Границы применимости квазисферического приближения геометрической оптики для расчета рефракционных эффектов космического пространства

© Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова

Иркутский государственный университет,
664003 Иркутск, Россия
e-mail: cmeofs1997@mail.ru, spacemaklay@gmail.com, kkalashnikova27@gmail.com

Поступило в Редакцию 3 мая 2026 г.
В окончательной редакции 11 августа 2026 г.
Принято к публикации 23 октября 2026 г.

Проведен анализ границ применимости квазисферического (локального) приближения геометрической оптики для расчета рефракционных характеристик космического электромагнитного излучения при распространении в поле тяготения астрофизических объектов. Рассмотрены различные конфигурации источника излучения, гравитационных объектов и наблюдателя. Для наглядности результаты выполненных расчетов представлены в виде проекций распределения лучевой структуры в картинной плоскости наблюдателя. Показано, что масштаб локализации области применимости квазисферического приближения для расчета рефракции космического излучения главным образом определяется расположением источника излучения относительно направления объект — наблюдатель. Чем компактнее система „источник–объект–наблюдатель“, тем точнее соответствие между синтезируемыми лучевыми структурами в картинной плоскости наблюдателя, рассчитанными с помощью строгой и приближенной систем лучевых уравнений.

Ключевые слова: электромагнитное излучение, лучевое приближение, рефракция, поле тяготения, гравитационные неоднородности.

DOI: 10.61011/JTF.2026.12.64036.296-26

Введение

Как известно [1–3], учет рефракционных свойств космического пространства при распространении электромагнитного излучения галактических и внегалактических источников существенно важен при интерпретации данных астрофизических экспериментов. Наиболее известным методом расчета рефракции излучения является метод геометрической оптики, позволяющий единым образом рассчитывать рефракционные эффекты космической среды и проявления кривизны пространства в структуре принятого излучения астрофизических объектов [4]. Для повышения оперативности геометрооптических расчетов в ряде случаев вводятся дополнительные приближения. В частности, широкое применение получила квазисферическая (локальная) система координат. В основе квазисферического лучевого приближения при расчетах рефракции космического излучения лежит предположение о том, что распространение излучения происходит преимущественно в плоскости дуги большого круга, проходящей через источник, приемник и центр сферической системы координат [2,5,6]. Поскольку источники космического излучения не всегда локализуются на луче зрения, то важным является анализ возможностей квазисферического лучевого приближения в условиях, когда плоскость падения излучения наклонена относительно плоскости дуги большого круга.

1. Аппарат численно-аналитического моделирования

Для расчета влияния полей тяготения массивных объектов на характеристики космического излучения в работах [5,6] использовалась система лучевых дифференциальных уравнений в форме Лагранжа–Эйлера, полученная из вариационного принципа Ферма:

$$\delta l = \delta \int\limits_{(S)} n dS = 0, \tag{1}$$

где δl — вариация оптического пути распространения, n — показатель преломления космического пространства, dS — элемент дуги. В квазисферической системе координат выражение для элемента дуги dS упрощается:

$$dS = \sqrt{(dR)^2 + (Rd\varphi)^2 + (Rd\theta)^2}.$$

В этом случае система лучевых уравнений имеет вид

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \operatorname{ctg}\beta,$$

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = (1 + \sin^2\beta \operatorname{tg}^2\alpha)\left[\frac{1}{n}\left(\frac{\partial n}{\partial \varphi}\operatorname{ctg}\beta - R\,\frac{\partial n}{\partial R}\right) - 1\right],$$

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = \operatorname{tg}\alpha, \quad \frac{d\alpha}{d\varphi} = (1 + \operatorname{ctg}^2\beta\cos^2\alpha)\,\frac{1}{n}\left(\frac{\partial n}{\partial \theta} - \frac{\partial n}{\partial \varphi}\operatorname{tg}\alpha\right), \tag{2}$$

где R, φ, θ — соответственно радиальная, полярная и азимутальная координаты; α, β — текущие значения углов рефракции.

Для строгой сферической системы координат элемент дуги имеет вид:

$$dS = \sqrt{(dR)^2 + (R\sin\theta d\varphi)^2 + (Rd\theta)^2}.$$

После подстановки данного выражения в формулу (1) для лучевых уравнений имеем [5]:

$$\frac{dR}{d\varphi} = R\operatorname{ctg}\beta\sin\theta, \quad \frac{d\theta}{d\varphi} = \operatorname{tg}\alpha\sin\theta, \tag{3}$$

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = \sin\theta(1+\sin^2\beta\operatorname{tg}^2\alpha)\left[\frac{1}{n}\left(\frac{\partial n}{\partial\varphi}\frac{\operatorname{ctg}\beta}{\sin\theta} - R\frac{\partial n}{\partial R}\right) - 1\right] - \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha\sin 2\beta\cos\theta,$$

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \sin\theta\left(1+\operatorname{ctg}^2\beta\cos^2\alpha\right)\frac{1}{n}\left(\frac{\partial n}{\partial\theta} - \frac{\partial n}{\partial\varphi}\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sin\theta}\right) + \cos\theta.$$

Следует отметить, что в случае $\theta(\varphi = 0) = \pi/2$ система (3) переходит в систему (2) [5].

Расчеты влияния полей тяготения массивных объектов на рефракцию космического излучения проводились с использованием следствия общей теории относительности (ОТО). Согласно этому следствию для слабых гравитационных полей, т. е. за исключением пространства вблизи Черных Дыр и нейтронных звезд, можно использовать модель эффективного показателя преломления вакуума [1,5,6]:

$$n = 1 + \frac{R_g}{R}, \tag{4}$$

где R_g — гравитационный радиус астрофизического объекта. В случае группы массивных объектов, слабо взаимодействующих между собой, для расчетов использована приближенная модель эффективного показателя преломления [6]:

$$n = 1 + R_g/R + \sum_{i=1}^{N} A_i \exp\left[-b_{\varphi i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\theta i}(\theta - \theta_{Li})^2 - b_{Ri}(R - R_{Li})^2\right]. \tag{5}$$

Здесь второе слагаемое описывает влияние массивного объекта, с центром которого связана система отсчета (далее — основной гравитирующий объект); N — число дополнительных астрофизических объектов; A_i, φ_{Li}, δ_{Li}, R_{Li}, $b_{\varphi i}$, $b_{\theta i}$, b_{Ri} — соответственно интенсивность, координаты центра локализации и масштабы i-го объекта.

2. Результаты расчетов и их обсуждение

В работе [5] для оценки возможностей применения квазисферического лучевого приближения рассмотрен случай расположения источника космического излучения на некотором фиксированном расстоянии от гравитационного объекта. Анализ полученных результатов расчетов показал, что в локальном приближении лучевая структура излучения в картинной плоскости наблюдателя соответствует строгим расчетам, когда плоскость падения излучения отклонена от плоскости дуги большого круга не более чем на ± 0.3 rad.

Для более детальной проверки возможностей системы (2) рассмотрено два важных дополнительных случая: источник космического излучения смещается перпендикулярно лучу зрения (далее — случай 1) и источник отдаляется от объекта-линзы и наблюдателя (далее — случай 2). Результаты численных расчетов представлены на рис. 1, 2. Азимутальная координата задавалась выражениями: $\theta = \pi/2 + \Delta\theta$ (система (3)) и $\theta = \Delta\theta$ (система (2)), — где значение смещения $\Delta\theta$ варьировалось в диапазоне [0.0;0.5] rad. Прицельный угловой параметр α_n рассматривался в диапазоне [-0.75;0.75] rad, а параметр β_n — в диапазонах $[-0.75; 0.06]$ rad и $[0.06; 0.75]$ rad. Расчеты проводились для случая $R_g = 1$ cul (cul — условная единица длины) до расстояния $R_k = 50$ cul, где формировалась картинная плоскость наблюдателя с отмеченными на ней конечными угловыми координатами $(\varphi_k; \theta_k)$. Для наглядности результаты моделирования представлялись в виде проекции в картинной плоскости наблюдателя посредством перерасчета конечных значений угловых координат луча: $x_k = R_k\cos\varphi_k\cos\theta_k$, $y_k = R_k\sin\varphi_k\cos\theta_k$. Отмеченные точки соответствуют лучам, пришедшим на фиксированное расстояние R_k, где красные точки получены с помощью системы (2), а черные — системы (3). Радиальное положение источника космического излучения R_n для указанных случаев варьировалось в следующих диапазонах: $[50; 60]$ cul (случай 1) и $[50; 100]$ cul (случай 2). Геометрия задачи аналогична рис. 1 в работе [5].

Из анализа рис. 1, 2 следует, что движение источника излучения перпендикулярно лучу зрения (рис. 1) и его отдаление от объекта и наблюдателя по лучу зрения (рис. 2) приводит к формированию в проекциях лучевой структуры на картинную плоскость более сконцентрированного гравитационно-линзового эффекта. Следует напомнить [5], что при смещении источника излучения от луча зрения в плоскости наблюдателя существует возможность формирования дугообразных линзовых эффектов. На представленных изображениях такие эффекты выделяются повышением плотности точек прихода в сектор картинной плоскости. В верхней части (относительно $y_k = 0$) эта область со скоплением точек смещается на периферию лучевой структуры, а в нижней — локализуется в ее центральной части. Также можем заметить формирование в верхней части лучевой картины четкой структуризации во множестве точек прихода в картинную плоскость, что вызвано постепенным появлением источника излучения в прямой видимости для наблюдателя. Чем дальше источник от

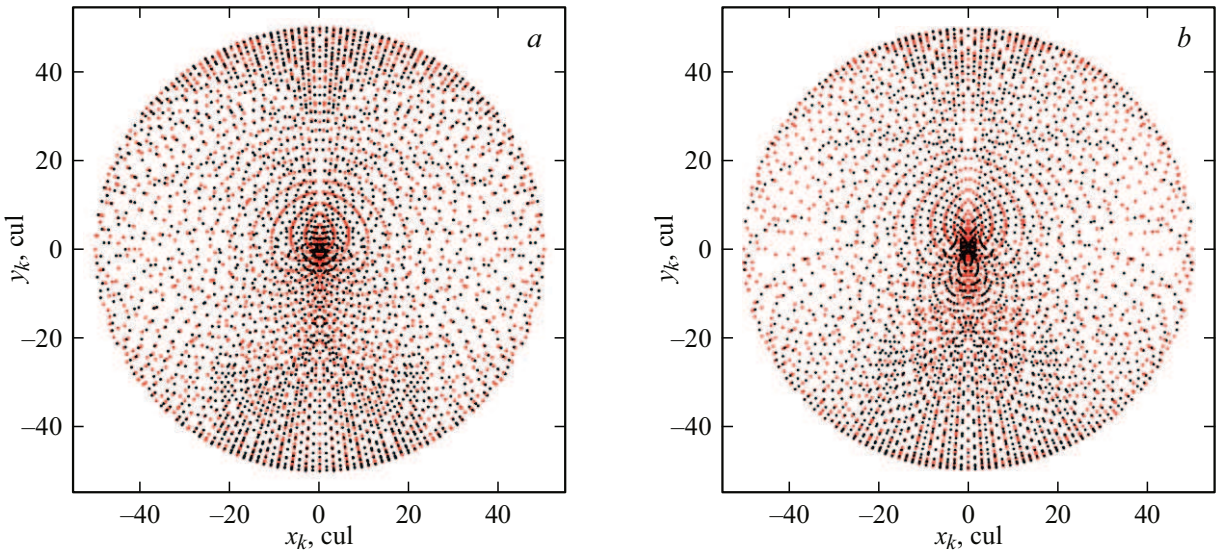


Рис. 1. Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении космического излучения вблизи одиночного массивного объекта с различным смещением точечного источника перпендикулярно лучу зрения на объект: *a* — $\Delta\theta = 0.3$ rad; *b* — $\Delta\theta = 0.6$ rad, $R_n = 57$ cul. Красные и черные точки соответствуют расчетам лучевых уравнений (2) и (3).

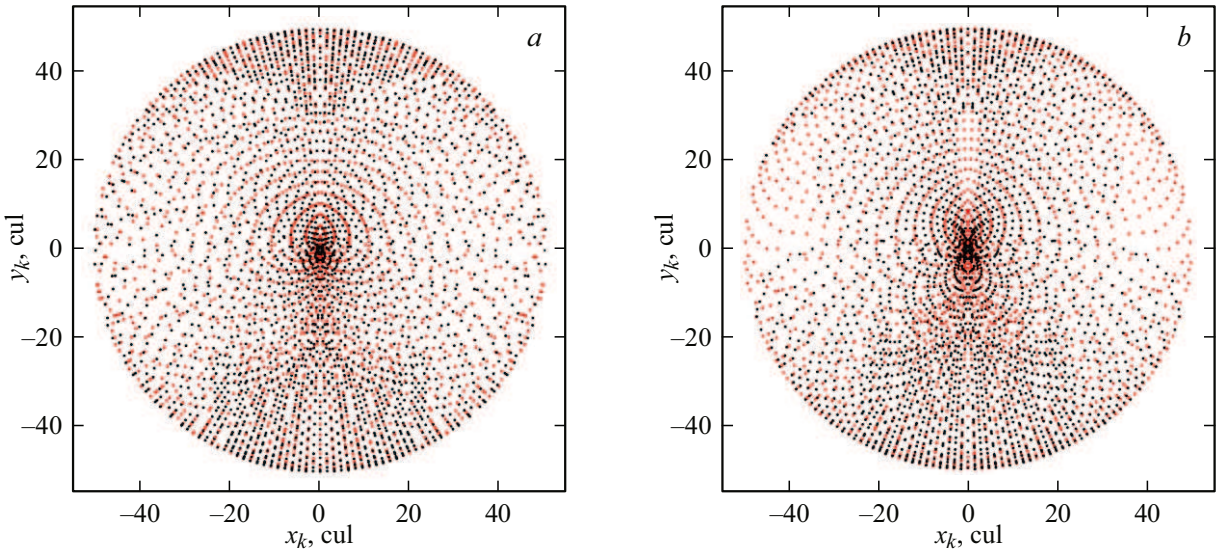


Рис. 2. Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении излучения вблизи массивного объекта при отдалении источника от объекта и наблюдателя: *a* — $\Delta\theta = 0.3$ rad; *b* — $\Delta\theta = 0.6$ rad, $R_n = 100$ cul.

луча зрения, тем более выражена степень структуризации. Из сравнения лучевых структур, полученных с помощью уравнений (2) и (3), следует, что с увеличением значения полярной угловой координаты ошибка расчета лучевой картины возрастает. В частности, это касается формирования дугообразных линзовых эффектов. Нетрудно заметить, что в случае красных точек линзовые эффекты имеют малые площади с повышенной плотностью точек прихода в картинную плоскость. При увеличении смещения такие области уменьшаются, а нижний дугообразный эффект приближается к лучу зрения. То же самое можно наблюдать в случае лучевых структур, сформированных черными точками прихода лучей в картинную плоскость, но с большими по площади областями. Таким образом, область применимости локального лучевого приближения для расчета рефракционных эффектов космического пространства при распространении электромагнитного излучения сужается и зависит от вектора смещения источника излучения в системе „источник–объект–наблюдатель“. Отличия в центральной области синтезированных лучевых картин в плоскости наблюдателя также могут проявиться в задачах расчета характеристик космического излучения в случае сложных гравитационно-линзовых объектов.

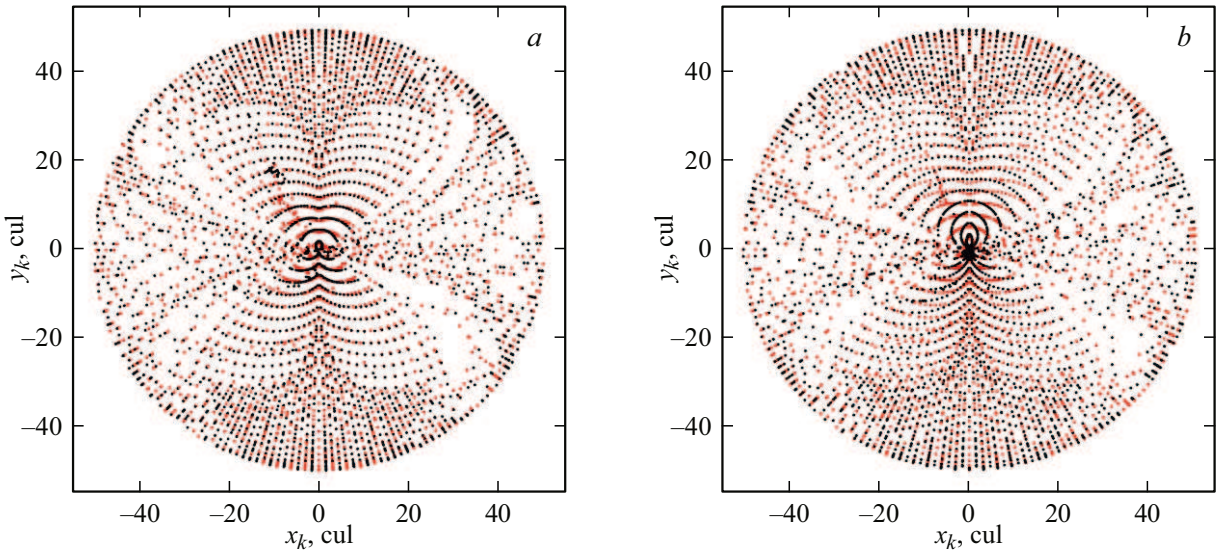


Рис. 3. Лучевая картина в плоскости наблюдателя при распространении излучения вблизи трех гравитационных объектов (источник не находится на луче зрения): *a* — $\Delta\theta = 0.03$ rad; $R_n = 51$ cul; *b* — $\Delta\theta = 0.1$ rad, $R_n = 54$ cul.

В частности, для гравитационной линзы, состоящей из трех объектов, были получены лучевые картины, представленные на рис. 3. Для расчетов использовалась модель эффективного показателя преломления (5). Параметры дополнительных объектов составляли: $A_1 = 0.5$, $\varphi_{L1} = 0.32$, $\theta_{Li} = 0.63$, $R_{L1} = 13$ cul, $A_2 = 0.5$, $\varphi_{L2} = 0.32$, $\theta_{L2} = 0.63$, $R_{L2} = 10$ cul, $b_{R1} = b_{R2} = 4\,\text{cul}^{-2}$, $b_{\varphi 1} = b_{\varphi 1} = b_{\theta_1} = b_{\theta 2} = 1$. Были рассмотрены малые смещения источника космического излучения от направления объект — наблюдатель. На рис. 3 можно заметить формирование области фокусировки. В первом случае (рис. 3, *a*) видны две такие области. При этом в случае квазисферической системы координат (красные точки) область фокусировки смещена в центральную область и имеет вытянутый характер. В другом случае (рис. 3, *b*) при расчетах на основе (3) области фокусировки не наблюдается.

Заключение

Выполнен анализ границ применимости квазисферического лучевого приближения для расчета влияния полей тяготения астрофизических объектов на распространение космического электромагнитного излучения. Рассмотрены различные случаи смещения источника в системе „источник–объект–наблюдатель“ относительно луча зрения. Синтезированные лучевые структуры представлены в виде проекций в картинной плоскости наблюдателя. Отмечено, что масштаб области применимости квазисферической системы координат существенно зависит от типа смещения источника излучения относительно направления „гравитационный объект–наблюдатель“ и уменьшается при увеличении пространственных размеров рассматриваемой системы „источник–объект–наблюдатель“. Чем компактнее система, тем выше соответствие между приближенными и точными расчетами. Таким образом, применение квазисферического лучевого приближения для интерпретации данных наблюдений возможно для компактных астрофизических систем и малых значений смещения источника космического излучения относительно луча зрения на гравитационно-линзовый объект.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2024-0005, FZZE-2026-0006), гранта ИГУ № 091-25-306.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] П.В. Блиох, А. А. Минаков. *Гравитационные линзы* (Наукова думка, Киев, 1989), 240 с.
[2] М.А. Колосов, А.В. Шабельников. *Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса* (Советское радио, М., 1976), 220 с.
[3] О.И. Яковлев. *Космическая радиофизика* (РФФИ, Научная книга, М., 1998), 432 с.
[4] Yu.A. Kravtsov, Yu.I. Orlov. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium* (Springer-Verlag, Berlin, 1990)
[5] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова. Современные наукоемкие технологии, **9**, 99 (2025).
[6] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова, А.Б. Танаев. ЖТФ, **94** (12), 1988 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.12.59240.338-24 [D.S. Lukyantsev, N.T. Afanasiev, E.I. Kalashnikova, A.B. Tanaev. Tech. Phys., **69** (12), 1839 (2024).]