Исследование волнового спектра ударно-волнового импульса при взаимодействии с насыпной пористой средой, насыщенной пузырьковой жидкостью

© И.К. Гималтдинов, А.С. Родионов

Уфимский государственный нефтяной технический университет,
450064 Уфа, Россия
e-mail: iljas_g@mail.ru

Поступило в Редакцию 5 мая 2026 г.
В окончательной редакции 6 июля 2026 г.
Принято к публикации 23 октября 2026 г.

Проведено теоретическое исследование динамики ударно-волнового импульса в ударной трубе, содержащей камеру, заполненную пузырьковой жидкостью или песком, насыщенным пузырьковой жидкостью. Для математического моделирования используется система уравнений механики многофазных сред. Процесс описывается в рамках одномерного плоского движения газовой и дисперсной фаз. Численное решение задачи осуществлено методом контрольного объема. Проведен анализ спектров падающего и отраженных импульсов.

Ключевые слова: спектр, ударно-волновой импульс, насыпная среда, математическая модель, метод контрольного объема, численные расчеты.

DOI: 10.61011/JTF.2026.12.64058.270-26

Исследование распространения упругих волн в пористых средах является важной теоретической и прикладной задачей [1,2], обладающей широким спектром применений в таких областях, как поиск полезных ископаемых, использование пористых материалов для поглощения ударных волн и изучение структуры земной коры. Насыпные материалы, такие как песок или стеклянные шарики, в зависимости от давления, газа и размеров частиц, могут иметь низкую скорость звука (около 100 m/s) [3]. При консолидации, например, в песчанике или при цементировании газогидратом [4] скорость акустических волн значительно возрастает, достигая 2000–3000 m/s. Исследование распространения акустических волн в пористых средах, насыщенных жидкостью с газовыми пузырьками, имеет существенное значение для акустического мониторинга эффективности водогазового воздействия [1] и кислотной обработки пластов [2], направленных на повышение нефтеотдачи. Кроме того, данное направление связано с изучением процессов формирования и разложения газовых гидратов в пористых средах [4].

В настоящей работе впервые исследован волновой спектр ударно-волнового импульса (УВИ) при его отражении и прохождении в пористую среду, насыщенную пузырьковой жидкостью.

Пусть ударная труба (рис. 1) состоит из камеры высокого давления (КВД) со сжатым газом (воздух), камеры низкого давления (КНД) к которой примыкает секция насыпной среды (СНС), заполненная зернистой средой (песком или стеклянными шариками), поры которой насыщены газожидкостной смесью [5]. В КНД и СНС находятся датчики давления и полного напряжения смеси (регистрирующие суммарное значение давления и приведенного механического напряжения). В начальный момент времени $t = 0$ между КВД и КНД происходит распад произвольного разрыва, в результате которого в КНД формируется УВИ, а в КВД — волна разрежения. С течением времени образовавшаяся УВИ воздействует на насыпную среду, насыщенную пузырьковой смесью.

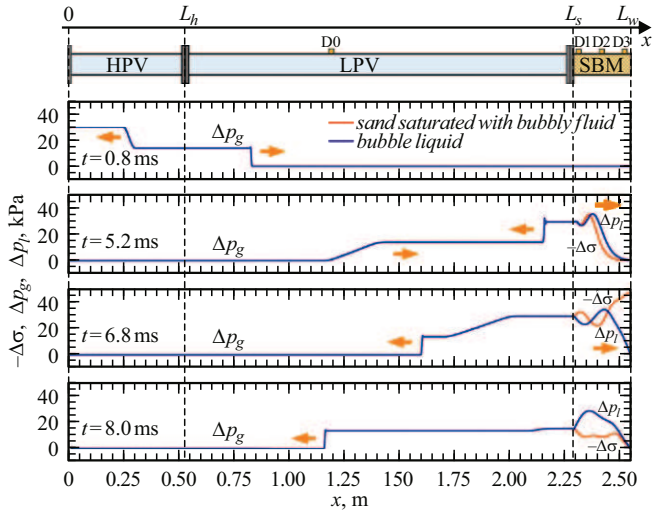


Рис. 1. Схема ударной трубы и эпюры ударно-волнового импульса в разные моменты времени: $L_h = 531$ mm, $L_s = 2291$ mm, $L_w = 2551$ mm. Расстояние до датчиков: D0 — 1186 mm, D1 — 2315 mm, D2 — 2420 mm, D3 — 2525 mm. Параметры расчетов: $\alpha_{s0} = 0.6$, $\alpha_{g0} = 0.001$, $T_0 = 290$ K, $\rho_{s0}^0 = 2700$ kg/m^3, $a_{s*} = 1.0$ mm, $t_{s0} = 0.1$ ms, $\rho_{l0}^0 = 1000$ kg/m^3, $C_l = 1500$ m/s, $\mu_l = 0.001$ Pa · s, $\rho_{g0}^0 = 1.29$ kg/m^3, $R = 287$ J/(kg · K), $\lambda_g = 0.0258$ W/(m · K), $c_g = 716$ J/(kg · K), $\eta_\mu = 1.0$, $\eta_m = 1.0$, $D_{f*} = 230$ m/s, $D_{e*} = 0$ m/s, $\Delta x = 1$ mm, $\Delta t = 0.1\,\mu$s.

Требуется исследовать спектральный состав и динамику УВИ при отражении от насыщенной насыпной среды и прохождении в СНС. L_h и L_s — координаты нижней границы КВД и КНД соответственно, L_w — координата нижней границы ударной трубы.

Для исследования принята следующая система уравнений [6,7]. Уравнения в области газа $(0 \le x < L_s)$ имеют вид

$$\frac{\partial \rho_g^0}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g^0 v_g}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_g^0 v_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g^0 v_g^2}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho_g^0 u_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g^0 u_g v_g}{\partial x} + p\,\frac{\partial v_g}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

$$p = \rho_g^0 R T_g, \quad u_g = c_{vg} T_g. \tag{4}$$

Для исследования распространения волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость, выбрана двухскоростная модель насыщенной пористой среды [6]. Скелет пористой среды полагается вязкоупругим, жидкость — акустически сжимаемой, газ в пузырьках — калорически совершенным. Поровое пространство заполнено двухфазной смесью — жидкостью с пузырьками газа, изменение размера пузырьков учитывается с помощью уравнения Рэлея–Ламба для газового пузырька в пористой среде, также учитывается сжимаемость жидкости. На основе допущения представленного выше, основные уравнения, описывающие динамику волны в области СНС $(L_s \le x \le L_w)$, заполненной зернистой средой и насыщенной газожидкостной смесью, имеют вид [6,8]:

$$\frac{\partial \rho_{l+g}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{l+g} v_l}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial x} = 0, \ \frac{\partial n_b}{\partial t} + \frac{\partial n_b v_l}{\partial x} = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \rho_{l+g} v_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{l+g} v_l^2}{\partial x} + \alpha_g \frac{\partial p_l}{\partial x} = -F_\mu - F_m, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \rho_s v_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s^2}{\partial x} + \alpha_s \frac{\partial p_l}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{s^*}}{\partial x} + F_\mu + F_m, \tag{7}$$

$$|F_\mu = \eta_\mu \alpha_s \alpha_{l+g} \mu_l a_{s^*}^{-2} (v_l - v_s),$$

$$F_m = \frac{1}{2}\,\eta_m \alpha_s \rho_{l+g} \left(\frac{d_l v_l}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right), \tag{8}$$

$$w = \frac{\partial a}{\partial t} = w_R + w_A,$$

$$\rho_{l0}^0 \left(a \dot{w}_R + \frac{3}{2} w_R^2 \right) = p_g - p_l - \frac{2\Sigma}{a} - 4\mu_l \frac{w_R}{a} \left(1 + \frac{1}{4} \alpha_s \eta_\mu \left(\frac{a}{a_{s^*}} \right)^2 \right),$$

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_{l0}^0 C_l x_{g0}^{1/3}}, \tag{9}$$

$$p_l = p_{l0} + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \ \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \sigma_{s^*}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{s^*} v_s^2}{\partial x} = \sigma_{s^*} e_s + E_{f^*} e_{s^*} - \frac{\sigma_{s^*} - E_{e^*} \xi_{s^*}}{t_{s_0}}, \tag{11}$$

$$e_{s^*} = \frac{d_s \xi_{s^*}}{dt} \equiv \frac{\partial v_s}{\partial x}, \tag{12}$$

где a_{s^*} — характерный размер зерен скелета, C_l — скорость звука в „чистой“ жидкости, c_{vg} — теплоемкость при постоянном объеме газа, p_g — давление в газе, R — газовая постоянная, T_g — температура, u_g — удельная внутренняя энергия, v_g — скорость газа, ν_l — кинематическая вязкость жидкости, w_A — составляющая, которая определяет сжимаемость жидкости, x_{g0} — доля газа в пузырьковой жидкости, η_μ, η_m — безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, μ_l — динамическая вязкость жидкости, ρ_g^0 — истинная плотность газа.

Начальные и граничные условия сформулированной задачи, схематично изображенной на рис. 1, имеют следующий вид:

$$p_g = p_{g1},\ \rho_g^0 = \rho_{g1}^0,\ T_g = T_0,\ v_g = 0,\ \alpha_g = 1,\ \alpha_s = 0, \quad (0 \le x \le L_h),$$

$$p_g = p_0,\ \rho_g^0 = \rho_{go}^0,\ T_g = T_0,\ v_g = 0,\ \alpha_g = 1,\ \alpha_s = 0, \quad (L_h < x \le L_s), \tag{13}$$

$$p_g = p_0,\ \rho_g^0 = \rho_{go}^0,\ T_g = T_0,\ \alpha_g = \alpha_{g0},\ v_s = 0, \quad \sigma_{s^*} = 0,\ \xi_{s^*} = 0,\ e_{s^*} = 0,\ \alpha_s = \alpha_{s0},$$

$$\rho_i = \alpha_i \rho_i^0,\ \rho_{l+g} = \rho_l + \rho_g,\ i = (x, l, g),\ \alpha_{g0} = \frac{4}{3}\,\pi a^3 n_b,$$

$$\alpha_s + \alpha_l + \alpha_g = 1 \ (L_s \le x \le L_w).$$

Нижними индексами 0 отмечены невозмущенные параметры системы, на торцах трубы задаются в виде условия непротекания

$$v_g = 0,\ v_l = 0,\ v_s = 0 \ (x = 0,\ x = L_w). \tag{14}$$

Отметим, что из системы (5)–(12) при $\alpha_{s0} = 0$ можно получить систему для случая, когда СНС заполнена пузырьковой жидкостью. Задача (1)–(12) решается численно методом контрольного объема.

Расчетные профили давления и полного напряжения при отражении и прохождения УВИ представлены на рис. 1, синяя линия соответствует случаю, когда СНС заполнена пузырьковой жидкостью, т. е. в этом случае нет пористого скелета, красная — случаю, когда СНС заполнена песком, насыщенным пузырьковой жидкостью. Физические параметры расчетов выбраны в соответствии с экспериментальными данными [3,8]. При распаде разрыва образуется ударно-волновой импульс, имеющий к моменту времени $t = 0.8$ ms амплитуду 14.2 kPa, в области КНД распространяется ударная волна, а в области КВД волна разрежения. Отражение вне зависимости чем заполнен СНС (насыщенной насыпной средой или пузырьковой жидкостью) приводит к увеличению амплитуды отраженной волны более чем в два раза до 29.8 kPa ($t = 5.2$ ms). В область СНС‘УВИ проходит

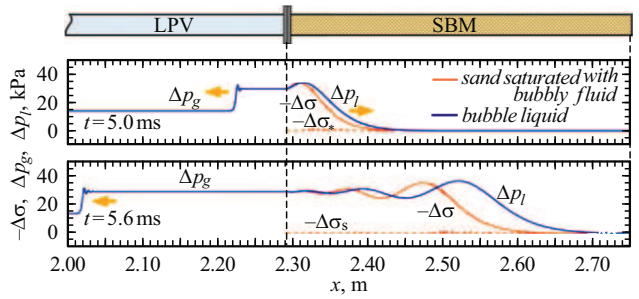


Рис. 2. Фрагмент ударной трубы, эпюры ударно-волнового импульса. Штриховой линией показано приведенное напряжение σ_*, остальные параметры и обозначения такие же как на рис. 1.

с увеличенной амплитудой, происходит растяжение переднего фронта ($t = 6.8$ ms), на профиле волны появляются колебания ($t = 8.0$ ms), связанные с радиальной инерцией пузырьковой жидкости [5], т. е. при изменении объема пузырька жидкость вокруг него приходит в движение, что создает дополнительную инертную массу, влияющую на динамику всей среды.

Когда в СНС находится песок, насыщенный пузырьковой жидкостью, динамика УВИ в КВД и КНД идентична случаю, когда СНС заполнена пузырьковой жидкостью (рис. 1). Скорость УВИ в песке, насыщенном пузырьковой жидкостью составляет около 280 m/s, а в случае заполнения СНС пузырьковой жидкостью без песка приблизительно 340 m/s, поэтому из фрагмента, соответствующего моменту $t = 5.2$ ms, видно, что УВИ в песке несколько отстает от УВИ, распространяющейся в пузырьковой жидкости. Время прохождения УВИ через СНС с песком, насыщенным смесью, составляет около 1 ms, поэтому на фрагментах, соответствующих моментам 6.8 и 8.0 ms, эпюры соответствуют суммарной картине волнового поля, когда УВИ в СНС успевает переотразиться от границ $x = L_w$ и L_s, где соответственно граничные условия на жесткой стенке и свободной границе.

Для более наглядной демонстрации эпюр УВИ в пузырьковой жидкости и песке, насыщенном пузырьковой жидкостью, рассмотрим динамику УВИ, для случая, когда длина СНС увеличена на 200 mm (до 458 mm) (рис. 2), остальные параметры такие же как для рис. 1. Полное напряжение в пористой среде складывается из приведенного напряжения σ^* и давления пузырьковой жидкости Δp_l ($-\Delta\sigma = -\sigma_* + \Delta p_l$) [4]. Экспериментальные данные показывают, что скорость продольных волн в насыпке из песка составляет около $D_{f*} = 230$ m/s [3],

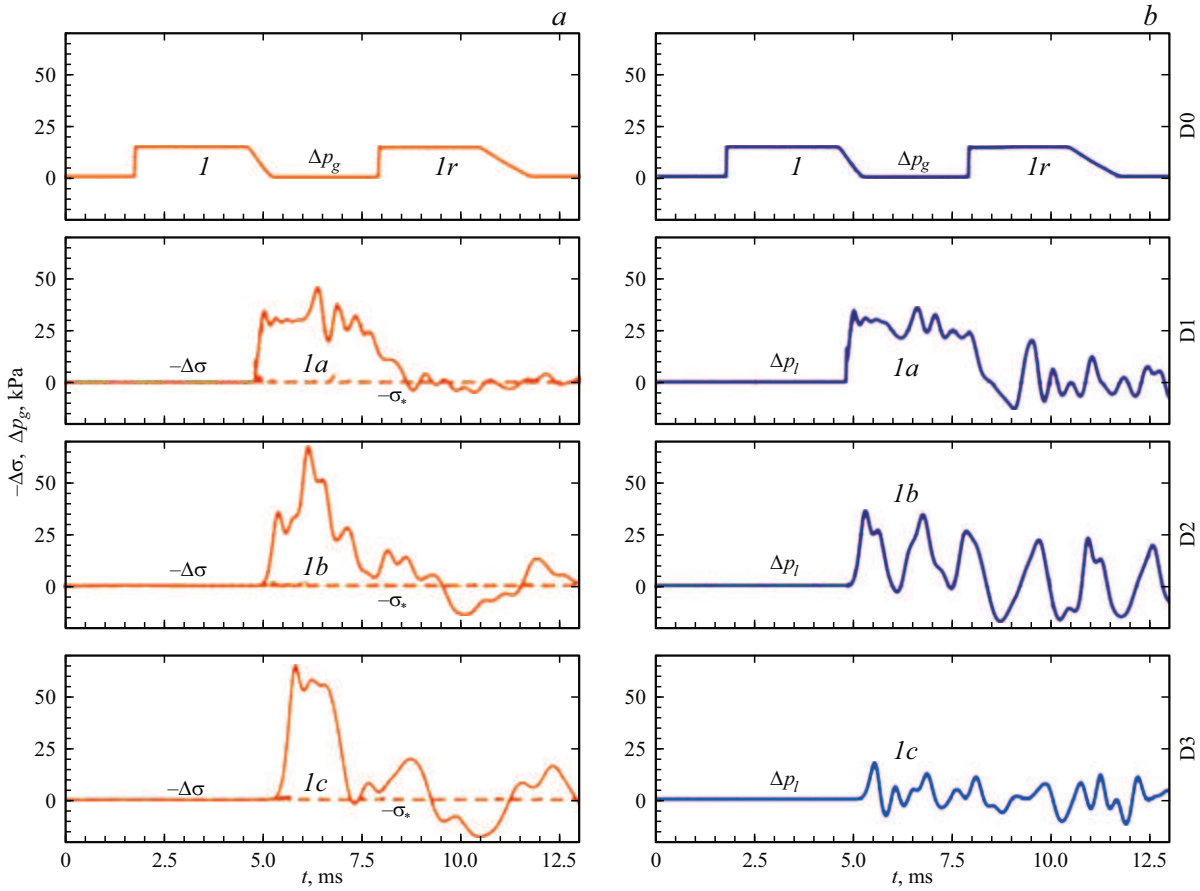


Рис. 3. Осциллограммы для датчиков D0–D3. Все параметры как на рис. 1.

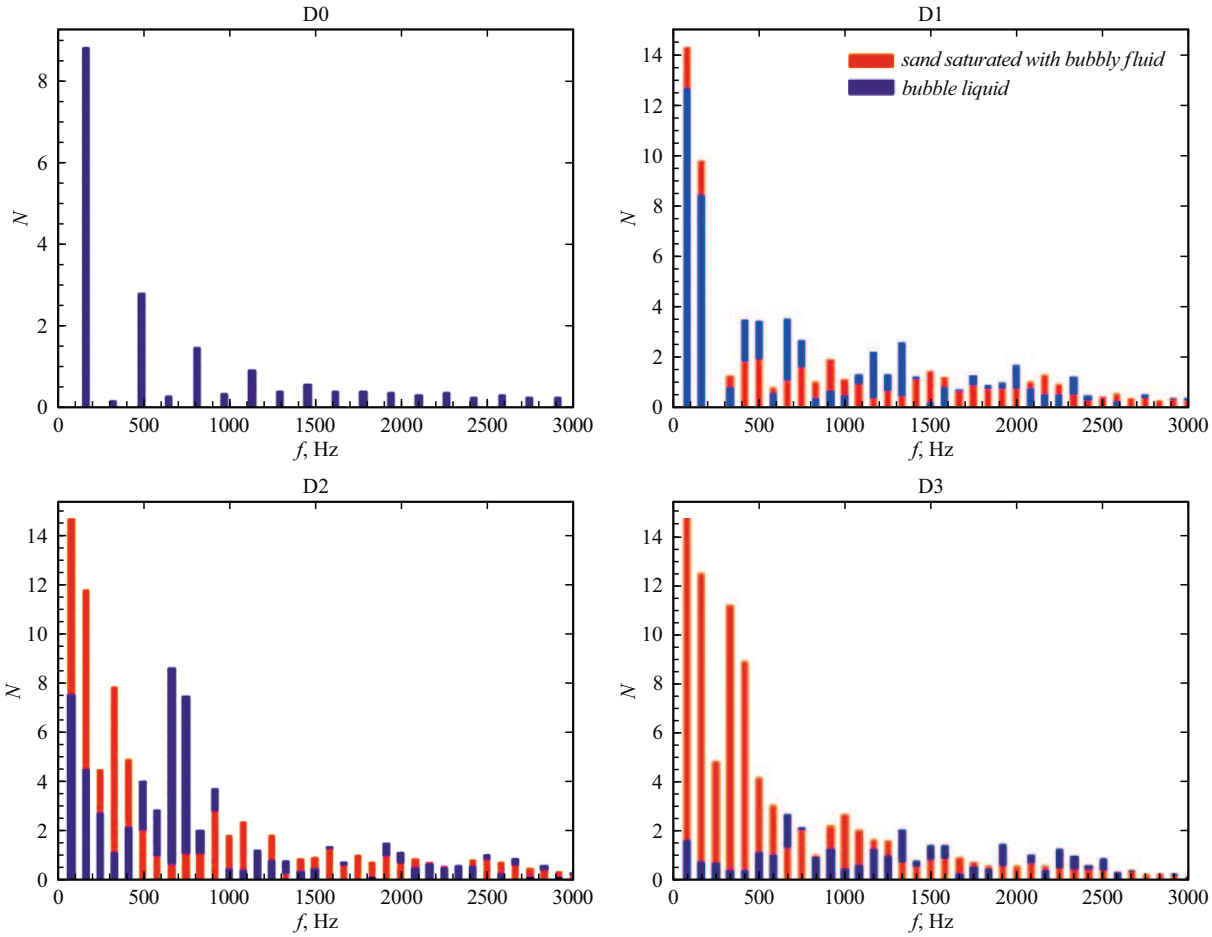


Рис. 4. Частотный спектр для первого импульса в газовой фазе и в СНС для датчиков D0–D3.

такое низкое значение приводит к тому что приведенное напряжение, которое вычисляется через эту скорость, является очень малой величиной по сравнению с давлением газожидкостной смеси, поэтому полное напряжение в насыпке из песка, насыщенной газожидкостной смесью, в основном определяется давлением в газожидкостной смеси Δp_l, как это следует из рис. 2.

На рис. 3 показаны расчетные осциллограммы на датчиках D0–D3 (рис. 1, *a*), расположенные в КНД и СНС, датчик D0 показывает давление в газе, датчики D1–D3 демонстрируют полное напряжение, если СНС заполнена насыпной средой насыщенной пузырьковой смесью (рис. 3, *a*) и давление в жидкости, если СНС заполнена пузырьковой жидкостью (рис. 3, *b*). Для датчика D0 осциллограмма *1* соответствует падающему импульсу, *1r* — отраженному от пористой среды (фрагмент *a*) или от пузырьковой жидкости (фрагмент *b*) импульсу. Амплитуда импульса около 15 kPa, протяженность 0.4 ms, передний фронт импульса крутой, задний пологий. Отраженный импульс не отличается от падающего. Из показаний датчиков D1–D3 (фрагменты *a*) следует, что в случае заполнения СНС песком, насыщенным пузырьковой смесью, УВИ не затухает и приторцевой датчик D3 регистрирует полное напряжение около 70 kPa, которое складывается от падающего и отраженного импульсов (эпюра *1c*). Отраженный импульс от границы $x = L_w$ также проявляется на датчиках D1 и D2 в виде второго всплеска (см. эпюры *1a* и *1b*), значительно повышая амплитуду УВИ. В случае заполнения СНС пузырьковой жидкостью (фрагменты *b*) на уровне датчика D3, амплитуда уменьшается до 15 kPa. Колебания с периодом около 1 ms на профилях УВИ связаны с отражением УВИ на границах СНС.

На рис. 4 представлен график частотного спектра, отображающий распределение N — амплитуды гармоник сигнала (числовое значение, отображающее вклад конкретной частоты в общий сигнал) Δp_g (для D0) и $-\Delta\sigma$ (для D1–D3) по частотам f.

Спектр сигнала на D0 для интервала времени $0 \le t \le 6.2$ ms (импульс *1*, рис. 3) одинаков как для случая заполнения СНС пузырьковой жидкостью, так и для песка, насыщенного пузырьковой жидкостью, характерно преобладание низких частот до 500 Hz (максимум приходится на 161 и 484 Hz), высокочастотная часть спектра имеет очень низкую амплитуду, составляющие выше 3000 Hz практически отсутствуют.

Рассмотрим спектр на датчиках D1–D3 в интервале $0 \le t \le 12$ ms (первый импульс для прошедшей в СНС волны). Сигнал на D1, соответствующий песку, насыщенному пузырьковой жидкостью (красная линия), превосходит аналогичный сигнал для пузырьковой жидкости (синяя линия). Основная часть обоих сигналов приходится на область низких частот. Для песка, насыщенного пузырьковой жидкостью, преобладают частоты 83 и 167 Hz. Для пузырьковой жидкости частоты, которые вносят основной вклад в общий сигнал, распределены в интервале от 83 до 750 Hz, максимумы на 83 и 167 Hz выражены заметно слабее, но частоты от 481 до 750 Hz имеют заметно большую амплитуду гармоник по сравнению с песком. Частоты выше 3 kHz практически отсутствуют для обоих случаев.

В силу большего затухания сигнала в пузырьковой жидкости, амплитуды гармоник сигнала полного напряжения в песке на D2–D3 значительно превосходят амплитуды гармоник давления в пузырьковой жидкости. Для пузырьковой жидкости на D2 примечательным является смещение максимума частот к значению 667 Hz, вторым максимумом являются 83 и 750 Hz. На D3 происходит смещение максимума частот в диапазон средних частот. Для песка на D3 максимум остается на низких частотах, проявляются две ярко выраженные частоты на 333 и 417 Hz. Для описанных случаев область высоких частот также выражена крайне слабо.

Таким образом, установлено, что

— при наличии твердого скелета в пузырьковой жидкости происходит снижение скорости ударной волны на 18 %;

— спектр падающего импульса состоит в основном из низких частот до 500 Hz. Прохождение УВИ через слой пузырьковой жидкости приводит к смещению ярко выраженных частот до 750 Hz. Высокочастотные колебания в спектре либо пренебрежимо малы, либо совсем отсутствуют, это может быть использовано при выборе способа экранирования от колебаний разных частот.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 24-11-00274, https://rscf.ru/project/24-11-00274

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Д.М. Балапанов, С.Ф. Урманчеев. Письма в ЖТФ, **36** (13), 71 (2010).
[2] П.С. Уткин, П.А. Чупров. Компьютерные исследования и моделирование, **16** (6), 1361 (2024). DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-6-1361-1384
[3] А.Т. Ахметов, И.К. Гималтдинов, Р.Ф. Гизатуллин, Д.Р. Богданов, М.А. Азаматов. Письма в ЖТФ, **51** (24), 31 (2025). DOI: 10.61011/PJTF.2025.24.61752.8093. — EDN XEKKVS
[4] А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко. Прикладная механика и техническая физика, **63** (4), 56 (2022).
[5] А.Т. Ахметов, И.К. Гималтдинов, М.А. Азаматов, А.Ф. Мухаметзянов, Д.Р. Богданов. Письма в ЖТФ, **48** (1), 23 (2022).
[6] А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко. Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.- матем. науки, **157** (1), 101 (2015).
[7] И.К. Гималтдинов, И.Г. Хусаинов. Письма в ЖТФ, **51** (24), 25 (2025). DOI: 10.21883/0000000000. — EDN WGQMLC
[8] Р.И. Нигматулин. *Динамика многофазных сред* (Наука, М., 1987), в 2 ч.