12

Валидация метода коррекции вертикальной дисперсии в накопителе ВЭПП-4М

© Д.В. Дорохова,[1,2] С.А. Никитин,[1] В.Л. Дорохов[1,2]

[1]Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
[2]Центр коллективного пользования „Сибирский кольцевой источник фотонов“ Федеральный исследовательский центр „Институт катализа им. Г.К. Борескова СО РАН“ (ЦКП „СКИФ“),
630559 Кольцово, Новосибирск, Россия
e-mail: D.V.Dorokhova@inp.nsk.su

Поступило в Редакцию 28 января 2026 г.
В окончательной редакции 1 июня 2026 г.
Принято к публикации 20 июня 2026 г.

Получены и обработаны экспериментальные данные, необходимые для реализации метода обобщенной коррекции связи колебаний на накопителе ВЭПП-4М. Метод основан на использовании EVD анализа (Eigen Vector Decomposition) откликов корректирующей системы в величине вертикальной дисперсии и мощности линейного резонанса связи. В эксперименте измерена матрица воздействия скью-квадрупольных (косых квадрупольных) магнитных корректоров на величину и распределение вертикальной дисперсии в кольце коллайдера ВЭПП-4М. Проведено ее количественное сравнение с расчетными данными. Выявлены систематические расхождения, включая инверсию полярности у 16 % корректирующих элементов, а также имеющие место из-за неидеальности компенсации интеграла магнитного продольного поля детектора КЕДР полями антисоленоидов. На основе проведенного анализа экспериментальных данных оценено ожидаемое снижение вертикального размера пучка примерно на 65 % после применения коррекции, что соответствует высокой эффективности метода. Проведенное исследование на ВЭПП-4М подтверждает перспективность применения метода на источнике синхротронного излучения (СИ) „СКИФ“ как оперативного средства минимизации вертикального эмиттанса и вертикального размера пучка для достижения максимальной яркости СИ.

Ключевые слова: вертикальная дисперсия, коррекция связи, скью-квадруполь, синхротронное излучение, вертикальный эмиттанс, матрица отклика.

DOI: 10.61011/JTF.2026.12.64071.14-26

Введение

Контроль вертикального эмиттанса и, в целом, вертикального размера пучка является критически важной задачей для современных источников синхротронного излучения (СИ). Вертикальная дисперсия η_y вносит прямой вклад в возбуждение вертикальных бетатронных колебаний за счет квантовых флуктуаций, а также определяет дополнительный вклад в вертикальный размер пучка, обусловленный разбросом энергии частиц. Поэтому активное подавление вертикальной дисперсии является одним из необходимых условий для достижения ультранизкого вертикального эмиттанса и максимальной яркости источника СИ.

Для установок четвертого поколения, таких как „СКИФ“ [1] с ультранизким горизонтальным эмиттансом 75 pm·rad, и отношением эмиттансов 0.5 % ($\varepsilon_y = 0.38$ pm·rad), достижение и поддержание вертикального эмиттанса на уровне нескольких пикометров представляет особую важность [2,3]. Основная сложность поддержания столь малых значений эмиттанса заключается в чувствительности пучка к неизбежным возмущениям магнитной структуры: ошибкам ориентации и положения магнитных элементов, а также механическим вибрациям.

В работе [4] был предложен обобщенный метод коррекции связи на основе анализа собственных векторов (Eigen Vector Decomposition, EVD) матрицы откликов вертикальной дисперсии. Метод использует строгий математический аппарат разложения по собственным векторам и процедуру усечения спектра собственных чисел. Это обеспечивает устойчивость решения, т. е. его слабую зависимость от неизбежных шумов и погрешностей измерений, что критически важно для плохо обусловленных систем, характерных для задач коррекции в крупных ускорительных комплексах. Численное моделирование для магнитной структуры источника СИ „СКИФ“ подтвердило работоспособность данного подхода [4]. Метод позволяет находить оптимальное решение для корректирующего воздействия, которое одновременно минимизирует и вертикальную дисперсию, и мощность линейного разностного резонанса связи. Кроме того, предусмотрена возможность коррекции вертикальной дисперсии с исключением (минимизацией) вклада используемых корректоров в мощность резонанса.

Несмотря на обнадеживающие результаты моделирования, для уверенного применения метода на реальных установках требовалась экспериментальная проверка его возможностей. Такая проверка позволяет оценить влияние неидеальностей магнитной системы, погрешностей измерений и других факторов, которые сложно полностью учесть в расчетах.

Целью настоящей работы является перенос этого метода из области численного моделирования в практическую плоскость — его экспериментальная апробация на реальной ускорительной установке коллайдере ВЭПП-4М [5]. Данный эксперимент предоставляет важный опыт для адаптации метода к реальным условиям и его последующего переноса на новые установки.

Отметим, что данное исследование было сфокусировано на критически важном первом этапе апробации EVD-метода — получении экспериментальной матрицы откликов и анализе ее свойств. В связи с операционными ограничениями финальная стадия применения коррекции в реальном времени вынесена за рамки настоящей работы и составит предмет будущих исследований. Однако, как будет показано далее, проведенное моделирование на основе полного массива экспериментальных данных представляет собой доказательство работоспособности метода.

1. Краткое описание метода EVD

Матрица откликов A связывает возмущения скью-квадрупольных корректоров G с возбуждаемой дисперсией: $\eta_y = A \cdot G$. Решение задачи оптимизации находится через разложение по собственным векторам матрицы $A^T \cdot A$. Данная матрица является квадратной и симметричной, что гарантирует вещественные неотрицательные собственные числа и ортогональность собственных векторов. Это ключевое свойство обеспечивает вычислительную устойчивость и позволяет физически интерпретировать моды возмущения, упорядоченные по их вкладу в возбуждаемую дисперсию. Важной особенностью метода является возможность реализации различных стратегий коррекции: от полной одновременной минимизации дисперсии и резонанса связи до селективного подавления дисперсии с исключением вклада корректоров в резонанс связи, что обеспечивает дополнительную гибкость при управлении параметрами пучка. Ключевая особенность метода — „усечение“ спектра, т. е. отбрасывание вклада собственных векторов с малыми собственными числами. Эти моды сильно усиливают шум и ошибки измерений, что приводит к нефизичному решению — рассчитанные возмущения для корректоров оказываются чрезмерно завышенными и нереализуемыми на практике. Усечение позволяет избежать этой неустойчивости решения, связанной с плохой обусловленностью матрицы.

Таблица 1. Коэффициенты пересчета тока скью-корректоров в градиент магнитного поля

Группа корректоров	Длина, cm	Коэффициент, G/I, kG/(cm·A)
SRQ1–SRQ16, NRQ16–NRQ1	111.387	0.00391
SEQ2, SEQ3, NEQ2, NEQ3	17	0.0251
NEOQ, SEOQ	8	0.0086

2. Экспериментальная часть

Эксперимент проводился на накопительном кольце ВЭПП-4М при энергии пучка 1.9 GeV. Измерительная система включала 54 пикапа и 38 скью-квадрупольных корректоров [5]. Экспериментальная матрица откликов $A_{experiment}$ была получена путем регистрации изменения вертикальной дисперсии η_y [6–8] при малых возмущениях каждого скью-квадрупольного корректора.

Вертикальная дисперсия η_y на каждом пикапе i определялась через измеренное изменение вертикального положения пучка Δy_i при модуляции частоты ВЧ-системы на величину Δf_{RF} по формуле [7]:

$$\eta_y = -\frac{\alpha}{\Delta f / f_0}\Delta y, \tag{1}$$

где f_0 — номинальная частота, а α — коэффициент пространственного уплотнения орбиты. Возмущение частоты на $\Delta f_{\mathrm{RF}} = \pm 20\,\mathrm{Hz}$ соответствует относительному изменению энергии пучка $\Delta\delta \approx \pm 1.5 \cdot 10^{-3}$. Для минимизации систематических погрешностей использовалась методика симметричных возмущений с четырьмя комбинациями изменений тока корректора ($\pm 0.5\,\mathrm{A}$) и частоты ВЧ-системы ($\pm 20\,\mathrm{Hz}$). Искомый элемент матрицы a_{ij} определяется как усредненный наклон (зеленая линия) разностных сигналов $\Delta\eta_y|\{+20Hz\}$ и $\Delta\eta_y|\{-20Hz\}$, что позволяет компенсировать систематические погрешности, связанные с энергетической зависимостью параметров пучка и нелинейностью отклика магнитной системы. Возмущения по току пересчитывались в градиенты поля с использованием калибровочных коэффициентов (табл. 1).

Элементы матрицы a_{ij} определялись по разностной формуле, компенсирующей энергетическую зависимость параметров пучка и нелинейности магнитной системы:

$$a_{ij} = \frac{[\eta_y(+0.5, +20) - \eta_y(-0.5, +20)]}{2 \cdot 1} - \frac{[\eta_y(+0.5, -20) - \eta_y(-0.5, -20)]}{2 \cdot 1}, \tag{2}$$

где $\eta_y(\Delta I_{skew},\ \Delta f_{\mathrm{RF}})$ — значение вертикальной дисперсии при соответствующих возмущениях. Что соответствует усредненному наклону зависимостей η_y от

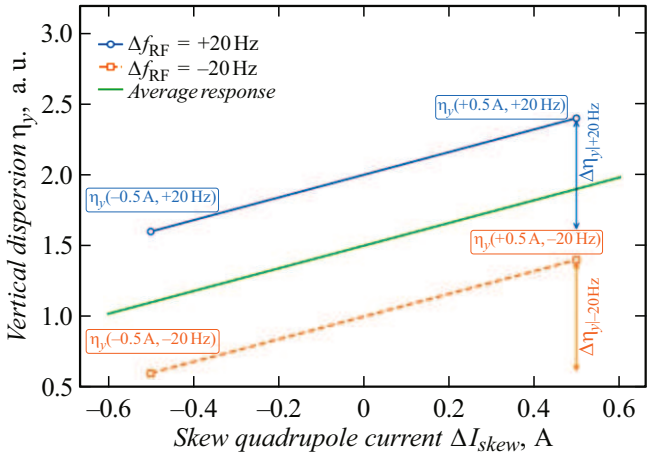


Рис. 1. Схематическая иллюстрация метода симметричных возмущений для определения элементов матрицы откликов a_{ij}. Сплошная синяя и оранжевая штриховая линии представляют зависимости вертикальной дисперсии η_y от тока корректора ΔI_{skew} при фиксированных изменениях значений частоты ВЧ-системы (+20 и −20 Hz соответственно). Аддитивный сдвиг между линиями обусловлен изменением энергии пучка.

тока корректора (рис. 1) и согласуется с теоретическим выражением [4]:

$$a_{ij} = -\eta_x^{(j)} \frac{\sqrt{\beta_y^{(i)}\beta_y^{(j)} l_j}}{2\sin(\pi\nu_y)} \cdot \cos(|\psi_y^{(i)} - \psi_y^{(j)}| - \pi\nu_y), \qquad (3)$$

где $\eta_x^{(j)}$ — горизонтальная дисперсия в месте установки j-го корректора, $\beta_y^{(i)}$, $\psi_y^{(i)}$ — бета-функция и фаза в точке i-го пикапа, l_j — длина корректора, ν_y — вертикальная бетатронная частота.

Сравнение экспериментальной и теоретической матриц выявило три типа соотношений: случаи полного количественного согласия, расхождения по амплитуде и пространственные фазовые сдвиги. Для 16% корректоров была обнаружена и исправлена инверсия полярности. Коэффициент детерминации R^2 между экспериментальными и теоретическими данными составил 0.8199. Этот коэффициент показывает, что 82% экспериментальных данных по дисперсии объясняется теоретической моделью, что свидетельствует о хорошем качественном согласии, несмотря на выявленные систематические расхождения.

2.1. Количественный анализ влияния магнитного поля соленоида на матрицу откликов ВЭПП-4М

Систематические расхождения между экспериментальной и теоретической матрицами откликов, выявленные ранее, требуют глубокого анализа для установления их физической природы. В качестве основной гипотезы рассматривалось влияние неполной компенсации продольного поля соленоида детектора КЕДР и компенсирующих анти-соленоидов [9], возникающая из-за этого связь колебаний [8,10] приводит к систематическим фазовым ошибкам измерений на пикапах [11,12].

Для проверки этой гипотезы был применен комплексный анализ на основе модельно-независимого анализа (MIA) [13] и сингулярного разложения (SVD) [13]. MIA-анализ подтвердил систематическую природу расхождений между экспериментальными и теоретическими данными. Для количественной оценки значимости эффекта была вычислена норма матрицы остаточных ошибок. Ее значение составило $2.284 \cdot 10^{-1}$, что соответствует 44% от исходной ошибки между экспериментом и теорией. Эта величина на порядки превышает ожидаемый уровень случайных погрешностей. Такой результат убедительно свидетельствует о наличии физического источника систематических отклонений. SVD-анализ выявил пространственную структуру этих расхождений, показав, что влияние соленоида распределено по многим модам возмущения. Ключевым шагом стало построение матрицы остаточных ошибок $D_{solenoid}$, характеризующей расхождения между экспериментальными и теоретическими данными.

Особенностью выявленного эффекта является его распределенный характер: только 18.2% объясненной дисперсии сосредоточено в первой моде, а для описания 90% общей дисперсии данных требуется 18 мод, что свидетельствует о сложном пространственном распределении влияния соленоида.

Для анализа систематических расхождений была введена матрица остаточных ошибок Δ, определяемая как разность между экспериментальной и теоретической матрицами откликов:

$$\Delta = A_{experiment} - A_{theory}. \qquad (4)$$

Были проанализированы три варианта этой матрицы: исходная ошибка Δ_{before}, ошибка после коррекции Δ_{after} и смоделированное влияние соленоида $\Delta_{solenoid}$.

Матричное представление остаточных ошибок на рис. 2 визуализирует систематический „шаблон“ искажений, четко связанный с влиянием соленоида.

Наличие когерентной пространственной структуры, повторяющейся для различных корректоров и совпадающей с моделированным влиянием соленоида ($\Delta_{solenoid}$), позволяет отнести наблюдаемые расхождения на его счет, а не на счет несвязанных локальных погрешностей.

Для углубленного понимания механизма влияния соленоида на магнитную структуру было проведено сравнение пространственных SVD-мод экспериментальной и скорректированной матриц (рис. 3).

Анализ первых четырех мод (рис. 3) выявил систематическое улучшение согласованности с теоретическими предсказаниями после коррекции. Как видно из графиков, пространственные моды скорректированной матрицы демонстрируют значительно лучшее соответствие эталонной теоретической структуре по сравнению с

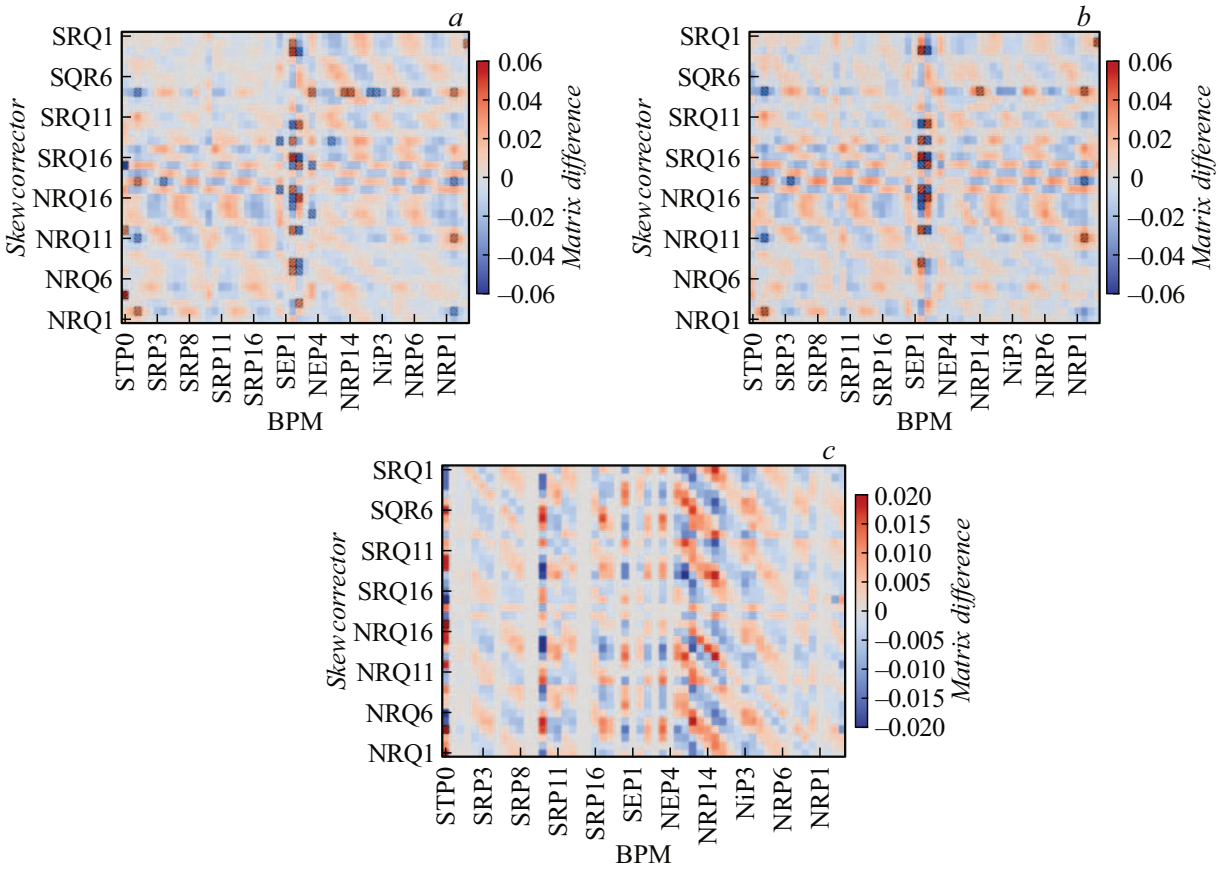


Рис. 2. Пространственный анализ матриц остаточных ошибок. *a* — разница между экспериментальной и теоретической матрицами отклика до коррекции. Горизонтальная ось: положения BPM (beam positiom monitor — датчик положения пучка) по кольцу (STP0−NTP0). Вертикальная ось: скью-квадрупольные корректоры (SRQ1−NRQ1). Цветовая шкала отображает разницу элементов матрицы. Заштрихованные области (////) обозначают области с разницей > 0.03, заштрихованные области (\\\) обозначают разность < -0.03. *b* — разница между скорректированной и теоретической матрицами отклика после компенсации влияния соленоида. Для прямого сравнения используются те же обозначения BPM, корректора и цветовая шкала, что и на фрагменте a. Заштрихованные области обозначают области со значительными остаточными различиями. *c* — изолированный эффект соленоида, полученный как разница между экспериментальной и скорректированной матрицами. Уменьшенный диапазон цветовой шкалы подчеркивает систематическую закономерность, вносимую полем соленоида. Заштрихованные области обозначают наиболее затронутые области матрицы отклика.

исходными экспериментальными данными. Особенно заметное улучшение наблюдается для мод 2 и 3, где углы рассогласования с теорией уменьшились на 10 %−15 % (рис. 4). При этом первая мода, соответствующая наибольшему собственному числу и вносящая наибольший вклад в возбуждаемую дисперсию, сохранила свою структуру практически неизменной, что свидетельствует о том, что коррекция не нарушила базовую физику системы, а целенаправленно компенсировала именно искажения, вносимые соленоидом.

На основе проведенного анализа была выполнена оптимизация экспериментальной матрицы с применением индивидуальных фазовых сдвигов для каждого пикапа. Результаты коррекции демонстрируют значительное улучшение: относительная ошибка уменьшилась на 9.1 %, распределение ошибок сместилось к нулевым значениям, а количество выбросов и общий разброс ошибок существенно сократились.

Для проверки физической состоятельности гипотезы о влиянии соленоида был выполнен оценочный расчет. В рамках идеализированной модели, предполагающей, что связь обусловлена исключительно погрешностью компенсации интеграла поля соленоида КЕДР, была оценена величина этой погрешности. Расчет показывает, что для достижения наблюдаемой в эксперименте ширины резонанса связи ($\Delta\nu \approx 0.002$ — минимальная разность собственных частот поперечных колебаний) уровень нескомпенсированности составляет около 3.5 %.

Для независимой количественной проверки данной гипотезы была выполнена теоретическая оценка фазового сдвига, индуцированного нескомпенсированным полем соленоида. Механизм влияния заключается в связи между горизонтальным и вертикальным движениями пучка. Частица, обладающая горизонтальным импульсом, под действием поля соленоида получает вертикальное отклонение, и наоборот. Практически это приводит к тому,

что возмущение от скью-корректора при прохождении через соленоид частично „перекачивается“ из одной плоскости в другую. В результате система пикапов регистрирует искаженную картину возмущения, которая проявляется как систематический фазовый сдвиг в измеренном распределении дисперсии относительно теоретического предсказания.

Полная матрица перехода через соленоид конечной длины с постоянным продольным полем, определяющая преобразование вектора состояния (x, x', y, y'), имеет вид [6,8]:

$$M_{SOL} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & (L/\theta)\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta & (L/\theta)\sin^2\theta \\ -(\theta/L)\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta & -(\theta/L)\sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & -(L/\theta)\sin^2\theta & \cos^2\theta & (L/\theta)\cos\theta\sin\theta \\ (\theta/L)\sin^2\theta & -\sin\theta\cos\theta & -(\theta/L)\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где $\theta = (B_S L)/2B\rho$ — угол поворота, B_S — магнитное поле соленоида, L — длина соленоида, $B\rho$ — магнитная жесткость. Если рассматривать нескомпенсированную систему „соленоид КЕДР–анти-соленоиды“ как „тонкую линзу“ ($L \to 0$, $\theta = \text{const}$), эта матрица существенно упрощается (6) и описывает чистое вращение:

$$M_{SOL} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Именно недиагональные элементы $\pm\sin\theta$ ответственны за наблюдаемые фазовые сдвиги ($\Delta\varphi$). Оценка на основе данной модели с углом поворота $\theta \approx 0.12$ rad и эффективными бета-функциями:

$$\Delta\varphi \approx \theta \cdot \sqrt{\beta_x^{\text{eff}}\beta_y^{\text{eff}}} \cdot C_{geom} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}, \tag{7}$$

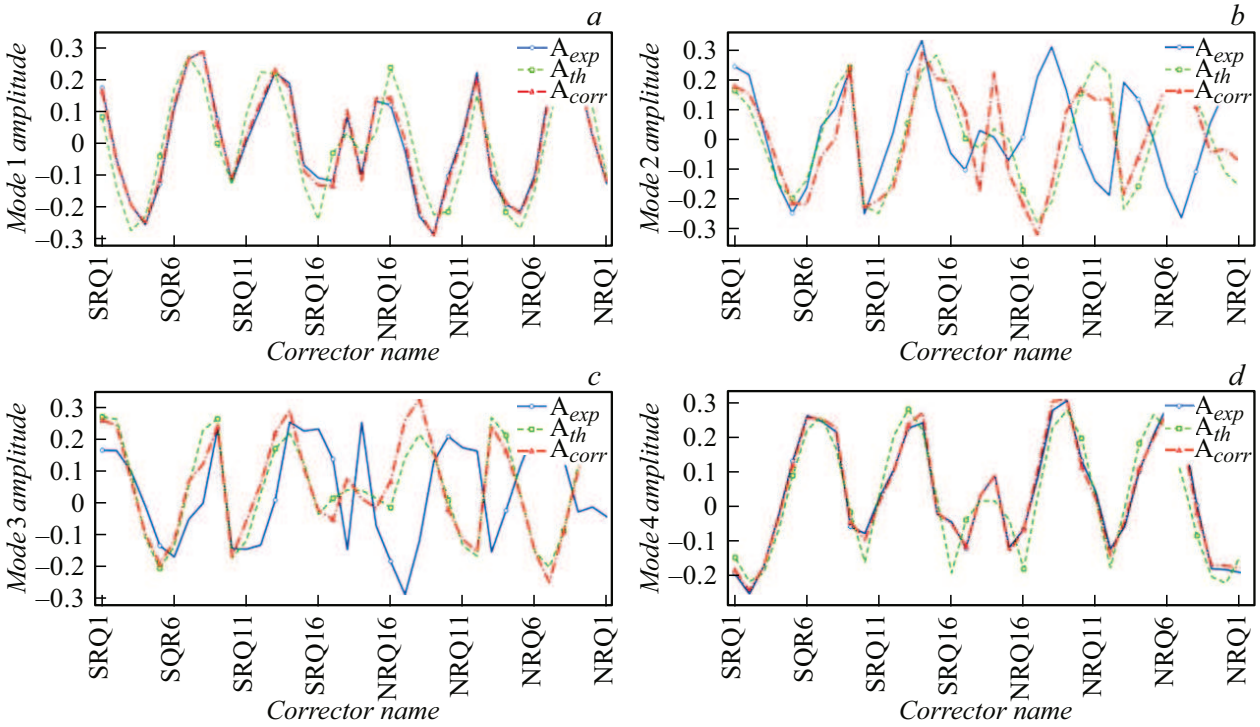


Рис. 3. Анализ влияния коррекции на пространственные SVD-моды матрицы откликов. *a* — первая пространственная мода матриц отклика. Амплитуды мод в разных позициях корректора для экспериментальной (синяя сплошная линия с кружками), теоретической (зеленая штриховая линия с квадратами) и скорректированной (красная штрихпунктирная линия с треугольниками) матриц. *b* — вторая пространственная мода матриц отклика. Амплитуды мод в разных позициях корректора. *c* — третья пространственная мода матриц отклика. Амплитуды мод в разных позициях корректора. *d* — четвертая пространственная мода матриц отклика. Амплитуды мод в разных позициях корректора.

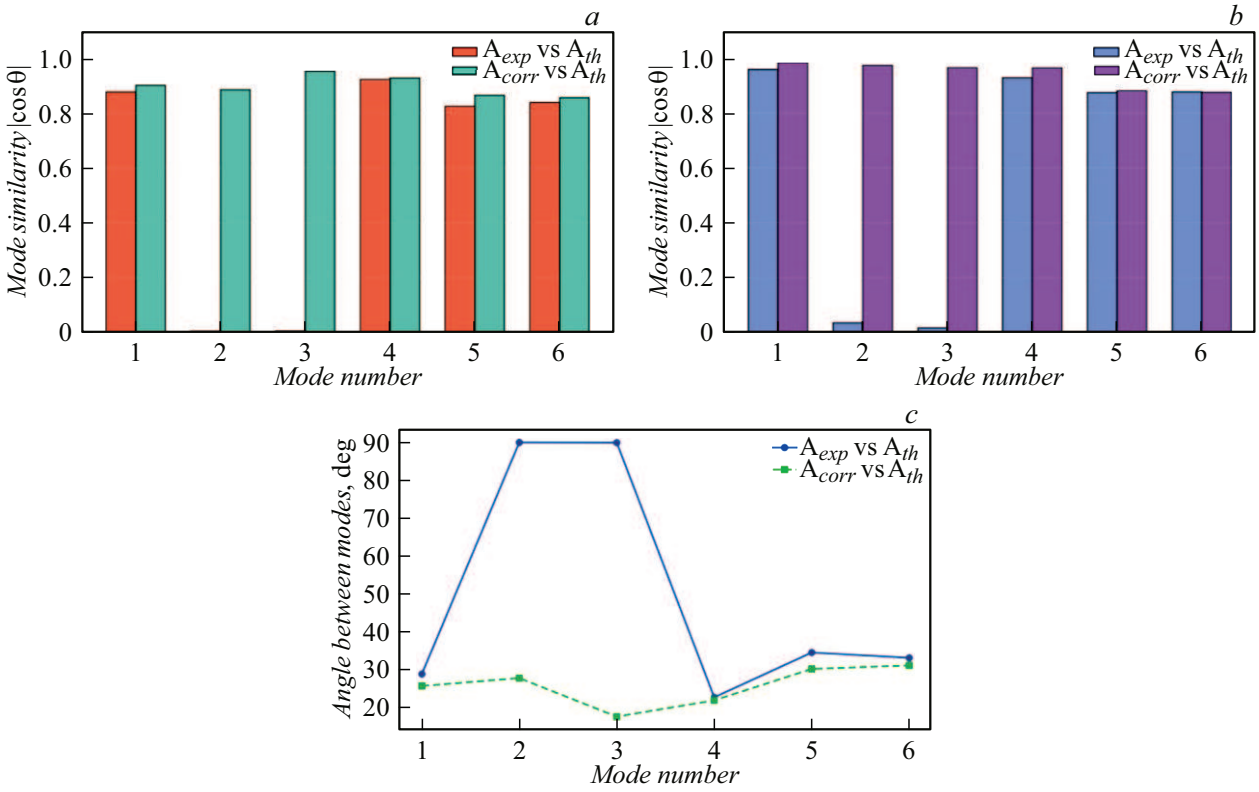


Рис. 4. Детальное сравнение сингулярных мод матриц откликов. *a* — сходство пространственных мод с теоретическими модами. Значения сходства $|\cos\theta|$ между экспериментальными (синими) и скорректированными (зелеными) пространственными модами (модами пикапов) с соответствующими теоретическими модами. *b* — сходство мод скью-корректоров с теоретическими модами. Значения сходства $|cos\theta|$ между экспериментальными (синими) и скорректированными (фиолетовыми) модами корректоров и соответствующими теоретическими модами. *c* — углы между пространственными модами и теоретическими модами. Углы в градусах между экспериментальными (синими кружками) и скорректированными (зелеными квадратами) пространственными модами и соответствующими теоретическими модами.

где $C_{geom} \approx 0.2{-}0.3$ — геометрический коэффициент, который учитывает глобальный характер влияния соленоида через фазовые множители функции Грина (см. выражение (6)), что подтверждается результатами численного моделирования [11]:

$$\Delta\eta_y(s) \propto \int_0^C G_y(s,s')\left[\frac{(B_S(s')}{B\rho}\cdot\frac{d\eta_x(s')}{ds'}\right]ds', \qquad (8)$$

где функция Грина

$$G_y(s,s') = \frac{\sqrt{\beta_y(s)\beta_y(s')}}{2\sin(\pi Q_y)}\cdot\cos(|\mu_y(s)-\mu_y(s')|-\pi Q_y).$$

Проведенный анализ демонстрирует непротиворечивость теоретической модели и раскрывает практические аспекты коррекции систематических ошибок.

1) *Валидация модели.* Предсказанный диапазон фазового сдвига $2{-}5^\circ$ находится в хорошем соответствии, во-первых, с результатами формализованной оптимизации ($2{-}8^\circ$) и, во-вторых, с оценкой нескомпенсированности магнитного поля ($\sim 3.5\,\%$), сделанной на основе анализа ширины резонанса связи.

2) *Алгоритм коррекции.* Для устранения этих сдвигов была проведена оптимизация, в ходе которой для каждого пикапа определялась индивидуальная фазовая поправка φ_i. Поправки находились путем минимизации нормы Фробениуса $\min_{\{\varphi_i\}} \|A_{experiment}(\{\varphi_i\}) - A_{theory}\|_F$ — разности матриц с использованием метода наименьших квадратов. Процесс завершался при достижении стабильного минимума, когда изменение целевой функции между итерациями становилось менее 0.1 %.

3) *Практические ограничения.* Важно подчеркнуть, что достижение высокой точности компенсации поля детектора КЕДР (ошибка $\sim 1\,\%$) в реальном эксперименте требует независимых прецизионных методов диагностики. Такие методы, как измерение сдвига частоты спиновой прецессии [14], чувствительны к интегральному набегу фазы, вызванному продольным полем, и поэтому позволяют напрямую и с высокой точностью измерить остаточное нескомпенсированное поле соленоида. Это подтверждает фундаментальную сложность его полного устранения в реальных условиях.

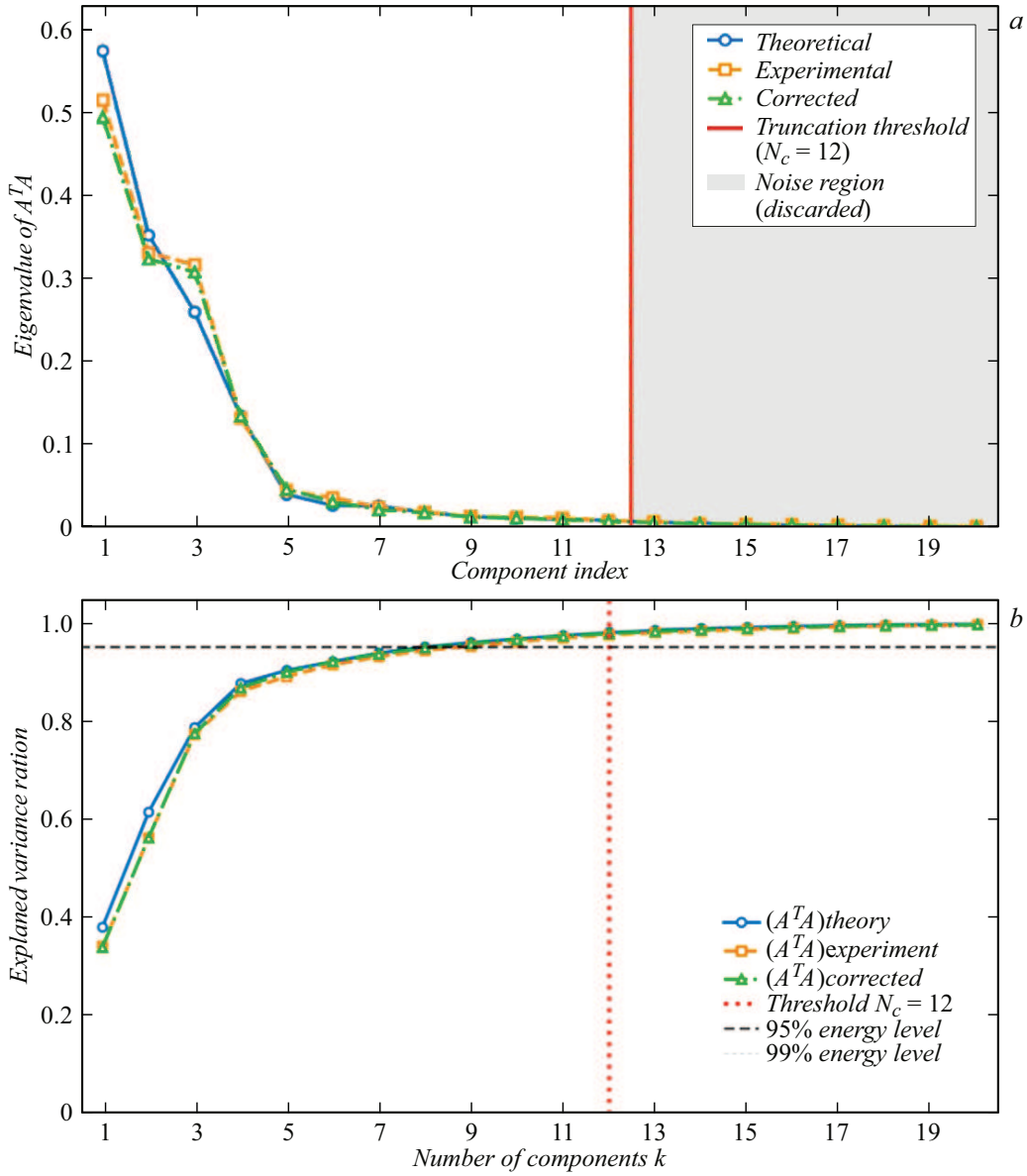


Рис. 5. Спектральный анализ матриц откликов. *a* — спектры собственных значений матриц A^TA для теоретической (A_{theory}), экспериментальной ($A_{experiment}$) и скорректированной ($A_{corrected}$) матриц. Все три спектра демонстрируют качественное совпадение с точностью $\sim 10\,\%$, что свидетельствует о корректности экспериментально полученной матрицы откликов. *b* — накопленная доля объясненной дисперсии в зависимости от числа учитываемых компонент. Вертикальная линия указывает выбранный порог усечения $N_c = 12$, соответствующий сохранению $> 97\,\%$ дисперсии при обеспечении устойчивости решения.

Таким образом, комплексный анализ с применением современных методов диагностики дал два ключевых результата. Во-первых, он количественно подтвердил, что соленоид КЕДР является основной причиной систематических расхождений. Во-вторых, был выявлен распределенный характер этого влияния, которое затрагивает множество пространственных мод системы.

3. Анализ устойчивости EVD-метода с различными матрицами откликов

Для сравнения устойчивости и эффективности коррекции с использованием матриц A_{theory}, $A_{experiment}$ и $A_{corrected}$ был проведен вычислительный эксперимент. Исходная дисперсия, независимо измеренная на установке, последовательно корректировалась каждой из матриц по EVD-методу.

Анализ устойчивости проводился по комплексу спектральных характеристик матриц откликов [15]. Исследование спектров собственных чисел и накопленной доли объясненной дисперсии (рис. 5) позволило определить оптимальный порог усечения при $N_c = 12$ компонентах.

Порог усечения $N_c = 12$ был выбран на основе комплексного анализа, включающего два критерия: 1) сохранение не менее 97 % общей дисперсии данных, описываемой матрицей (суммы квадратов сингулярных

Таблица 2. Сравнение чисел обусловленности матриц откликов

Матрица	Полная матрица	Усеченная ($N_c = 12$)
A_{theory}	$1.12 \cdot 10^{18}$	63.8
$A_{experiment}$	$1.45 \cdot 10^{18}$	59.9
$A_{corrected}$	$8.84 \cdot 10^{17}$	61.9

чисел) и 2) достижение числа обусловленности ниже 100 для обеспечения вычислительной устойчивости. Данное значение $N_c = 12$ удовлетворяет обоим условиям, обеспечивая баланс между точностью и устойчивостью решения, поскольку дальнейшее увеличение числа компонент дает незначительный прирост объясненной дисперсии. С другой стороны, исключение мод с малыми сингулярными числами, имеющими порядок 10^{-3} и ниже, позволяет радикально улучшить обусловленность задачи, сокращая число обусловленности на 16 порядков величины (табл. 2), что существенно снижает чувствительность решения к экспериментальным погрешностям и шумам измерений. Таким образом, установленный порог усечения обеспечивает оптимальное соотношение между полнотой описания системы и работоспособностью алгоритма коррекции.

Данный выбор дополнительно обоснован анализом корреляций между корректорами, который показал наличие сильно скоррелированных пар (коэффициент корреляции до 0.97). Это свидетельствует о существовании „избыточных“ степеней свободы в системе, которые соответствуют модам с малыми сингулярными числами и должны исключаться для обеспечения устойчивости решения.

Матрица Acorrected демонстрирует наивысшее сходство с теоретическим эталоном (0.975 против 0.938 у $A_{experiment}$) и улучшенную устойчивость к шумам [16]. Примененная фазовая коррекция повышает устойчивость решения, снижая чувствительность к шумам на 2.1 % и улучшая качество реконструкции на 12.4 % по сравнению с исходными данными.

3.1. Практическая эффективность коррекции вертикальной дисперсии

Эксперимент по измерению матрицы откликов был успешно завершен в стационарных условиях до начала вывода магнитного поля соленоида. Однако оперативное окно для проведения заключительного этапа — применения рассчитанных возмущений для коррекции в реальном времени — оказалось закрыто в связи с началом технологических процедур на установке. В связи с этим для финальной оценки эффективности метода коррекции был проведен вычислительный эксперимент по минимизации измеренного вектора вертикальной дисперсии.

Таблица 3. Результаты коррекции вертикальной дисперсии

Метрика	A_{theory}	$A_{experiment}$	$A_{corrected}$
$\text{MSE} \cdot 10^{-3}$	5.67	2.61	9.48
$\text{Std_Error} \cdot 10^{-3}$	2.38	1.62	3.08
Отношение „хороших“ BPM, %	90.7	94.4	83.3
Улучшение, %	99.0	99.5	98.3

Примечание: * „хорошими“ считаются пикапы, где ошибка коррекции меньше собственного шума измерения пикапа (σ_{BPM}).

Результаты вычислительного эксперимента по коррекции измеренного вектора дисперсии показали, что в рамках данной модели именно матрица $A_{experiment}$ демонстрирует наилучшую эффективность (среднеквадратичная ошибка $\text{MSE} = 2.61 \cdot 10^{-6}$ против $9.48 \cdot 10^{-6}$ у $A_{corrected}$). Несмотря на улучшенные теоретические характеристики $A_{corrected}$, ее использование в симуляции приводило к увеличению ошибки реконструкции. Это объясняется согласованностью $A_{experiment}$ с реальными фазовыми соотношениями в системе, даже содержащими погрешности измерений. На рис. 6 наглядно представлено сравнение эффективности коррекции с использованием трех матриц: теоретической A_{theory}, исходной экспериментальной $A_{experiment}$ и скорректированной от фазовых ошибок $A_{corrected}$.

Данные табл. 3 показывают, что в условиях проведенного вычислительного эксперимента матрица $A_{experiment}$ превосходит альтернативы по ключевым метрикам. Это указывает на ее потенциальную пригодность для оперативной коррекции, однако окончательные выводы могут быть сделаны только после апробации в реальном эксперименте.

Таким образом, для задач оперативной коррекции вертикальной дисперсии рекомендуется использование непосредственно экспериментальной матрицы Aexperiment, которая была получена в ходе сеанса измерений продолжительностью около 3–4 h. Проведенная же работа по получению и анализу Acorrected имела фундаментальное диагностическое значение, позволив идентифицировать и количественно оценить физическую природу расхождений между теорией и экспериментом.

4. Оценка уменьшения вертикального размера пучка на ВЭПП-4М

Снижение вертикальной дисперсии η_y уменьшает вертикальный размер пучка σ_y. Алгоритм коррекции дисперсии с использованием скью-квадруполей должен учитывать их воздействие на ширину резонанса связи, от которой вертикальный размер пучка также зависит. Предложенный обобщенный метод коррекции [4], как сказано выше, включает в функцию цели и этот фактор.

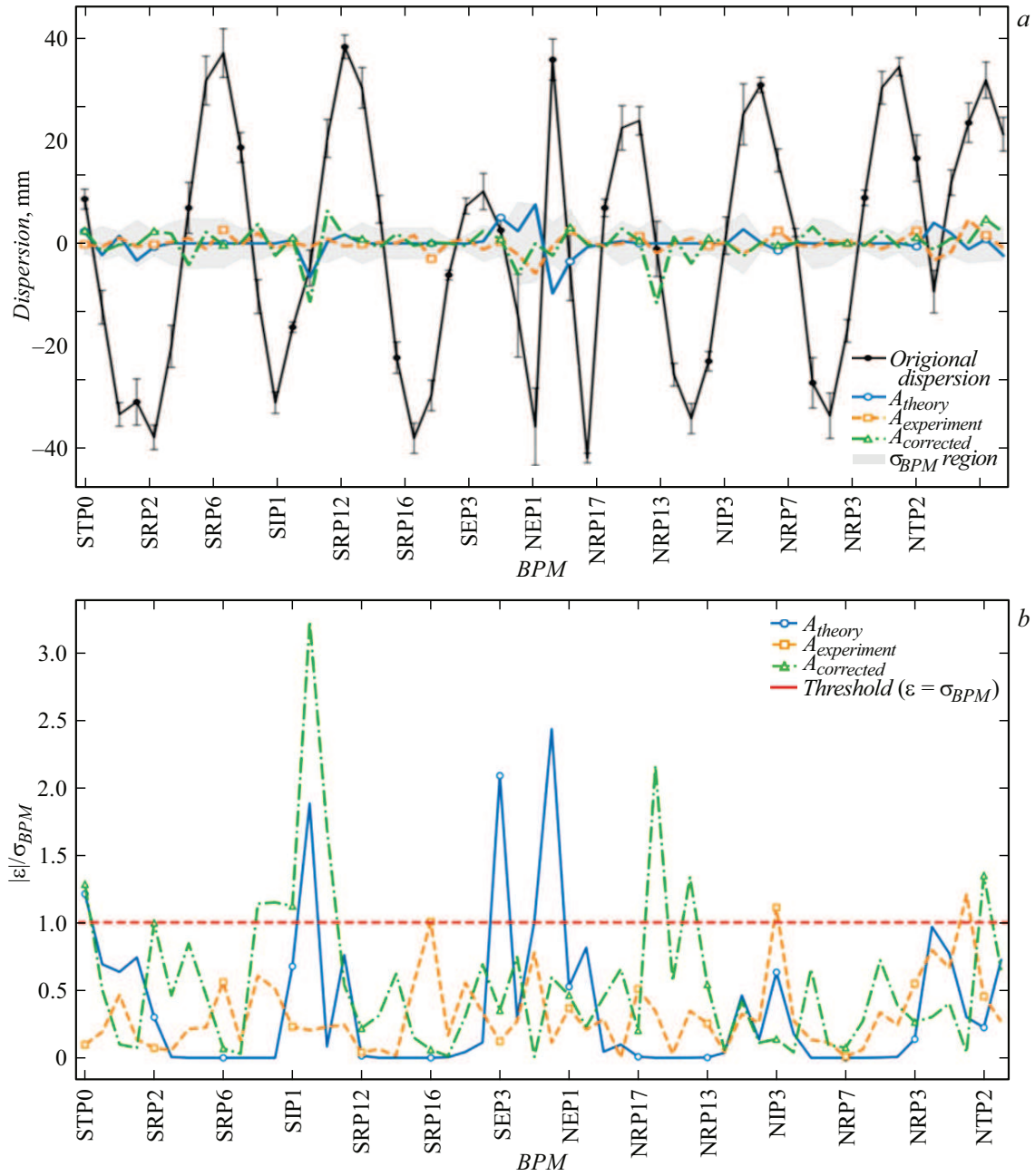


Рис. 6. Сравнение эффективности коррекции дисперсии. *a* — остаточная дисперсия после коррекции. График показывает остаточную дисперсию после применения трех матриц коррекции. Матрица $A_{experiment}$ демонстрирует наименьшие отклонения, преимущественно в пределах $\pm\sigma_{BPM}$. *b* — оошибки к σ_{BPM}, где σ_{BPM} — собственный шум измерительной системы пикапов. График подтверждает лучшее качество коррекции $A_{experiment}$ через отношение ошибки к стандартному отклонению пикапа.

В частности, он позволяет минимизировать одновременно и вертикальную дисперсию и вклад корректоров в мощность резонанса связи. Как следует из гауссовой модели пучка, вертикальный размер в точке s определяется выражением:

$$\sigma_{y_y^2}(s) = \varepsilon_y \beta_y(s) + \eta_y^2(s)\sigma_\delta^2, \qquad (9)$$

где ε_y — эмиттанс, $\beta_y(s)$ — бета-функция, σ_δ — относительный разброс по импульсу. Поскольку разброс по импульсу σ_δ и бета-функции $\beta_y(s)$ при коррекции дисперсии не изменяются, уменьшение вертикального размера пучка обусловлено исключительно подавлением дисперсионной компоненты $[\eta_y(s)\sigma_\delta]^2$. Сравнение экспериментальных данных до коррекции и расчетных прогнозов после коррекции (с учетом того, что вклад коррекции в резонанс связи был „заблокирован“), предсказывает снижение вертикального размера пучка на примерно 65 %, что подтверждает высокую эффективность примененного EVD-метода для задач управления качеством пучка.

Заключение

В работе представлены результаты первой экспериментальной апробации метода обобщенной коррекции связи на основе EVD-разложения на накопительном кольце ВЭПП-4М. Продемонстрирована принципиальная применимость метода в условиях реальной магнитной структуры с учетом неидеальностей.

Верифицирована методика высокоточного измерения матрицы откликов вертикальной дисперсии на основе симметричных возмущений. Выявлены систематические расхождения с теоретической моделью: инверсия полярности 16% корректоров и фазовые сдвиги $2-8^\circ$, обусловленные влиянием соленоида детектора КЕДР. Коррекция фазовых сдвигов улучшила соответствие экспериментальной и теоретической матриц на 9.1% в относительной ошибке.

Результаты моделирования показывают, что все три матрицы обеспечивают высокую степень коррекции (улучшение $> 98\%$, табл. 3). Для задач оперативного управления, где критически важна минимизация остаточной ошибки, матрица $A_{experiment}$ демонстрирует преимущество. Её использование позволяет снизить среднеквадратичную ошибку (MSE) в $2-3$ раза по сравнению с альтернативными матрицами (табл. 3), что обусловлено ее согласованностью с реальными, а не модельными, фазовыми соотношениями в системе. Однако для окончательного подтверждения этого вывода требуется проведение экспериментальной проверки в режиме реального времени.

На основе проведенных в работе измерений оценено снижение вертикального размера пучка на примерно 65% после применения коррекции, что подтверждает практическую значимость метода для управления качеством пучка. При этом анализ матрицы Acorrected позволил идентифицировать физическую природу расхождений и показал путь к созданию более точных моделей. Отсутствие этапа коррекции в реальном времени не снижает ценности полученных результатов. Напротив, проведенное моделирование позволило сравнить матрицы в контролируемых условиях, без влияния внешних шумов.

Подтверждена эффективность EVD-метода с усечением спектра для работы с плохо обусловленными матрицами. На примере коллайдера ВЭПП-4М отработана методика выбора порога усечения: для данной установки оптимальным оказалось значение $N_c = 12$, обеспечивающее сохранение $> 97\%$ дисперсии при числе обусловленности < 100. Перенос метода на „СКИФ“ потребует повторения данной процедуры: измерения матрицы откликов, построения ее спектра и применения того же критерия для определения оптимального порога усечения, специфичного для его магнитной структуры.

Важно подчеркнуть, что представленная реализация EVD-метода использовалась для коррекции только вертикальной дисперсии, хотя математический аппарат позволяет одновременно минимизировать и коэффициент связи. Данное ограничение было сознательным выбором, позволившим сосредоточиться на валидации метода для одной конкретной задачи управления эмиттансом. Совместная коррекция вертикальной дисперсии и резонанса связи представляет отдельный интерес для будущих исследований.

Результаты работы подтверждают практическую применимость EVD-метода в реальных условиях ускорительного комплекса и обосновывают его использование в проектах новых источников СИ, таких как „СКИФ“, где контроль вертикального эмиттанса является критически важной задачей.

Дальнейшие планы работ

Проведенное исследование открывает несколько перспективных направлений для дальнейшего развития метода. В первую очередь, планируется перенос отработанной методики на источник СИ „СКИФ“, где потребуется адаптация процедур измерения и коррекции к магнитной структуре с ультранизким эмиттансом. Особое внимание будет уделено разработке алгоритмов адаптивной коррекции в реальном времени, способных отслеживать медленные дрейфы параметров ускорителя и оперативно корректировать матрицу откликов.

Перспективным направлением является интеграция EVD-коррекции с другими методами диагностики, включая модельно-независимый анализ [17,18] на основе пооборотных измерений для независимого мониторинга коэффициента связи и бета-функций. Такой подход позволит осуществлять перекрестную валидацию и повысить надежность системы в целом. Кроме того, накопленный опыт создает основу для разработки полностью автоматизированных программных комплексов, которые будут охватывать полный цикл работ — от измерения матрицы откликов и ее анализа до расчета и применения корректирующих возмущений при минимальном участии оператора.

Благодарности

Авторы выражают искреннюю благодарность д. ф.-м. н., ведущему научному сотруднику Богомягкову Антону за внимательное прочтение рукописи и ценные критические замечания, способствовавшие значительному улучшению статьи.

Финансирование работы

Работа была выполнена в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации для ЦКП „СКИФ“ ИК СО РАН (FWUR-2025-0004).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] А.В. Акимов, Ю.С. Актершев, В.В. Анашин, А.В. Андрианов, О.В. Анчугов, М.В. Арсентьева, П.А. Бак, Г.Н. Баранов, А.М. Барняков, А.М. Батраков, О.В. Беликов, Л.Л. Белова, Е.А. Бехтенев, В.И. Бухтияров, А.В. Богомягков, В.М. Борин, Д.Б. Буренков, Д.С. Винник, В.Н. Волков, Е.С. Вонда, К.М. Горчаков, К.А. Гришина, Д.С. Гуров, С.М. Гуров, Г.А. Гусев, Б.А. Довженко, В.Л. Дорохов, Е.Н. Дементьев, А.И. Ерохин, А.А. Жариков, К.В. Жиляев, А.А. Жуков, А.Н. Журавлев, К.В. Золотарев, Н.А. Золотухина, Я.В. Зубавичус, С.Е. Карнаев, Г.В. Карпов, К.Ю. Карюкина, В.Д. Кашкин, В.А. Киселев, В.В. Кобец, Е.С. Котов, В.Я. Корчагин, А.А. Краснов, В.С. Крапивин, С.А. Крутихин, В.С. Кузьминых, Г.Н. Кулипанов, И.В. Купцов, Г.Я. Куркин, А.Е. Левичев, Е.Б. Левичев, Д.В. Лешонок (Дорохова), П.В. Логачев, Ю.И. Мальцева, Ма Сяо Чао, Н.А. Мезенцев, О.И. Мешков, Н.В. Митянина, И.А. Морозов, А.А. Морсин, С.А. Никитин, Д.А. Никифоров, В.К. Овчар, И.Н. Окунев, А.В. Павленко, О.А. Павлов, А.Ю. Пахомов, В.М. Петров, С.Л. Пивоваров, П.А. Пиминов, А.В. Полянский, Д.Н. Пурескин, Д.Ф. Решетов, В.В. Репков, Е.А. Ротов, Т.В. Рыбицкая, С.Л. Самойлов, И.К. Седляров, А.М. Семенов, Д.В. Сеньков, Л.Е. Сердаков, Ш.Р. Сигнатулин, С.В. Синяткин, М.А. Скамароха, А.А. Старостенко, А.Г. Трибендис, А.В. Уткин, М.Г. Федотов, А.С. Цыганов, А.Д. Чернякин, И.Н. Чуркин, С.В. Шиянков, Д.А. Шведов, В.А. Шкаруба, К.С. Штро, Н.С. Щегольков. *Технологическая инфраструктура сибирского кольцевого источника фотонов „СКИФ", Т. 2: Ускорительный комплекс* (Новосибирск, 2023), ISBN 978-5-906376-42-8

[2] G. Baranov, A. Bogomyagkov, I. Morozov, S. Sinyatkin, E. Levichev. Phys. Rev. Accelerators Beams, **24** (12), 120704 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.24.120704

[3] K. Wille. *The Physics of Particle Accelerators* (Oxford: Oxford University Press, 2000), 782 p., ISBN 978-0-19-850549-5

[4] D.V. Dorokhova, V.L. Dorokhov, S.A. Nikitin. J. Instrumentation, **20** (01), P01010 (2025). DOI: 10.1088/1748-0221/20/01/P01010

[5] А.Н. Алешаев, В.В. Анашин, О.В. Анчугов, А.М. Батраков, Е.А. Бехтенев, В.Е. Блинов, А.В. Богомягков, А.Е. Бондарь, Д.Б. Буренков, С.П. Васичев, В.Ф. Веремеенко, С.А. Глухов, Ю.М. Глуховченко, О.П. Гордеев, В.Н. Ерохов, В.Н. Жилич, А.И. Жмака, А.Н. Журавлев, Э.И. Зинин, В.В. Каминский, В.И. Каплин, С.Е. Карнаев, Г.В. Карпов, В.А. Киселев, В.Р. Козак, Г.И. Кузнецов, Г.Н. Кулипанов, Э.А. Купер, Г.Я. Куркин, Е.Б. Левичев, В.Р. Мамкин, А.С. Медведко, О.И. Мешков, А.И. Микайылов, Л.А. Мироненко, С.И. Мишнев, И.И. Морозов, Н.Ю. Мучной, В.В. Нейфельд, С.А. Никитин, И.Б. Николаев, Д.М. Николенко, В.К. Овчар, И.Н. Окунев, А.П. Онучин, В.В. Оreшонок, В.Н. Осипов, В.В. Петров, В.М. Петров, П.А. Пиминов, О.А. Плотникова, А.В. Полянский, Ю.А. Пупков, В.В. Репков, Е.А. Ротов, В.К. Сандырев, В.В. Свищев, И.К. Седляров, А.Н. Селиванов, Е.А. Симонов, С.В. Синяткин, А.Н. Скринский, В.В. Смалюк, Е.В. Старостина, Д.П. Суханов, С.В. Тарарышкин, Ю.А. Тихонов, Д.К. Топорков, Г.М. Тумайкин, И.Ф. Утюпин, М.Г. Федотов, А.Д. Хильченко, В.М. Цуканов, В.П. Черепанов, И.Н. Чуркин, А.Г. Шамов, Д.Н. Шатилов, Д.А. Шведов, С.В. Шиянков, Е.И. Шубин. *Ускорительный комплекс ВЭПП-4* (Препринт ИЯФ СО РАН 2011-20, Новосибирск, 2011)

[6] D.A. Edwards, M.J. Syphers. *An Introduction to the Physics of High Energy Accelerators* (Wiley, NY., 1993) ISBN 978-0-471-55163-8

[7] В.В. Смалюк. *Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях* (Параллель, Новосибирск, 2009), ISBN 978-5-98901-063-9

[8] A.Wu Chao, M. Tigner, H. Weise, F. Zimmermann. *Handbook of Accelerator Physics and Engineering* (3rd ed.) (World Scientific Publishing, 2023), ISBN-10: 9811270155

[9] E.B. Levichev, A.N. Skrinskii, Y.A. Tikhonov, K.Yu. Todyshev. Uspekhi Fizicheskikh Nauk, Russian Academy of Sciences, **57**, 66 (2014). DOI: 10.3367/UFNr.0184.201401c.0075

[10] A. Ma, Y. Wang, Y. Zhang, J. Gao, Y. Zhu, S. Bai. J. Instrument., **20**, P04034 (2025). DOI: 10.1088/1748-0221/20/04/P04034

[11] St.I. Tzenov, Zh. Chen, H. Wu. Phys. Rev. Accelerators and Beams, **27** (2), (2025). DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.27.024001

[12] R. Dilão, R. Alves-Pires. *Nonlinear Dynamics in Particle Accelerators* (Singapore, River Edge, NJ. : World Scientific, 1996), ISBN 978-981-02-2517-9

[13] М.П. Дайзерт, А.А. Файсал, Ч.С. Онг. *Математика для машинного обучения* (ДМК Пресс, М., 2020), ISBN 978-5-97060-891-3 [M.P. Deisenroth, A.A. Faisal, C.S. Ong. *Mathematics for Machine Learning* (Cambridge University Press, Cambridge, 2020), DOI: 10.1017/9781108679930]

[14] S.A. Nikitin. *Proceedings of RuPAC 2006* (Novosibirsk, 2006), p. 19-21.

[15] А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. *Методы решения некорректных задач* (Наука, М., 1986), ISBN 978-5-9221-0673-0 [A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin. Solutions of Ill-Posed Problems (Winston/Wiley, NY., 1979)

[16] G.H. Golub, C.F. Van Loan. *Matrix Computations*. 4th ed. (Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2013), ISBN 978-1-4214-0794-4

[17] C.-X. Wang, V. Sajaev, C.-Y. Yao. Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams., **6**., 104001 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.6.104001

[18] J. Irwin, Y.T. Yan. *Proceedings of EPAC 2000* (Vienna, 2000), p. 151-156.