованиях будем уделять двум разнотипным случаям:

– случай малой расстройки парциальных частот f_1 и f_2, где $f_1 = \omega_1/2\pi$,

$$f_2 = \omega_2/2\pi, \quad \Delta f = |f_1 - f_2| \ll \Delta f_{\max},$$

– случай большой расстройки,

$$\Delta f = |f_1 - f_2| \approx \Delta f_{\max}.$$

Система (1) не является интегрируемой в квадратурах. Для выявления режимов регулярных и хаотических колебаний проводился численный анализ системы (1) методом Рунге–Кутта четвертого порядка с оптимизированным шагом интегрирования, равным 0.05, варьирование шага интегрирования, в том числе его уменьшение, не приводит к изменению результатов численного решения. Неизменяемые параметры m_1, m_2, q, g имели значения, указанные выше. Варьирование значений этих параметров в пределах 10 % не приводило к качественным изменениям динамики системы, что свидетельствует о достаточно высокой устойчивости режимов колебаний модели генератора к изменению этих параметров. Исследовались временные реализации колебаний и бифуркационные диаграммы.

2. Результаты численного моделирования

На рис. 1 представлена однопараметрическая бифуркационная диаграмма максимумов значений колебательного процесса переменной x в зависимости от расстройки парциальных частот f_1 и f_2 бигармонического сигнала при $A = 1.2$. Численное интегрирование производилось при $|f_1 - f_0| = |f_2 - f_0|$, $f_1 < f_0 < f_2$. Как следует из представленной диаграммы, система демонстрирует две области хаотических колебаний, отличающиеся частотной расстройкой составляющих воздействующего сигнала. Первая область хаоса возникает при условии, когда интервал между парциальными частотами f_1 и f_2 мал по сравнению с эффективной полосой генератора. Хаотическая динамика системы в этом случае наблюдается на отрезке $\Delta f/f_0 \in [0.0018; 0.0027]$. Вторая область хаотических колебаний имеет место

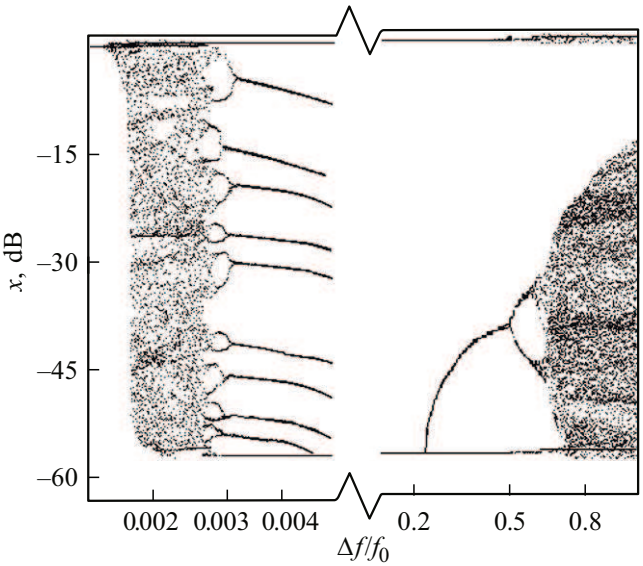


Рис. 1. Фрагмент бифуркационной диаграммы максимальных значений переменной x при изменении величины $\Delta f/f_0$.

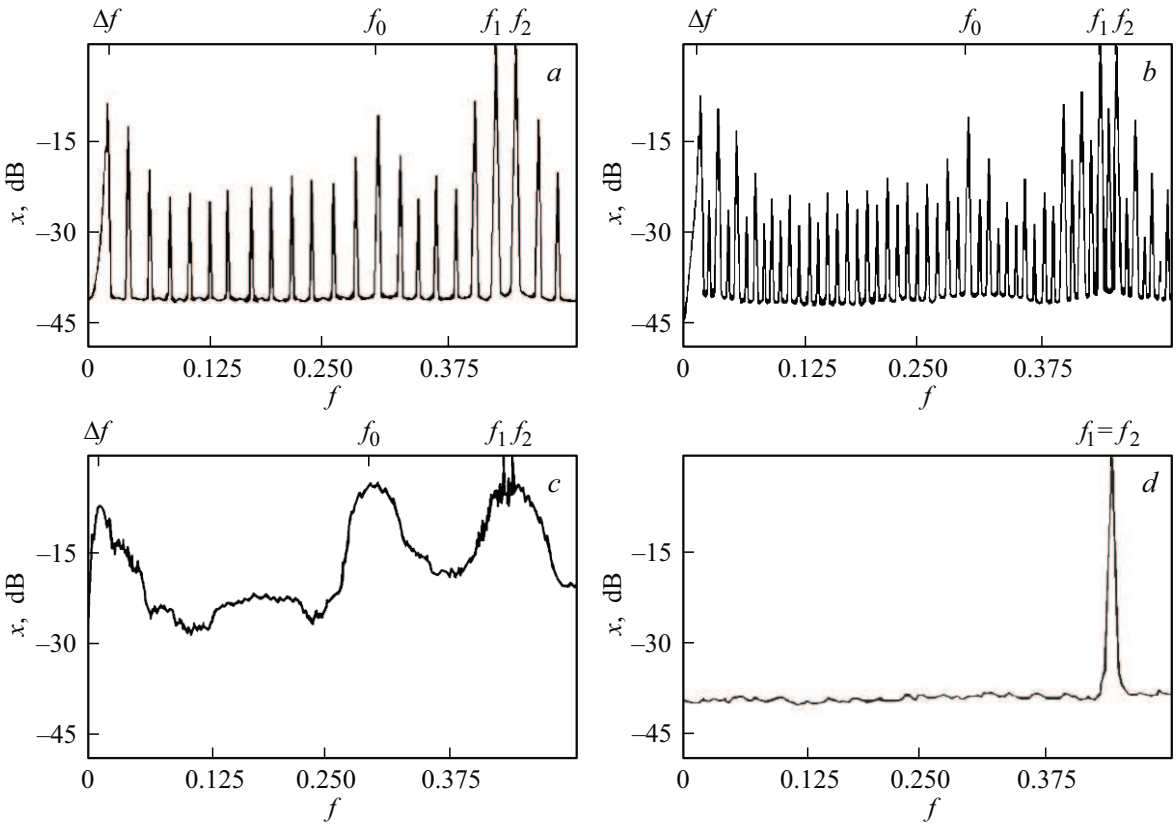


Рис. 2. Спектры Фурье переменной x при $\Delta f/f_0 = 0.004$ (a); 0.003 (b); 0.0025 (c); 0 (d).

при большой величине расстройки и фиксируется при значении $\Delta f/f_0 \in [0.7, 1]$. Рассмотрим условия возникновения хаотической динамики, накладываемые на значения определяющих параметров, для каждого случая в отдельности.

В первом случае, когда частотная расстройка между составляющими бигармонического сигнала мала, наблюдаются следующие изменения динамики исследуемой системы:

– в генераторе происходит возбуждение комбинационных составляющих на основе разности парциальных частот бигармонического сигнала $\Delta f = |f_1 - f_2|$;

– при уменьшении расстройки происходит увеличение числа спектральных компонент за счет генерации дополнительных частот, так что результирующая расстройка между частотными компонентами системы становится равной $\Delta f = |f_1 - f_2|/2$;

– при дальнейшем уменьшении расстройки парциальных частот динамика генератора хаотизируется, при этом максимум амплитуды колебаний совпадает с частотой основной моды системы f_0;

– последующее уменьшение расстройки приводит к уменьшению амплитуды хаотических колебаний и переходу к одночастотной динамике при равенстве парциальных частот бигармонического сигнала.

В настоящей работе мы обращаем основное внимание на спектральные представления регулярных и хаотических режимов, наблюдаемых в исследуемой системе. Такой подход позволяет провести достоверный сравнительный анализ режимов колебаний неавтономного генератора с выделенной инерционностью и усилительных каскадов на биполярных транзисторах СВЧ при бигармоническом воздействии [4], поскольку спектры сигналов являются основным инструментом для идентификации динамических режимов усилителей СВЧ при проведении натурных экспериментов.

Характерные спектры Фурье колебаний переменной x при уменьшении величины $\Delta f/f_0$ представлены на рис. 2, где для большей наглядности изменений, происходящих в динамике системы, значения частот бигармонического сигнала были выбраны со значительной отстройкой по частоте от f_0 ($f_2 = 0.46$, $f_1 \in [0.458; 0.46]$).

Первоначально спектр Фурье переменной x демонстрирует наличие комбинационных составляющих частот f_1 и f_2, спектр колебаний эквидистантен с расстройкой $\Delta f = |f_1 - f_2|$ (рис. 2, a), значения частот составляющих $f_j = k_j|f_1 - f_2|$, где $k_j = 1, 2\ldots$. При $0.0027 < \Delta f/f_0 < 0.0032$ в системе наблюдается появление дополнительных компонент с частотами $f = |f_j - f_{j+1}|/2$, частоты спектра Фурье в этом случае соответствуют значениям: $f_i = k_i|f_1 - f_2|/2$, $k_i = 1, 2\ldots$ (рис. 2, b).

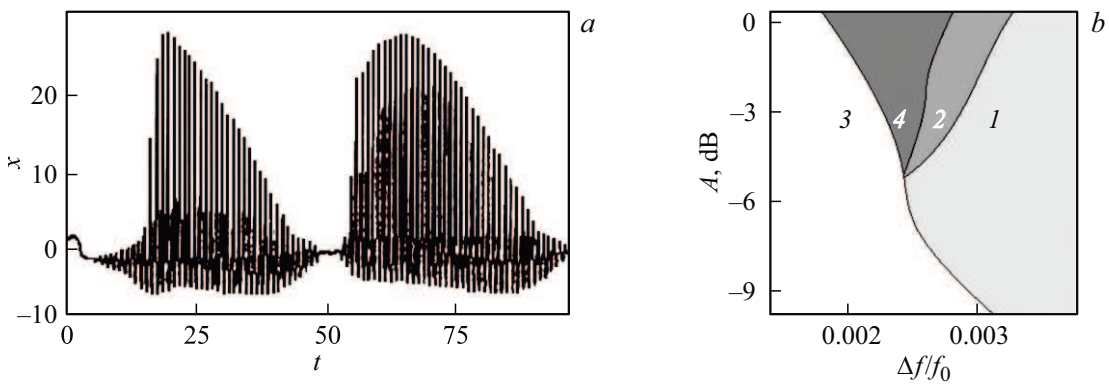


Рис. 3. Временная реализация переменной x при $\Delta f/f_0 = 0.0025$ (a) и двухпараметрическая диаграмма колебательных режимов на плоскости параметров $(A, \Delta f/f_0)$ (b).

Дальнейшее уменьшение расстройки приводит к хаотической динамике (рис. 2, c). Существенным является наличие низкочастотной составляющей колебаний высокой амплитуды с максимумом на частоте $\Delta f = |f_1 - f_2|$, что во многом определяет условие генерации хаотических колебаний. Последующее уменьшение расстройки приводит к уменьшению максимальных уровней спектральных компонент хаотических колебаний и затем к одночастотной динамике при равенстве частот входного бигармонического сигнала (рис. 2, d).

Для выявления особенностей формирования хаотической динамики рассмотрим временную реализацию переменной x при значении $\Delta f/f_0 = 0.0025$ (рис. 3, a), что соответствует динамике системы со спектром Фурье на рис. 2, c. Временная реализация представляет собой последовательность цугов хаотических колебаний. В этом режиме промежутки времени, при которых наблюдаются колебания, периодически прерываются временными промежутками неповторяющейся длительности, при которых колебания практически отсутствуют. Воздействие бигармонического сигнала приводит к формированию последовательной генерации цугов хаотических колебаний, период которых обратно пропорционален величине расстройки. С точки зрения режима работы генератора рассматриваемая система последовательно с частотой, близкой Δf, переходит от недовозбужденного режима в режим генерации на тех интервалах времени, где амплитуда сигнала превышает некое пороговое значение, формируя последовательность цугов хаотических колебаний. Меньшей величине расстройки парциальных частот бигармонического сигнала соответствуют цуги хаотического сигнала большей длительности.

Временной интервал между генерацией цугов хаотических колебаний определяется как величиной расстройки, так и значениями амплитуд парциальных составляющих бигармонического сигнала. На рис. 3, b представлена двухпараметрическая диаграмма зависимости колебательных режимов системы от амплитуды внешнего воздействия A и величины $\Delta f/f_0$. Область *1* отвечает динамике системы с частотными

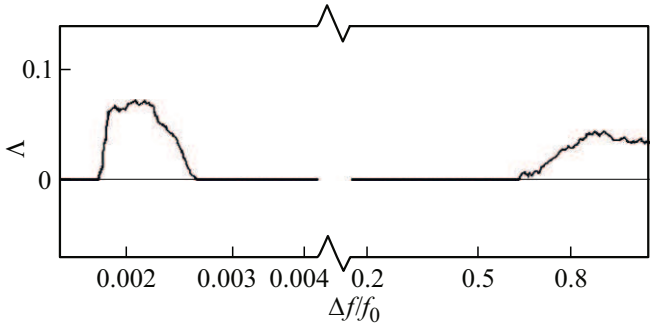


Рис. 4. Зависимость старшего показателя Ляпунова в генераторе с выделенной инерционностью с бигармоническим воздействием при изменении величины $\Delta f/f_0$.

компонентами в спектре Фурье на основе разностной частоты $f_j = k_j|f_1 - f_2|$, где $k_j = 1, 2\ldots$. Область *2* соответствует динамике с частотными компонентами $f_i = k_i|f_1 - f_2|/2$, $k_i = 1, 2\ldots$. Область *3* определяет динамику системы, когда в спектре Фурье наблюдаются только парциальные частоты бигармонического сигнала. Область хаотической динамики обозначена цифрой *4*.

Для обоснования режимов системы (1) приведен график зависимости старшего показателя Ляпунова (Λ) от величины $\Delta f/f_0$ (рис. 4), значения определяющих параметров соответствуют бифуркационной диаграмме (рис. 1). Из графика можно выделить две зоны колебаний системы, отвечающие хаотической динамике. Для случая малой расстройки анализ старшего показателя Ляпунова показывает, что генерации цугов хаотических колебаний соответствует его положительное значение, цуги хаотических колебаний некоррелированны между собой, значения временного интервала „молчания системы“ между цугами различны.

В случае большой расстройки, когда парциальные частоты бигармонического сигнала находятся на краях эффективной частотной полосы генератора, исследуемая система демонстрирует отличные от резонансного случая типы динамического поведения. Характерные

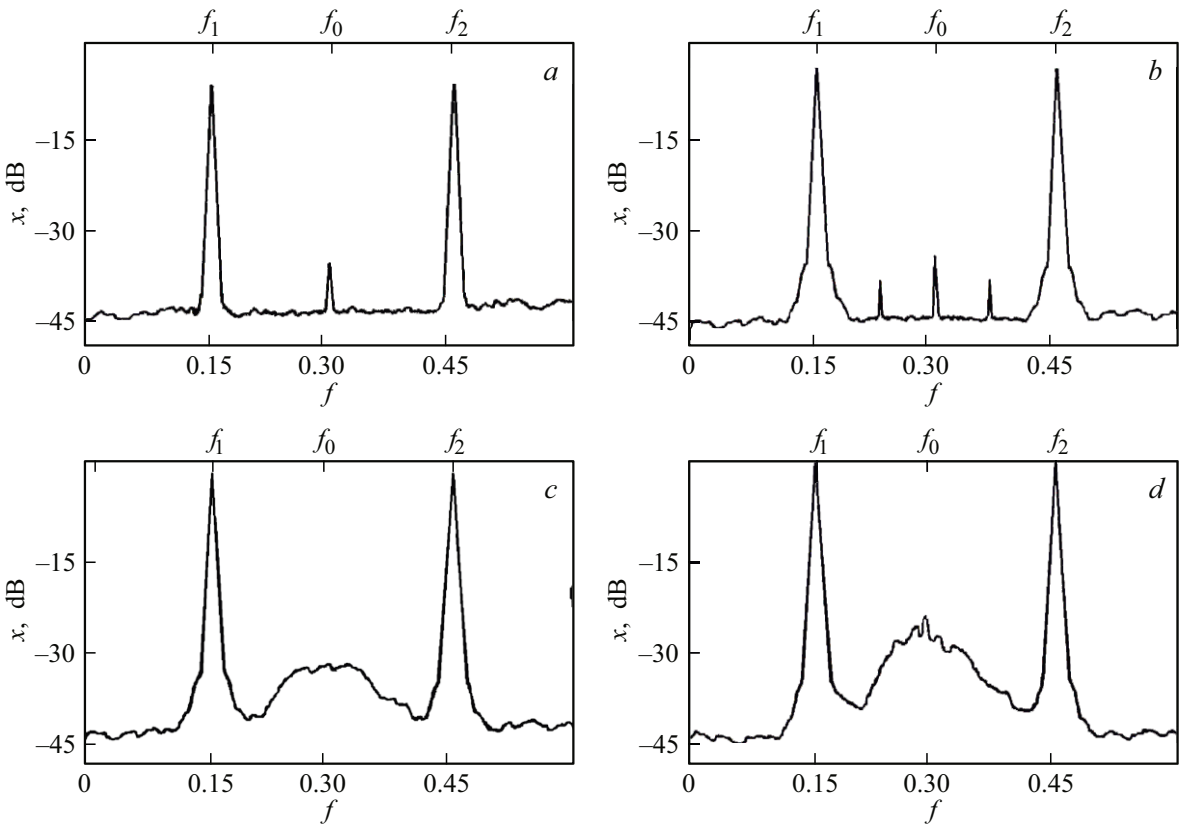


Рис. 5. Спектры переменной x при $A = 0.43$ (a); 0.57 (b); 0.76 (c); 1.2 (d).

спектры Фурье, выявляющие основные режимы динамики системы при увеличении амплитуды составляющих бигармонического сигнала, представлены на рис. 5. Парциальные частоты бигармонического сигнала имели значения: $f_1 = 0.14$, $f_2 = 0.46$.

При $A \in [0; 0.32]$ в спектре Фурье колебаний генератора реализуются только частоты составляющих внешнего сигнала (этот тривиальный случай на рисунке не представлен). При $A > 0.32$ появляются колебания на комбинационной частоте $(f_1 + f_2)/2$, которые наблюдаются в диапазоне $A \in [0.32; 0.48]$ (рис. $5, a$). При $A > 0.48$ появляются дополнительные комбинационные составляющие с частотами $(3f_1 + f_2)/4$ и $(f_1 + 3f_2)/4$ (рис. $5, b$). Такой режим колебаний реализуется при $A \in [0.48; 0.64]$. При $A > 0.64$ в системе происходит формирование хаотической динамики, что выражается в виде шумового пьедестала спектра Фурье (рис. $5, c$). Увеличение амплитуды составляющих бигармонического сигнала до значения $A = 1.2$ приводит к возрастанию максимальных уровней спектральных компонент хаотических колебаний (рис. $5, d$), но ширина спектра хаотического сигнала по основанию его пьедестала остается практически постоянной. Хаотизации колебаний системы соответствует положительное значение максимальной экспоненты Ляпунова. Максимум уровня шумового пьедестала отвечает частоте основной моды исследуемой системы f_0.

Для идентификации особенностей формирования хаотической динамики для случая большой расстройки на рис. $6, a$ представлена временная реализация переменной x, соответствующая спектру Фурье на рис. $5, d$. Рисунок демонстрирует, что хаотическая динамика реализуется в виде пичкового режима колебаний. Временной интервал между максимумами амплитуды x определяется как величиной частотной расстройки парциальных составляющих бигармонического сигнала, так и динамикой системы на комбинационных частотах. Так, например, последовательность максимумов колебаний с частотой Δf на временном отрезке $t \in [0.38; 0.54]$ сменяется последовательностью максимумов с частотой $\Delta f/2$ на $t \in [0.56; 0.58]$, а частоты следования максимумов колебаний на временных интервалах $t \in [0.36; 0.37]$ и $t \in [0.85; 0.86]$ определяются расстройкой между комбинационной частотой $(f_1 + 3f_2)/4$ и собственной модой системы f_0 и равны $(f_2 - 3f_1)/4$. Пичковый режим и перемежаемость указывают на хаотизацию колебаний в результате конкуренции мод системы на комбинационных и разностных частотах.

Условия возникновения хаотической динамики в системе при большой величине расстройки определяются как величиной расстройки, так и значениями парциальных амплитуд бигармонического сигнала. На рис. $6, b$ представлена двухпараметрическая бифуркационная диаграмма колебательных режимов системы в

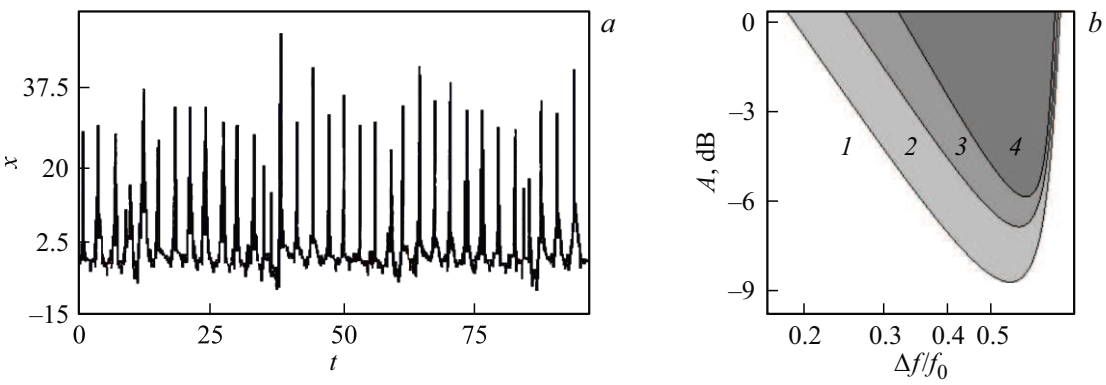


Рис. 6. Временная реализация переменной x при $\Delta f/f_0 = 1$ (a) и двухпараметрическая диаграмма колебательных режимов на плоскости параметров $(A, \Delta f/f_0)$ (b).

зависимости от значения парциальных амплитуд A и величины $\Delta f/f_0$. Область *1* соответствует случаю, когда в спектре Фурье наблюдаются только составляющие бигармонического сигнала. Область *2* отвечает режиму колебаний на комбинационной частоте $(f_1 + f_2)/2$, область 3 характеризуется появлением комбинационных частот $(3f_1 + f_2)/4$ и $(f_1 + 3f_2)/4$. Область хаотических колебаний обозначена *4*.

Таким образом, в случае большой расстройки при увеличении парциальных амплитуд бигармонического сигнала взаимодействие высокочастотной и низкочастотной составляющих бигармонического сигнала с основной модой генератора первоначально приводит к возникновению частотных компонент на комбинационных частотах. При некоторой достаточно большой амплитуде составляющих бигармонического сигнала колебания хаотизируются, что в спектральном представлении рассматривается как шумовой пьедестал. Варьирование значений парциальных частот при неизменной величине сигнала как в сторону увеличения интервала Δf, так и в сторону его уменьшения приводит к падению максимальных уровней спектральных компонент шумового пьедестала. Таким образом, в случае большой величины расстройки составляющих бигармонического сигнала генератор с выделенной инерционностью демонстрирует переход к хаотической динамике на основе сценария через перемежаемость.

Численные исследования системы (1) указывают на качественное соответствие результатов настоящей работы и натурных экспериментов по исследованию динамики регенеративных усилительных каскадов на мощных биполярных транзисторах СВЧ [4] при бигармоническом воздействии. Сходство сценариев хаотизации колебаний системы (1) и усилительных каскадов СВЧ следует из совпадения их динамических режимов:

– при малой частотной расстройке парциальных составляющих бигармонического сигнала динамика систем с уменьшением величины расстройки характеризуется первоначально наличием комбинационных составляющих с частотами $f_j = k_j|f_1 - f_2|$, где $k_j = 1, 2\ldots$, затем хаотической динамикой в виде последовательности цугов хаотических колебаний;

– при большой расстройке хаотизации колебаний в спектральном представлении соответствует шумовой пьедестал с амплитудой, на порядок меньшей парциальных составляющих бигармонического сигнала.

Однако результаты настоящей работы выявили различия колебательной динамики генератора с выделенной инерционностью и усилительных каскадов СВЧ при переходе порядок–хаос. Так, при малой расстройке в динамике усилительных каскадов СВЧ не зафиксировано появление дополнительных частотных компонент $f = |f_j - f_{j+1}|/2$. Такое расхождение в динамике генератора и усилительных каскадов СВЧ можно отнести к недостаточной величине избирательности регистрирующей аппаратуры при проведении натурных экспериментов.

В случае большой расстройки в качестве результатов натурных экспериментов не зафиксирована генерация комбинационных частот $(f_1 + f_2)/2$, $(3f_1 + f_2)/4$ и $(f_1 + 3f_2)/4$, отмеченная в численных исследованиях. Здесь следует отметить, что в отличие от генератора с выделенной инерционностью основную роль при возникновении хаотической динамики в усилительных каскадах СВЧ играет нелинейная емкость эмиттерного $p{-}n$-перехода, образующая совместно с входными согласующими цепями усилительного каскада нелинейный контур. При достаточно большой амплитуде воздействия колебания в контуре хаотизируются [4]. Отсутствие фиксации регулярной динамики усилительных каскадов СВЧ в виде генерации комбинационных частот при переходе к хаосу свидетельствует либо о недостаточной чувствительности регистрирующей аппаратуры, либо о некоторых особенностях усилительных каскадов, не учтенных при моделировании генератора с выделенной инерционностью.

Важным результатом работы является установление соответствия колебательной динамики регенеративных усилительных каскадов на базе мощных биполярных транзисторов СВЧ и генератора с выделенной инерционностью, характеризующегося двумя типами хаоти-

зации колебаний при различной частотной расстройке парциальных составляющих воздействующего сигнала. Выявленные различия в динамике перехода порядок–хаос в численных исследованиях и натурных экспериментах стимулируют проведение дальнейших исследований в направлении поиска уточненной динамической модели усилительных каскадов на мощных биполярных транзисторах СВЧ.

Заключение

Численные исследования показали, что системе (1), описывающей генератор с выделенной инерционностью вблизи границы самовозбуждения, свойственны два пути перехода к хаосу в зависимости от расстройки парциальных частот воздействующего сигнала. В случае малой расстройки хаотическая динамика выражается в виде последовательной генерации цугов хаотических колебаний. В случае большой расстройки хаос представляется в виде шумового пьедестала, хаотические колебания характеризуются пичковым режимом и перемежаемостью.

Качественное соответствие хаотической динамики генератора с выделенной инерционностью и усилительных каскадов на базе мощных биполярных транзисторов СВЧ при бигармоническом воздействии позволяет рекомендовать генератор в качестве модельной системы для описания реальных устройств СВЧ-диапазона на мощных биполярных транзисторах.

Благодарности

Авторы признательны рецензенту за конструктивные замечания, способствовавшие существенному повышению качества работы.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках Госзадания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] С. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (Мир, М., 1984), т. 1, с. 190. [пер. с англ.: S.M. Sze. *Physics of Semiconductor Devices* (New Jersey. Bell Laboratories, Incorporated Murray Hill, 1981), v. 1.]

[2] С.В. Савельев, Л.А. Морозова. ЖТФ, **90** (12), 2148 (2020). DOI: 10.21883/JTF.2020.12.50135.418-19 [S.V. Savel'ev, L.A. Morozova. Tech. Phys., **65** (12), 2056 (2020). DOI: 10.1134/S1063784220120245]

[3] С.В. Савельев, Л.А. Морозова. Письма в ЖТФ, **49** (8), 7 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.08.55128.19138 [S.V. Savel'ev, L.A. Morozova. Tech. Phys. Lett., **49** (4), 48 (2023). DOI: 10.21883/TPL.2023.04.55877.19138]

[4] Л.А. Морозова, С.В. Савельев. ЖТФ, **95** (1), 159 (2025). DOI: 10.61011/JTF.2025.01.59474.137-24 [L.A. Morozova, S.V. Savel'ev. Tech. Phys., **70** (1), 147 (2025). DOI: 10.61011/TP.2025.01.60520.137-24]

[5] J. Henrie, A.J. Christianson, W.J. Chappell. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, **58** (5), 1230 (2010). DOI: 10.1109/TMTT.2010.2045527

[6] А.Н. Литвиненко, С.В. Гришин, Ю.П. Шараевский, В.В. Тихонов, С.А. Никитов. Письма в ЖТФ, **44** (6), 85 (2018). DOI: 10.21883/PJTF.2018.06.45771.16880 [A.N. Litvinenko, S.V. Grishin, Yu.P. Sharaevsky, V.V. Tikhonov, S.A. Nikitov. Tech. Phys. Lett., **44** (3), 263 (2018). DOI: 10.1134/S1063785018030215]

[7] D.E. Root, J. Verspecht, J. Horn, M. Marcu. *X-Parameters, characterization, modeling, and design of nonlinear RF and microwave components* (Cambridge University Press, Cambridge, 2013)

[8] А.Ю. Немец, Д.М. Ваврив. Известия вуз, **58** (12), 53 (2015). DOI: 10.20535/S0021347015120031 [A.Y. Nimets, D.M. Vavriv. Radioelectron. Commun. Systems, **58** (12), 568 (2015). DOI: 10.3103/S0735272715120031]

[9] A.Y. Nimets, K. Schuenemann, D.M. Vavriv. In: *A prime year for a prime event, EUMW 2017* (Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., Nuremburg, 2017), p. 1120. DOI: 10.23919/EuMC.2017.8231044

[10] Н.В. Станкевич, О.В. Астахов, А.П. Кузнецов, Е.П. Селезнев. Письма в ЖТФ, **44** (10), 46 (2018). DOI: 10.21883/PJTF.2018.10.46098.17042 [N.V. Stankevich, O.V. Astakhov, A.P. Kuznetsov, E.P. Seleznev. Tech. Phys. Lett., **44** (5), 428 (2018). DOI: 10.1134/S1063785018050267]

[11] Е.П. Селезнев, Н.В. Станкевич. Письма в ЖТФ, **45** (2), 59 (2019). DOI: 10.21883/PJTF.2019.02.47227.17473 [E.P. Seleznev, N.V. Stankevich. Tech. Phys. Lett., **45** (1), 57 (2019). DOI: 10.1134/S1063785019010334]

[12] V.A. Buts, D.M. Vavriv. In: *2013 Intrnational Kharkov symposium on physics and engineering of microwaves, millimeter and sub millimeter waves, MSMW 2013* (MSMW, Kharkov, 2013), p. 52. DOI: 10.1109/MSMW.2013.6621986

[13] A.Y. Nimets, D.M. Vavriv. Problems Atomic Sci. Technol., **98** (4), 282 (2015).

[14] А.Д. Грищенко, Д.М. Ваврив. ЖТФ, **67** (10), 01 (1997). [A.D. Grishchenko, D.M. Vavriv. Tech. Phys., **42** (10), 1115 (1997).]