Влияние толщины аккреционного диска на его магнитное поле

© М.В. Фролова,[1] Е.А. Михайлов[1,2]

[1] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
[2] Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: pashentceva.mv17@physics.msu.ru

Поступило в Редакцию 5 мая 2026 г.
В окончательной редакции 10 августа 2026 г.
Принято к публикации 23 октября 2026 г.

Проведено сравнение структуры магнитного поля в аккреционных дисках для тонкого, „плоского толстого“ и расширяющегося дисков. Показано, что увеличение толщины диска и усложнение его геометрии ослабляют генерацию магнитного поля и смещают его максимальные значения к внешним областям диска.

Ключевые слова: магнитное поле, аккреционный диск, динамо, собственные значения.

DOI: 10.61011/JTF.2026.12.64041.301-26

Введение

Наличие магнитных полей у астрофизических объектов — от звезд и планет до галактик и аккреционных дисков — надежно подтверждается наблюдениями [1]. Для аккреционных дисков магнитное поле играет особенно важную роль, поскольку именно оно определяет перенос углового момента, развитие турбулентности и, в конечном счете, режим аккреции [2]. Современные представления связывают происхождение крупномасштабного магнитного поля в значительной части таких объектов с действием динамо-механизма [3–5]. Этот механизм описывает преобразование энергии турбулентных движений проводящей среды в энергию магнитного поля и является результатом взаимодействия альфа-эффекта и дифференциального вращения на фоне турбулентной диффузии. Динамо-механизм является пороговым: генерация возможна лишь в случае, когда усиление поля преобладает над его диффузионным распадом.

В общем виде эволюция магнитного поля среднего масштаба описывается уравнением Штеенбека–Краузе–Рэдлера [6]. Это уравнение трехмерно, а потому его прямой анализ затруднен. По этой причине для разных классов объектов используются специальные приближения, отражающие их геометрию и характерные масштабы. Для аккреционных дисков естественно начинать с планарного приближения, затем переходить к более точной модели толстого диска и, наконец, учитывать расширение диска от центра к периферии [7,8]. Именно такой путь позволяет проследить, как меняется спектр оператора динамо при усложнении геометрии задачи.

1. Планарное приближение: оценки для магнитного поля

Планарное приближение основано на предположении, что диск достаточно тонкий, так что его полутолщина мала по сравнению с радиусом. В этом случае магнитное поле в основном лежит в плоскости диска, а вертикальная зависимость упрощается. Кроме того, удобно предполагать осевую симметрию. При таком подходе удается перейти к эффективной системе для радиальной и азимутальной компонент поля B_r и B_φ [9], выглядящей в линейном случае так:

$$\partial B_r/\partial t = -R_\alpha B_\varphi - \pi^2 B_r/4 + \lambda^2 \partial/\partial r\left[(1/r)\partial(rB_r)/\partial r\right] - (V_r/r)\partial(rB_r)/\partial r,$$

$$\partial B_\varphi/\partial t = -R_\omega B_r - \pi^2 B_\varphi/4 + \lambda^2 \partial/\partial r\left[(1/r)\partial(rB_\varphi)/\partial r\right] - \partial(V_r B_\varphi)/\partial r,$$

где R_α, R_ω — параметры, которые отвечают за альфа-эффект и дифференциальное вращение соответственно, $\lambda = h/R$. Для кеплеровского вращения имеем: $\Omega = (GM)^{1/2}/r^{3/2}$, а радиальная скорость аккреции берется в виде $V_r = -(3\nu/2r)(1-(r_{in}/r)^{1/2})^{-1}$. Удобно ввести динамо-число $D = R_\alpha R_\omega$, которое характеризует рост магнитного поля. Такая система уже позволяет исследовать пространственно-временную эволюцию поля и оценивать влияние внутреннего радиуса r_{in} на структуру решений [7,8].

С математической точки зрения планарное приближение ценно тем, что дает простую оценку роста или затухания магнитного поля. Тогда решение ищется пропорционально $\exp(\gamma t)$, где γ — показатель роста, который можно приближенно оценить по закону $\gamma = -\pi^2/4 + R_\alpha^{1/2} R_\omega^{1/2}$. Если $\gamma > 0$, то поле возрастает, если $\gamma < 0$ — затухает. Численные расчеты показывают, что увеличение внутреннего радиуса меняет как пространственный профиль поля, так и характер выхода на насыщение. В частности, поле сосредотачивается в области, удаленной от внутренней границы, а начало роста смещается по времени.

Однако достоинства планарной модели одновременно являются и ее ограничениями. Она пригодна для качественных оценок, но недостаточно точна, когда толщина

диска уже не является малой или существенно меняется с радиусом. Для аккреционных дисков это особенно важно: в отличие от галактических дисков, их геометрия может сильнее отклоняться от плоской, а вертикальные потоки и переменность полутолщины могут заметно влиять на спектр динамо-оператора. Поэтому следующий естественный шаг состоит в переходе к модели толстого диска, где зависимость от вертикальной координаты учитывается явно [9].

2. Модель толстого диска

В RZ-приближении магнитное поле удобно представлять в виде $B = B\mathbf{e}_\varphi + \mathrm{rot}(A\mathbf{e}_\varphi)$, где B — тороидальная компонента магнитного поля, а A — азимутальная компонента векторного потенциала, связанная с полоидальной частью поля. Предполагается осевая симметрия, т. е. производные по угловой координате отсутствуют, а полоидальная составляющая меньше тороидальной [9]. В случае толстого диска задача решается в области $0 < r < 1$, $-\lambda < z < \lambda$, $0 < \varphi < 2\pi$.

В наиболее простом случае модель толстого диска можно описать с помощью следующего уравнения для угловой компоненты поля:

$$\partial B/\partial t = D^{1/2}B + D^{1/2}z\partial B/\partial z + \lambda^2\left(\partial^2 B/\partial z^2 + \partial^2 B/\partial r^2 + \partial B/r\partial r - B/r^2\right).$$

В качестве условий на границе диска (как по радиальной, так и по вертикальной координате) можно взять нулевые значения поля: $B|_{r=0} = 0$, $B|_{r=1} = 0$, $B|_{z=-\lambda} = 0$, $B|_{z=\lambda} = 0$. Если предположить экспоненциальную зависимость поля от времени $B(r, z, t) = \exp(\gamma t)B(r, z)$, то уравнение вместе с граничными условиями превращается в задачу на собственные значения:

$$\gamma B = D^{1/2}B + D^{1/2}z\partial B/\partial z + \lambda^2\left(\partial^2 B/\partial z^2 + \partial^2 B/\partial r^2 + \partial B/r\partial r - B/r^2\right).$$

Значение γ характеризует скорость роста поля, а ее знак — принципиальную возможность генерации.

Как обычно делается в задачах математической физики, проведем факторизацию [9] $B(r, z) = u(r)b(z)$, разделив задачу на две более простых. Для радиальной составляющей решение хорошо известно и представляется с помощью функции Бесселя $u_m(r) = J_1(r\mu_m^{1/2})$, где μ_m являются ее корнями. Для достаточно больших значений m можно показать, что выполняется приближенное соотношение $\mu_m \approx \pi^2(m + 3/4)^2$.

Для части, отвечающей за зависимость поля от вертикальной координаты, можно получить спектральную задачу

$$\sigma b = \left(D^{1/2} + D^{1/2}hz\partial/\partial z + \lambda^2\partial^2/\partial z^2\right)b,$$

$$-\lambda < z < \lambda, \quad b(\pm\lambda) = 0.$$

Оператор, стоящий в правой части, является несамосопряженным, поэтому имеет смысл сделать замену переменных: $x = z/\lambda$, $y(x) = b(x)\exp(D^{1/2}x^2/4)$. В таком случае задача принимает вид:

$$\sigma y = (\partial^2/\partial x^2 + D^{1/2}(1 - h/2) - h^2 Dx^2/4)y,$$

$$y(-1) = y(1) = 0.$$

Оператор, для которого ищутся собственные значения, становится самосопряженным, и можно гарантировать их действительность [9]. С физической точки зрения это должно означать отсутствие колебаний поля со временем.

Вычисление собственных значений для данного оператора приводит к результату

$$\sigma_n \approx -\pi^2 n^2/4 + D^{1/2}/2 - h^2 D/12.$$

Возвращаясь к исходной задаче и подставляя полученные результаты в выражение для собственных значений $\gamma = \sigma - \lambda^2\mu$, мы можем получить

$$\gamma_{n,m} \approx -\pi^2 n^2/4 + D^{1/2}/2 - h^2 D/12 - \lambda^2\pi^2(m + 3/4)^2.$$

Интересно, что в данном выражении однозначно выделяются составляющие, отвечающие за диссипацию в вертикальном направлении (первое слагаемое), собственно динамо-генерацию (второе), подавление роста за счет большой толщины (третье) и радиальную диссипацию (четвертое). Возможность генерации поля и ее скорость определяется значением $\gamma_{1,1}$ [4,9]. Отметим, что результаты также проходили численную верификацию и собственные значения практически совпали. Так, при $D = 10$ и $h = 0.01$ старшее собственное значение оценивается как $\gamma_{1,1} \approx 0.68$, а для $h = 0.2 - \gamma_{1,1} \approx 0.37$ [4,9].

3. Модель расширяющегося диска: асимптотические приближения

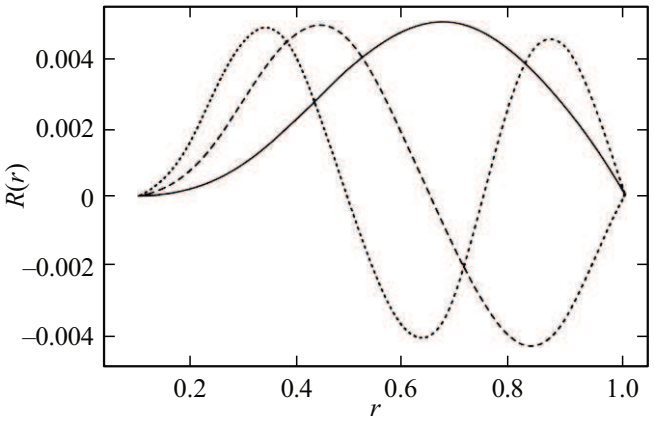
Гораздо более интересно рассмотреть диск, расширяющийся к краям: $r_{\min} < r < 1$, $-h(r) < z < h(r)$, $0 < \varphi < 2\pi$. Задача на собственные значения связана с решение того же уравнения:

$$\gamma B = D^{1/2}B + D^{1/2}z\partial B/\partial z + \lambda^2\left(\partial^2 B/\partial z^2 + \partial^2 B/\partial r^2 + \partial B/r\partial r - B/r^2\right),$$

но для граничных условий необходимо учесть „криволинейность“ границы: $B|_{r=r\,\min} = 0$, $B|_{r=1} = 0$, $B|_{z=-h(r)} = 0$, $B|_{z=h(r)} = 0$. Вертикальная составляющая собственной функция Z подчиняется уравнению:

$$\lambda^2 Z''(z) + \chi x Z'(z) - \kappa Z(z) = 0, Z(-h(r)) = Z(h(r)) = 0,$$

где κ — собственное значение из предыдущей задачи, которое можно вычислить по тем же приближенным формулам, что и были описаны выше, χ — параметр,



Линейный профиль полутолщины диска $h(r) = h_0 + ar$. Первые три радиальные собственные функции $R_1(r)$, $R_2(r)$, $R_3(r)$ для соответствующих собственных значений. Сплошная кривая — первая собственная функция, штриховая кривая — вторая собственная функция, пунктирная кривая — третья собственная функция.

характеризующий вертикальный перенос поля (как правило, он принимает значения от 0 до 1).

Для „радиальной“ функции $R(r)$ можно поставить такую задачу на собственные значения:

$$\gamma R = (D - \lambda^2/\left(r^2h^2(r)\right) + \kappa/h^2(r))R + \lambda^2R'' + (1/r)R',$$

$$R(r_{\min}) = 0, \quad R(1) = 0.$$

Признаком переменной полутолщины является возникновение „потенциалов“ $\lambda^2/(r^2h^2(r))$ и $\kappa/h^2(r)$. Важно отметить, что они существенно влияют как на структуру собственных функций, так и на собственные значения.

Для простоты рассмотрим несложный линейный закон изменения полутолщины с расстоянием от центра: $h(r) = h_0 + a_r$. Три старшие собственные функции $R_1(r)$, $R_2(r)$, $R_3(r)$ показаны на рисунке. Для них были получены собственные значения $\gamma_1 \approx 3.10$, $\gamma_2 \approx 3.02$, $\gamma_3 \approx 2.91$.

Заключение

В рамках работы было исследовано действие динамо в аккреционных дисках различной толщины. Для этого использовался спектральный анализ операторов, описывающих эволюцию поля в рамках планарного приближения и модели „толстого“ диска (в том числе с меняющейся полутолщиной) [9].

Отметим, что модель „толстого“ диска предоставляет возможность получить гораздо более интересные результаты. После разделения переменных задача распадается на радиальную и вертикальную составляющие. Это дает гораздо более интересную структуру магнитного поля, нежели предполагается в рамках планарного приближения. Кроме того, видно, что в таком случае собственные значения, характеризующие рост поля, смещаются по сравнению с более простым планарным приближением [4,9]. Отметим, что данные результаты получены как аналитически, так и численно.

В случае учета изменения толщины диска $h(r)$ по мере удаления от центра картина становится еще более интересной. С математической точки зрения это означает появление дополнительного потенциала в спектральной задаче, что сильно меняет структуру спектра оператора. С астрофизической точки зрения это приводит к тому, что поле „вытесняется“ из „узкой“ центральной части диска на периферию. Также можно отметить другие численные результаты для собственных значений [3,9].

Таким образом, можно отметить, что учет конечной (а тем более — меняющейся) полутолщины аккреционного диска существенно меняет характер действия динамо, которое, несмотря на наличие других подходов к описанию генерации магнитного поля в подобных объектах [10,11], может вносить существенный вклад в генерацию магнитного поля. Поэтому при обсуждении структуры магнитного поля в аккреционных дисках необходимо подробное обсуждение структуры $h(r)$.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики „БАЗИС“ (проект 24-2-2-36-1).

Благодарности

Авторы благодарят доц. Ю.А. Тихонова за ценные рекомендации при подготовке работы.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Д.Д. Соколов. УФН, **185** (6), 643 (2015).
[2] N.I. Shakura, R.A. Sunyaev. Astron. Astrophys., **24**, 337 (1973).
[3] Я.Б. Зельдович, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов. *Магнитные поля в астрофизике* (РХД, М., Ижевск, 2006)
[4] T.G. Arshakian, R. Beck, M. Krause, D. Sokoloff. Astron. Astrophys., **494** (1), 21 (2009).
[5] R. Beck, A. Brandenburg, D. Moss, A. Shukurov, D. Sokoloff. Annual Rev. Astron. Astrophys., **34**, 155 (1996).
[6] D. Moss. Monthly Notices Royal Astronom. Society, **275** (1), 191 (1995).
[7] D.V. Boneva, E.A. Mikhailov, M.V. Pashentseva, D.D. Sokoloff. Astron. Astrophys., **652**, A38 (2021).
[8] Е.А. Михайлов, М.В. Пашенцева. Вестник Московского ун-та. Серия 3: Физика, астрономия, **5**, 65 (2022).
[9] Е.А. Михайлов, М.В. Фролова, Е.Н. Жихарева. Известия РАН. Серия физическая, **89** (7), 1078 (2025).
[10] Н.И. Шакура, К.А. Постнов, Д.А. Колесников, Г.В. Липунова. УФН, **193**, 1340 (2023).
[11] S. Okuzumi, T. Takeuchi, T. Muto. ApJ., **785**, 127 (2014).