Нелинейное насыщение динамо в галактических дисках

© Е.А. Михайлов [1,2]

[1] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
[2] Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: e.mikhajlov@lebedev.ru

Поступило в Редакцию 5 мая 2026 г.
В окончательной редакции 11 августа 2026 г.
Принято к публикации 23 октября 2026 г.

Проанализирован процесс увеличения магнитного поля в спиральных галактиках, который связан с действием механизма динамо. Получены условия для возникновения колебаний и сделаны оценки коэффициента их затухания.

Ключевые слова: галактики, магнитное поле, колебания, нелинейная динамика.

DOI: 10.61011/JTF.2026.12.64040.300-26

Введение

Достаточно большое количество спиральных галактик обладают структурами магнитного поля [1]. Так, для Млечного Пути они объясняют пространственное распределение космических лучей, влияют на характеристики межзвездной турбулентности и принимают участие в большом количестве других астрофизических процессов [2]. В современных условиях наблюдения полей проводятся с помощью двух основных подходов [3]: изучения синхротронного излучения [4] и измерения фарадеевского вращения поляризованных радиоволн [5]. Оба эти метода дают для большинства спиральных галактик, схожих по своих характеристикам с Млечным Путем, величины полей порядка $1\,\mu$G [1]. Согласно наблюдательным данным, поле делится на две принципиально разных составляющих: мелкомасштабную, ассоциируемую с турбулентными ячейками и имеющую такие же типичные пространственные масштабы, и регулярную, которую можно получить путем усреднения [2]. Отметим, что обе эти компоненты имеют значения одного порядка.

С теоретической точки зрения возникновение регулярного магнитного поля обусловлено действием механизма крупномасштабного динамо [6]. Он связан с нетвердотельностью вращения галактики и особенностями закрученности турбулентных течений. Это является причиной роста поля по экспоненциальному закону. Тем не менее по мере его увеличения плотность энергии турбулентных движений должна уменьшаться. Это приводит к замедлению роста и выходу поля на некоторую стационарную конфигурацию, соответствующую так называемому равнораспределению по энергии между полем и течениями [1,2].

Хотя данный эффект хорошо известен, в литературе практически отсутствуют детальные исследования процесса насыщения роста магнитного поля. Не вполне понятно, будет ли выход поля на стационарный режим происходить монотонно, или возможны его осцилляции около уровня равнораспределения. Этот процесс связан, по-видимому, со свойствами динамической системы, которая описывает нелинейную эволюцию магнитного поля [7]. Для этого необходимо найти ее стационарные решения и исследовать поведение малых возмущений со временем, что требует решения задачи на собственные значения для соответствующего линейного оператора [8]. Очевидно, что в случае, если они будут являться действительными, можно говорить о монотонном выходе поля на стационарный режим. В противном случае речь идет о колебаниях, частота которых определяется мнимой частью собственных значений. В свою очередь, их действительная составляющая будет характеризовать декремент затухания колебаний поля.

В настоящей работе аналитически и численно изучен процесс нелинейной эволюции регулярного магнитного поля в спиральных галактиках. Исследовано насыщение его роста и получены условия, при которых оно будет вести себя монотонно или совершать колебания около уровня равнораспределения.

1. Уравнение для эволюции магнитного поля

Рост со временем регулярного магнитного поля описывается соотношением, которое можно получить, проводя усреднение классических уравнений магнитной гидродинамики. Оно получило название уравнения динамо средних полей, которое тем не менее в исходном виде также достаточно трудно для исследования. Для галактик, имеющих форму диска, удобно воспользоваться планарным приближением, которое было предложено Моссом и др. [9,10] для тонких дисков. Оно дает возможность ограничиться решением задачи лишь для радиальной и угловой компонент поля (третью при необходимости можно вычислить, пользуясь третьим

уравнением Максвелла). Если пользоваться безразмерными единицами для основных величин (когда расстояния измеряются в радиусах галактического диска R, время — в характерных „диффузионных“ единицах h^2/ν, где ν — коэффициент турбулентной диффузии, h — полутолщина галактики), то эволюция радиальной и азимутальной составляющих поля в осесимметрическом приближении будет описываться уравнениями:

$$\partial B_r/\partial t = R_\alpha B_\varphi(1 - B_r^2 - B_\varphi^2) - \pi^2 B_r/4 + \lambda^2(\partial^2 B_r/\partial r^2 + \partial B_r/r\partial r - B_r/r^2),$$

$$\partial B_\varphi/\partial t = R_\omega B_r - \pi^2 B_\varphi/4 + \lambda^2(\partial^2 B_\varphi/\partial r^2 + \partial B_\varphi/r\partial r - B_\varphi/r^2),$$

где $R_\alpha = \Omega l^2/\nu$ описывает спиральность турбулентных движений (альфа-эффект), Ω — угловая скорость вращения галактики, l — масштаб турбулентности, $R_\omega = \Omega h^2/\nu$ — крупномасштабные движения (дифференциальное вращение), $\lambda = h/R$ — диссипация в плоскости диска.

Магнитное поле измеряется в единицах равнораспределения B^*. Это соответствует равенству плотностей энергии поля и кинетической энергии турбулентных движений:

$$B^{*2}/8\pi = \rho u^2/2.$$

Отсюда следует, что $B^* = 2u\pi^{1/2}\rho^{1/2}$, где ρ— плотность межзвездного газа (измеряется в $\mathrm{g/cm^3}$), u — дисперсия его турбулентных скоростей (измеряется в cm/s). Для большинства галактик поле равнораспределения, измеряемое в $G = g^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\mathrm{s}^{-1}$, имеет порядок $B^* \sim 10^{-6}\,\mathrm{G}$ [2].

2. Локальное приближение

Учитывая, что полутолщина диска намного меньше его радиуса, получаем, что величина λ относительно невелика. Поэтому можно рассмотреть так называемое локальное приближение [11], предполагая $\lambda \to 0$. Кроме того, можно показать, что $|B_r| \ll |B_\varphi|$. Тогда задача приближенно сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$dB_r/dt = -R_\alpha B_\varphi(1 - B_\varphi^2) - \pi^2 B_r/4,$$

$$dB_\varphi/dt = -R_\omega B_r - \pi^2 B_\varphi/4.$$

В случае малых магнитных полей решение задачи хорошо известно и представляется в виде $B_{r,\varphi} \sim \exp(\gamma t)$, где показатель роста поля определяется выражением $\gamma = -\pi^2/4 \pm D^{1/2}$, где $D = R_\alpha R_\omega$ — часто используемое в магнитной гидродинамике динамо-число. Важно также отметить, что его можно представить [2] по формуле $D = 9h^2\Omega^2 u^{-2}$, т. е. все входящие в него величины определяются в наблюдениях. Нетрудно заметить, что рост магнитного поля возможен при $D > D_{\mathrm{cr}}$, где $D_{\mathrm{cr}} = \pi^4/16 \approx 6$.

Чтобы определить стационарные решения системы уравнений, рассмотрим условие $dB_r/dt = dB_\varphi/dt = 0$. Кроме нулевых полей, этому случаю отвечает нелинейное насыщение, для которого

$$B_r^0 = \mp(\pi^2/16)(16R_\alpha R_\omega - \pi^4)^{1/2} R_\alpha^{-1/2} R_\omega^{-3/2},$$

$$B_\varphi^0 = \pm(1/4)(16R_\alpha R_\omega - \pi^4)^{1/2} R_\alpha^{-1/2} R_\omega^{-1/2}.$$

Рассмотрим малые возмущения около стационарных значений $y = B_r - B_r^0$; $y = B_\varphi - B_\varphi^0$. Тогда линеаризованная система уравнений, описывающая небольшие отклонения от уровня насыщения, выглядит так

$$dx/dt = -\pi^2 x/4 - (1/16)[3\pi^4 - 32R_\alpha R_\omega]R_\omega^{-1} y,$$

$$dy/dt = -R_\omega x - \pi^2 y/4.$$

Ей соответствуют решения $x \sim \exp(\mu t)$, $y \sim \exp(\mu t)$, где для характеристических чисел μ имеем

$$\mu = -\pi^2/4 \pm (1/4)[3\pi^4 - 32R_\alpha R_\omega]^{1/2}.$$

С учетом тех выражений для динамо-чисел, которые были получены ранее, мы можем выразить собственные значения как $\mu = -\pi^2/4 \pm [3D_{\mathrm{cr}} - 2D]^{1/2}$. Нетрудно заметить, что эти величины будут действительными в том случае, когда $D < 3D_{\mathrm{cr}}/2$. Заметим, что это условие должно быть также дополнено тем, что $D > D_{\mathrm{cr}}$ (в противном случае будет невозможен рост поля на начальном этапе, и оно просто не сможет приблизиться к равнораспределению). В свою очередь, при $D < 3D_{\mathrm{cr}}/2$ у характеристических чисел появится мнимая составляющая, описывающая частоту колебаний магнитного поля при выходе на стационарное значение

$$\omega = \mathrm{Im}(\mu) = \pm[2D - 3D_{\mathrm{cr}}]^{1/2}.$$

Это соответствует периоду колебаний $2\pi/\omega$. При переходе к размерным переменным для него можно получить значение:

$$T = 2\pi h^2[2D - 3D_{\mathrm{cr}}]^{-1/2}\nu^{-1}.$$

В случае, если галактика имеет полутолщину $h = 0.3\,\mathrm{kpc}$ и коэффициент турбулентной диффузии $\nu = 3 \cdot 10^{26}\,\mathrm{cm^2/s}$, то для $D = 20$, $D_{\mathrm{cr}} = 6$ период колебаний составит величину $T = 0.4$ млрд. лет. Что касается коэффициента затухания, то в размерных переменных он будет иметь значение $\beta = \pi^2\nu h^{-2}/4$, а для соответствующего времени получим $\tau = 4h^2\pi^{-2}\nu^{-1}$. Для тех же значений он будет иметь величину $\tau = 0.1$ млрд. лет. Отклонение компонент магнитного поля от стационарного значения будет вести себя по закону $x, y \sim \exp(-t/\tau)\sin(2\pi t/T)$.

С математической точки зрения [7] поведение решений соответствующей динамической системы хорошо

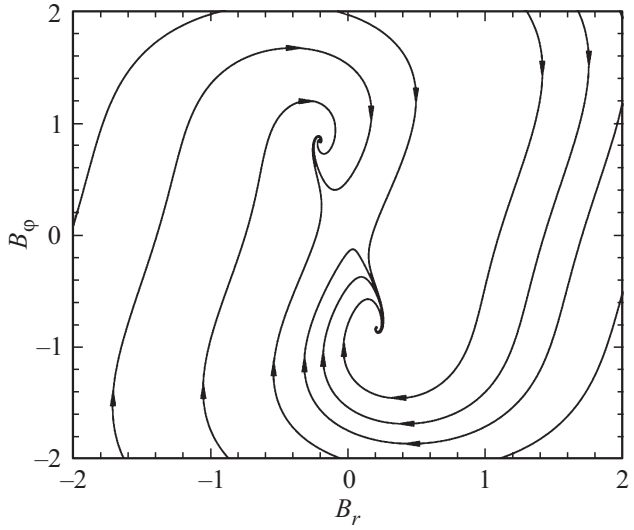


Рис. 1. Фазовая диаграмма для локального приближения при $D = 20$.

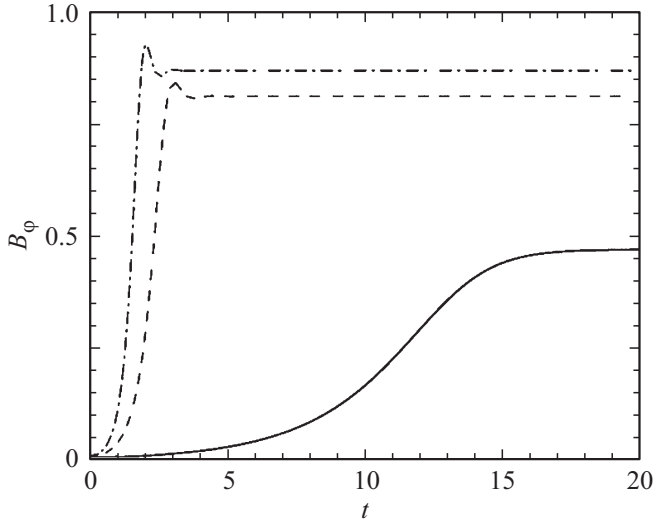


Рис. 2. Эволюция магнитного поля в полной задаче. Сплошная линия показывает $D = 8$, пунктирная — $D = 20$, штрихпунктирная — $D = 30$.

иллюстрируется фазовой диаграммой (рис. 1). Можно видеть, что при $D < 3D_{\rm cr}/2$ наблюдаются два устойчивых фокуса, соответствующих насыщению роста магнитного поля. В теории динамических систем это хорошо известный пример затухающих нелинейных колебаний.

3. Решение полной задачи

Теоретическое исследование исходной системы уравнений планарного приближения оказывается достаточно сложным: оно потребовало бы не только линеаризации нелинейной задачи, но и поиска спектров уже дифференциального оператора. Поэтому наиболее разумным представляется использованием методов компьютерного моделирования.

В настоящей работе проведено численное решение системы уравнений в частных производных с помощью конечно-разностных методов, реализованных посредством собственного программного кода [12]. В качестве начальных условий использовались следующие:

$$B_r|_{t=0} = 0,$$

$$B_\varphi|_{t=0} = B_0 \sin \pi r.$$

Результаты решения представлены на рис. 2. Можно видеть, что поведение поля в целом соответствует тому, что было получено в рамках более простых оценок: так, при $D = 8$ поле монотонно выходит на стационарное решение, а при $D = 20$ и 30 совершает затухающие колебания. Учитывая, что время измеряется в безразмерных единицах (в предположениях, описанных выше, они соответствуют примерно 200–300 млн лет), можно видеть, что период колебаний действительно отвечает приближенным оценкам.

Выводы

В работе исследована возможность возникновения колебаний крупномасштабных галактических магнитных полей, генерация которых связана с действием механизма динамо. Показано, что все они определяются динамо-числом, которое включает в себя полутолщину диска, угловую скорость вращения галактики и дисперсию турбулентных скоростей. При умеренных значениях динамо-числа поле ведет себя монотонно, при превышении им определенного значения (в полтора раза больше критического) — могут иметь место колебания. Как период колебаний, так и характерное время их затухания составляет сотни миллиардов лет.

Отметим, что отдельной задачей может стать исследование спектра дифференциального оператора, описывающего линеаризованные возмущения в исходной постановке без использования локального приближения [13]. Это могло бы позволить получить более аккуратные оценки для периода колебаний не только численно, но и аналитически. Кроме того, полученные результаты могли бы представлять интерес для других направлений теории динамо, где также исследуются задачи, относящиеся к колебаниям магнитных полей [14].

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] R. Beck, A. Brandenburg, D. Moss, A. Shukurov, D. Sokoloff. Annual Rev. Astron. Astrophys., **34**, 155 (1996).
[2] T. Arshakian, R. Beck, M. Krause, D. Sokoloff. Astron. Astrophys., **494**, 21 (2009).

[3] Д.Д. Соколов. Природа, **10** (1226), 30 (2017).
[4] N.B. Linzer, L. Armilotta, E.C. Ostriker, E. Quataert. Astrophys. J., **996**, 99 (2026).
[5] J.L. Han, R.N. Manchester, A.G. Lyne, G.J. Qiao, W. van Straten. Astrophys. J., **642**, 868 (2006).
[6] L. Chamandy, R.G. Nazareth, G. Santhosh. Astrophys. J., **966**, 78 (2024).
[7] Дж. Гукенхеймер, П. Холмс. *Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей* (Институт компьютерных исследований, Ижевск, 2002)
[8] Е.А. Михайлов. Вестник Московского ун-та. Сер. 3: Физ. астрон., **5**, 40 (2020).
[9] D. Moss. Mon. Not. R. Astr. Soc., **275**, 191 (1995).
[10] L. Mestel, K. Subramanian. Mon. Not. R. Astr. Soc., **265**, 649 (1993).
[11] E.A. Mikhailov, I.I. Modyaev. Magnetohydrodynamics, **51**, 285 (2015).
[12] Н.Н. Калиткин. *Численные методы* (Наука, М., 1978)
[13] Е.А. Михайлов, В.А. Желиговский, А.А. Таранюк, М.В. Фролова. ЖТФ, **95** (12), 2346 (2025).
[14] D. Moss, D. Sokoloff, V. Suleimanov. Astron. Astrophys., **588**, A18 (2016).