Влияние функции распределения по импульсам эмитируемых электронов на стационарные состояния релятивистского диода Бурсиана

© В.И. Кузнецов, Л.А. Бакалейников, Е.Ю. Флегонтова

ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: victor.kuznetsov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 20 апреля 2026 г.
В окончательной редакции 23 сентября 2026 г.
Принято к публикации 23 октября 2026 г.

Изучено влияние величины разброса по импульсам электронов, вылетающих с эмиттера, Δ_p на стационарные состояния релятивистского диода Бурсиана. Получены аналитические выражения для концентрации электронов в зависимости от величины разброса и найдены стационарные решения. Показано, что при малой величине Δ_p у диода, как и в нерелятивистском случае, существует область значений внешних параметров, которой соответствуют три стационарных решения. Показано, что с увеличением Δ_p происходит сильное сужение этой области. Изучено влияние релятивистского фактора на эмиттере на размеры области неоднозначности решений.

Ключевые слова: плазменный диод, пучки релятивистских электронов, стационарные состояния, функция распределения электронов по импульсам.

DOI: 10.61011/PJTF.2026.24.64025.9493k

Известно, что в нерелятивистском диоде Бурсиана плоской геометрии (вакуумном диоде с разогнанным потоком электронов) при фиксированной разности потенциалов между электродами все стационарные распределения потенциала (РП) можно представить непрерывной кривой на плоскости $\{\varepsilon_0, \delta\}$, где ε_0 и δ — безразмерные напряженность электрического поля у эмиттера и межэлектродное расстояние. В некоторой области величин межэлектродного расстояния каждому δ соответствуют три значения ε_0. На зависимости $\varepsilon_0(\delta)$ имеются две характерные точки — границы области неоднозначности решений: правая называется точкой SCL, а левая — точкой BF. Точка SCL определяет максимальный ток на коллектор в стационарном случае. При превышении током эмиссии порогового зачения, т.е. при $\delta > \delta_{SCL}$, наблюдается явление резкого обрыва тока на коллектор. Этот эффект был обнаружен в экспериментах Павловым и объяснен Бурсианом более 100 лет назад [1]. В своей теории Бурсиан использовал δ-образную функцию распределения (ФР) по скоростям эмитируемых электронов. В последующие годы рядом авторов было исследовано влияние конечной величины разброса по скоростям ФР $\Delta = \Delta v_0/v_0$ (v_0 — средняя скорость потока) на характер стационарных решений и показано, что с увеличением Δ точка BF смещается вправо примерно пропорционально $\Delta^{1/2}$, а точка SCL — влево пропорционально Δ^2, и область неоднозначности решений сильно сужается [2–4]. Более того, если ФР по скоростям выбрана в виде полумаксвелловской функции со средней скоростью, много большей температуры, область неоднозначности решений исчезает [2].

Стационарные состояния релятивистского диода Бурсиана плоской геометрии с δ-образной ФР по импульсам эмитируемых электронов подробно изучены в [5]. Показано, что, как и в нерелятивистском случае, при фиксированной разности потенциалов между электродами решения ложатся на непрерывную кривую на плоскости $\{\varepsilon_0, \delta\}$, и на зависимости $\varepsilon_0(\delta)$ имеются две характерные точки — границы области, где существует не одно, а три решения. В настоящей работе изучается влияние конечной величины разброса электронов по импульсам на эмиттере $\Delta_p = \Delta p_0/p_0$ (p_0 — средний импульс вылетающих электронов) на стационарные решения в случае релятивистского диода. Выведены формулы для концентрации электронов в случае, когда ФР по импульсам имеет вид узких „воротиков“. Проанализировано влияние на решение величины Δ_p, а также релятивистского фактора на эмиттере. Решение этой задачи важно, например, для генераторов СВЧ-излучения, где при превышении током пучка порогового значения развиваются нелинейные колебания электрического поля, происходит перекачка направленной энергии потока электронов в колебания поля, а далее — в электромагнитное излучение [6].

Будем рассматривать диод плоской геометрии, в котором релятивистский поток электронов поступает с эмиттера (плоскость $z = 0$) с заданной ФР по скоростям $f^0(v_0)$ и движется между электродами, расположенными на расстоянии L друг от друга, без столкновений в самосогласованном электрическом поле. Между электродами приложена разность потенциалов U. Считаем, что при достижении любого из электродов частица поглощается на нем. Пренебрегаем собственным магнитным полем потока. Это справедливо, если приложить сильное внешнее продольное магнитное поле (такое, что ларморовский радиус электронов, связанный с этим по-

лем, оказывается много меньше ларморовского радиуса в собственном магнитном поле).

Введем импульс релятивистского электрона $p = \gamma m v$, $\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$, где c — скорость света в вакууме, γ — релятивистский фактор, а m — масса покоя электрона. Релятивистский фактор на эмиттере будем помечать символом „0“.

Закон сохранения энергии электрона со скоростью v_0 на эмиттере, движущегося в стационарном поле $E(z) = -d\varphi(z)/dz$ и прилетевшего в точку z со скоростью v, имеет вид $[\gamma(v) - 1]\, mc^2 - e\varphi(z) = (\gamma_0 - 1)\, mc^2$.

В работе [7] получена формула, позволяющая получать аналитические выражения для концентрации релятивистских электронов, вылетающих с эмиттера с ФР $f^0(v_0)$ и движущихся в стационарном электрическом поле с потенциалом $\varphi(z)$:

$$n(z) = \sum_{i=0,1} \int\limits_{\Omega_i(z)} \frac{f^0(v_0)\, v_0 dv_0}{|v(z; v_0)|},$$

$$v(z; v_0) = c\, \frac{\left\{\left[\gamma_0 + e/(mc^2)\, \varphi(z)\right]^2 - 1\right\}^{1/2}}{\gamma_0 + e/(mc^2)\, \varphi(z)}. \qquad (1)$$

Здесь области интегрирования по скоростям на эмиттере $\Omega_i(z)$ соответствуют частицам, прилетающим в точку z с положительными $(i = 0)$ и отрицательными $(i = 1)$ скоростями. Границы этих областей определяются из закона сохранения энергии.

В настоящей работе мы рассматриваем $f^0(v_0)$ в виде узких „воротиков“

$$f^0(v_0) = \frac{n_0}{2\Delta V_0}\, \Theta\left[(\Delta V_0)^2 - (V_0 - v_0)^2\right], \quad |\Delta V_0| \ll |V_0|. \qquad (2)$$

Понятно, что при малых величинах $|\Delta V_0/V_0|$ результаты не должны существенно зависеть от вида ФР электронов внутри области, соответствующей разбросу по скоростям.

Для дальнейших расчетов удобно перейти к безразмерным единицам, используя характерную энергию потока электронов и длину Дебая на эмиттере в качестве единиц энергии и длины: $W_0 = (\gamma_0 - 1)mc^2$, $\lambda_D = \left[(2\tilde{\varepsilon}_0 W_0)/(e^2 n_0)\right]^{1/2}$. Здесь $\tilde{\varepsilon}_0$ — диэлектрическая проницаемость вакуума, а $\gamma_0 = \left(1 - V_0^2/c^2\right)^{-1/2}$, т.е. в качестве единицы скорости мы использовали V_0. Тогда для безразмерных координаты, потенциала, напряженности электрического поля, скорости и концентрации получаем соответственно $\xi = z/\lambda_D$, $\eta = e\varphi/(2W_0)$, $\varepsilon = eE\lambda_D/(2W_0)$, $u = v/V_0$, $N = n/n_0$. Безразмерные величины межэлектродного расстояния и разности потенциалов определяются по формулам $\delta = L/\lambda_D$, $V = eU/(2W_0)$.

Концентрация (1) в безразмерном виде дается формулой

$$N(\xi) = \frac{\gamma_0}{2\Delta\left(\gamma_0^2 - 1\right)^{1/2}} \times \sum_{i=0,1} \int\limits_{\Omega_i(\xi)} \frac{\tilde{\gamma}_0 + 2(\gamma_0 - 1)\eta(\xi)}{\left\{\left[\tilde{\gamma}_0 + 2\left(\gamma_0 - 1\right)\eta(\xi)\right]^2 - 1\right\}^{1/2}} \frac{d\tilde{\gamma}_0}{\tilde{\gamma}_0^3}. \qquad (3)$$

Здесь $\Delta = \Delta V_0/V_0$, а также произведен переход к переменной интегрирования $\tilde{\gamma}_0$, которая связана с безразмерной скоростью u_0 соотношением $\tilde{\gamma}_0 = \left(1 - [(\gamma_0^2 - 1)/\gamma_0^2]u_0^2\right)^{-1/2}$. Интегралы в (3) берутся аналитически. Введем для краткости обозначение $q = 2(\gamma_0 - 1)\eta(\xi)$ и выпишем первообразные для подынтегральной функции

$$F(x, q) = \int \frac{x + q}{x^3\left[(x + q)^2 - 1\right]^{1/2}} dx$$

$$= \begin{cases} \frac{\left[q^2(x-q) + 2x + q\right]\sqrt{(x+q)^2 - 1}}{2(q^2-1)^2 x^2} - \frac{3q}{2(1-q^2)^{5/2}} \\ \quad \times \operatorname{arctg}\left(\frac{(1-q^2)^{1/2}\left[(x+q)^2 - 1\right]^{1/2}}{(q^2-1) + qx}\right) = F_-(x, q), \ |q| < 1, \\ \frac{\left[q^2(x-q) + 2x + q\right]\sqrt{(x+q)^2 - 1}}{2(q^2-1)^2 x^2} - \frac{3q}{2(q^2-1)^{5/2}} \\ \quad \times \ln\left(\frac{q^2 + qx - 1 + (q^2-1)^{1/2}\left[(x+q)^2 - 1\right]^{1/2}}{q^2 + qx - 1 - (q^2-1)^{1/2}\left[(x+q)^2 - 1\right]^{1/2}}\right) = F_+(x, q), \ |q| > 1, \\ \frac{\left(x^2 - x - 1\right)(x+2)^{1/2}}{5x^{5/2}} = F_0(x), \quad |q| = 1. \end{cases} \qquad (4)$$

Используя (4), вычислим $N(\xi)$. При отыскании границ областей интегрирования $\Omega_i(\xi)$ в (3) нужно рассмотреть два режима: 1) когда глубина потенциального минимума η_m сравнительно небольшая, и все частицы преодолевают потенциальный барьер; 2) когда глубина минимума достаточно велика, так что часть частиц отражается от потенциального барьера. В безразмерных переменных закон сохранения энергии для электрона, вылетевшего с эмиттера со скоростью u_0 и прилетевшего в точку ξ со скоростью u, принимает вид $\gamma(u) - 2(\gamma_0 - 1)\eta(\xi) = \gamma(u_0)$. Отражение происходит в точке, где скорость обращается в нуль, а потенциал $\eta = -[\gamma(u_0) - 1]/\left[2(\gamma_0 - 1)\right]$. Используя (4), можно показать, что в точке отражения первообразная $F(1 - q, q) = 0$, как и в нерелятивистском случае, а в диоде Бурсиана $q \le 0$, $x \ge 1$. Из закона сохранения энергии можно определить как предельную величину барьера $\eta_{m,1}$, при которой начинается отражение (ей соответствуют минимальная скорость вылета $u_{01} = 1 - \Delta$ и $\gamma_{01} = \gamma(u_{01})$), так и величину барьера $\eta_{m,2}$, при которой наступает полное отражение (отражаются электроны с максимальной скоростью $u_{02} = 1 + \Delta$, $\gamma_{02} = \gamma(u_{02})$).

В режиме без отражения электронов $(\eta_m > \eta_{m,1})$ область интегрирования $\Omega_0 = (1 - \Delta, 1 + \Delta)$, а Ω_1 — пустое множество. Поэтому для концентрации электронов

N имеем

$$N(q) = \frac{\gamma_0}{2\Delta\left(\gamma_0^2 - 1\right)^{1/2}} \left[F(\gamma_{02}, q) - F(\gamma_{01}, q)\right]. \qquad (5)$$

При рассмотрении режима с частичным отражением электронов выделим три области: 1) $0 < \xi < \xi_-$ — левее точки ξ_-, в которой начинается отражение электронов; 2) $\xi_- < \xi < \xi_m$ — здесь формируется поток отраженных электронов; 3) $\xi_m < \xi < \delta$ — сюда попадают только те электроны, которые смогли преодолеть потенциальный барьер. Соответствующие значения потенциала: 1) $0 \geq \eta \geq \eta_-$; 2) $\eta_- \geq \eta \geq \eta_m$; 3) $\eta_m \leq \eta \leq V$. Очевидно, что $\eta_- = \eta_{m,1}$. Учитывая, что $F(1-q, q) = 0$, запишем выражение для концентрации электронов как функции параметра $q(\xi) = 2(\gamma_0 - 1)\eta(\xi)$:

$$N(q) = \frac{\gamma_0}{2\Delta\left(\gamma_0^2-1\right)^{1/2}} \begin{cases} F(\gamma_{02}, q) + F(1-q_m, q) - 2F(\gamma_{01}, q), \\ \qquad \xi < \xi_m,\ q > 1-\gamma_{01}, \\ F(\gamma_{02}, q) + F(1-q_m, q), \\ \qquad \xi < \xi_m,\ q \leq 1-\gamma_{01}, \\ F(\gamma_{02}, q) - F(1-q_m, q), \\ \qquad \xi \geq \xi_m. \end{cases} \qquad (6)$$

Здесь $q_m = 2(\gamma_0 - 1)\eta_m$.

Распределение потенциала в диоде и напряженность электрического поля как функции координаты определяются двумя параметрами: релятивистским фактором γ_0 и безразмерной напряженностью электрического поля на эмиттере ε_0. Построим зависимости $\varepsilon_0(\delta; \gamma_0)$ — ветви стационарных решений.

Распределение потенциала в диоде находится из уравнения Пуассона, которое в безразмерных переменных принимает вид

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = N[2(\gamma_0 - 1)\eta(\xi)]. \qquad (7)$$

Решаем это уравнение по схеме, предложенной в [5], и получаем неявную зависимость потенциала от координаты. Умножая обе части уравнения (7) на $\eta'/2$ и интегрируя по ξ, получим $\eta'(\xi)$ как функцию $\eta(\xi)$:

$$\eta' = \pm\left[(\eta_1')^2 + D(\eta) - D(\eta_1)\right]^{1/2},$$

$$D(\eta) = 2\int d\eta\, N[2(\gamma_0 - 1)\eta]. \qquad (8)$$

Найдем безразмерную напряженность поля $\varepsilon = -\eta'$ как функцию потенциала η во всех областях. Интеграл в правой части (8) вычисляется аналитически с учетом того, что

$$G(x, q) = \int F(x, q)dq$$

$$= \begin{cases} -\frac{1}{2(1-q^2)^{3/2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{(1-q^2)^{1/2}\left[(x+q)^2-1\right]^{1/2}}{(q^2-1)+qx}\right) \\ -\frac{\left(q^2-1+qx\right)\sqrt{(x+q)^2-1}}{2(q^2-1)x^2}, \quad |q| < 1, \\ \frac{1}{4(q^2-1)^{3/2}} \ln\left(\frac{q^2+qx-1+(q^2-1)^{1/2}\left[(x+q)^2-1\right]^{1/2}}{q^2+qx-1-(q^2-1)^{1/2}\left[(x+q)^2-1\right]^{1/2}}\right) \\ -\frac{\left(q^2-1+qx\right)\sqrt{(x+q)^2-1}}{2(q^2-1)x^2}, \quad |q| > 1. \end{cases} \qquad (9)$$

Из (6), (8) находим выражения для функции $D(\eta)$ на всех интервалах

$$D(\eta) = \frac{\gamma_0}{2\Delta\sqrt{\gamma_0^2 - 1}\,(\gamma_0 - 1)}$$

$$\times \begin{cases} G(\gamma_{02}, 2(\gamma_0-1)\eta) + G(1-q_m, 2(\gamma_0-1)\eta) \\ \qquad -2G(\gamma_{01}, 2(\gamma_0-1)\eta) = D_1(\eta), \quad \xi < \xi_-, \\ G(\gamma_{02}, 2(\gamma_0-1)\eta) + G(1-q_m, 2(\gamma_0-1)\eta) = D_2(\eta), \\ \qquad \xi_- \leq \xi < \xi_m, \\ G(\gamma_{02}, 2(\gamma_0-1)\eta) - G(1-q_m, 2(\gamma_0-1)\eta) = D_3(\eta), \\ \qquad \xi \geq \xi_m. \end{cases} \qquad (10)$$

Тогда из (8), (10) можно найти РП во всех трех областях

$$\xi - \xi_1 = \pm\int_{\eta_1}^{\eta} d\eta \left[(\varepsilon_1)^2 + D(\eta) - D(\eta_1)\right]^{-1/2}. \qquad (11)$$

Здесь знак „плюс“ перед скобкой в подынтегральном выражении выбирается при $\xi < \xi_m$, знак „минус“ — при $\xi > \xi_m$. Постоянные ξ_1 имеют смысл границ обсуждавшихся выше трех областей, а $\varepsilon_1 = -\eta'(\xi_1)$, η_1 — напряженности поля и значения потенциала на границах.

Напряженность поля как функция потенциала определяется выражениями

$$\varepsilon(\eta) = \begin{cases} \left[D_2(\eta) - D_2(\eta_m)\right]^{1/2}, \quad \xi_- \leq \xi \leq \xi_m, \\ \left[\varepsilon_0^2(\eta_-) + D_1(\eta) - D_1(\eta_-)\right]^{1/2}, \quad \xi < \xi_-, \\ -\left[D_3(\eta) - D_3(\eta_m)\right]^{1/2}, \quad \xi > \xi_m. \end{cases} \qquad (12)$$

Здесь учтено, что $\varepsilon(\xi_m) = 0$. Для напряженности поля на эмиттере и в точке ξ_- имеем

$$\varepsilon_0 = \left[D_2(\eta_-) - D_2(\eta_m) + D_1(0) - D_1(\eta_-)\right]^{1/2},$$

$$\varepsilon_- = \varepsilon(\xi_-) = \left[D_2(\eta_-) - D_2(\eta_m)\right]^{1/2}. \qquad (13)$$

Напомним, что $\eta_- = (1 - \gamma_{01})/\left[2(\gamma_0 - 1)\right]$.

Подставляя в (11) значения напряженности поля на эмиттере и в точке ξ_- (13), получим

$$\xi(\eta) = \begin{cases} \int\limits_{\eta}^{0} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_1(\eta) - D_1(0)\right]^{-1/2}, & \xi \le \xi_-, \\ \xi_- + \int\limits_{\eta}^{\eta_-} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_1(\eta_-) - D_1(0) + D_2(\eta) - D_2(\eta_-)\right]^{-1/2}, & \\ & \xi_- < \xi \le \xi_m, \\ \xi_m + \int\limits_{\eta_m}^{\eta} d\eta \left[D_3(\eta) - D_3(\eta_m)\right]^{-1/2}, & \xi \ge \xi_m. \end{cases} \tag{14}$$

В режиме без отражения электронов от потенциального барьера имеем

$$\varepsilon_\xi = \pm \left[D_0(\eta) - D_0(\eta_m)\right]^{1/2},$$

$$D_0(\eta) = \frac{\gamma_0 \left[G\left(\gamma_{02}, 2\left(\gamma_0 - 1\right)\eta\right) - G\left(\gamma_{01}, 2\left(\gamma_0 - 1\right)\eta\right)\right]}{2\Delta\sqrt{\gamma_0^2 - 1}\left(\gamma_0 - 1\right)}.$$

Здесь знак „плюс“ перед скобкой выбирается при $\xi \le \xi_m$, знак „минус“ — при $\xi > \xi_m$. Напряженность поля на эмиттере $\varepsilon_0 = \left[D_0(0) - D_0(\eta_m)\right]^{1/2}$. Распределение потенциала

$$\xi(\eta) = \begin{cases} \int\limits_{\eta}^{0} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_0(\eta) - D_0(0)\right]^{-1/2}, & \xi \le \xi_m, \\ \xi_m + \int\limits_{\eta_m}^{\eta} d\eta \left[D_0(\eta) - D_0(\eta_m)\right]^{-1/2}, & \xi \ge \xi_m. \end{cases} \tag{15}$$

В случае без отражения электронов распределения напряженности поля и потенциала (в области $\eta < 0$) симметричны относительно точки минимума. Из (14), (15) легко найти длину диода при фиксированных значениях γ_0, η_m

$$\delta = \int\limits_{\eta_-}^{0} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_1(\eta) - D_1(0)\right]^{-1/2} + \int\limits_{\eta_m}^{\eta_-} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_1(\eta_-) - D_1(0) + D_2(\eta) - D_2(\eta_-)\right]^{-1/2} + \int\limits_{\eta_m}^{V} d\eta \left[D_3(\eta) - D_3(\eta_m)\right]^{-1/2} \tag{16}$$

в режиме с отражением и

$$\delta = 2\int\limits_{\eta_m}^{0} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_0(\eta) - D_0(0)\right]^{-1/2} + \int\limits_{0}^{V} d\eta \left[\varepsilon_0^2 + D_0(\eta) - D_0(0)\right]^{-1/2} \tag{17}$$

в режиме без отражения.

Выражения (13), (16) и (17) задают в параметрической форме зависимости $\varepsilon_0(\delta)$ в режимах с отражением и без отражения электронов от минимума потенциала — ветви стационарных решений. На рис. 1 показаны ветви решений при различных значениях разброса электронов по импульсам на эмиттере Δ_p для $\gamma_0 = 1.4$. Отметим, что разбросы ФР электронов по импульсам Δ_p и по скоростям Δ связаны формулой $\Delta_p \approx \gamma_0^2\Delta$. Как и в случае монокинетической ФР [5], в интервале длин диода $(\delta_{BF}, \delta_{SCL})$ существуют три стационарных решения. При этом в отличие от случая монокинетической ФР в интервале (δ_{BF}, δ_O) могут иметь место два стационарных решения с отражением электронов от минимума потенциала, а в интервале (δ_O, δ_{SCL}) — два решения без отражения (δ_O — точка, где стыкуются ветви решений с отражением и без отражения электронов).

Из рис. 1 видно, что форма ветвей решений без отражения слабо зависит от Δ_p, а вид ветвей решений с отражением существенно изменяется при увеличении Δ_p. В режиме без отражения все электроны, эмитированные с катода, преодолевают межэлектродный промежуток и достигают коллектора. Небольшой разброс по импульсам Δ_p приводит лишь к незначительным флуктуациям плотности объемного заряда, интегрально сглаживаемым по всему пространству диода, поэтому интегральные характеристики и форма ветвей $\varepsilon_0(\delta)$ меняются слабо. В режиме с отражением формируется область виртуального катода (минимум потенциала η_m), где электроны тормозятся, и часть из них возвращается обратно к эмиттеру. Вблизи точки отражения скорость частиц обращается в нуль, и подынтегральные выражения в формулах для концентрации содержат особенность типа $v^{-1/2}$. В этих условиях даже небольшой разброс по начальным импульсам Δ_p приводит к значительным изменениям плотности заряда вблизи потенциального барьера и изменению формы потенциала вблизи него,

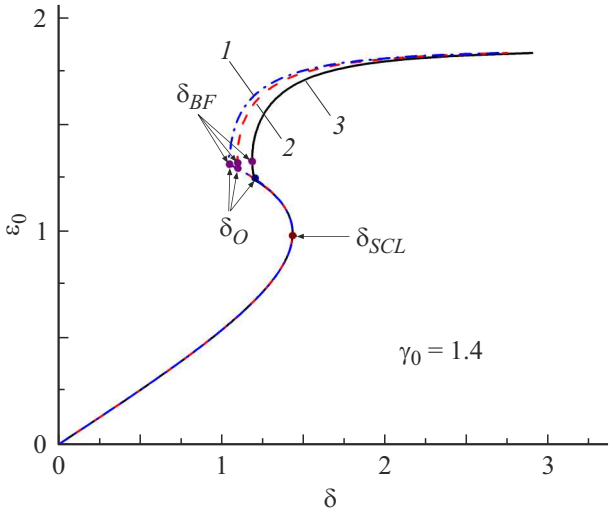


Рис. 1. Ветви стационарных решений при $\Delta_p = 5 \cdot 10^{-6}$ (*1*), 0.001 (*2*), 0.01 (*3*). $\gamma_0 = 1.4$.

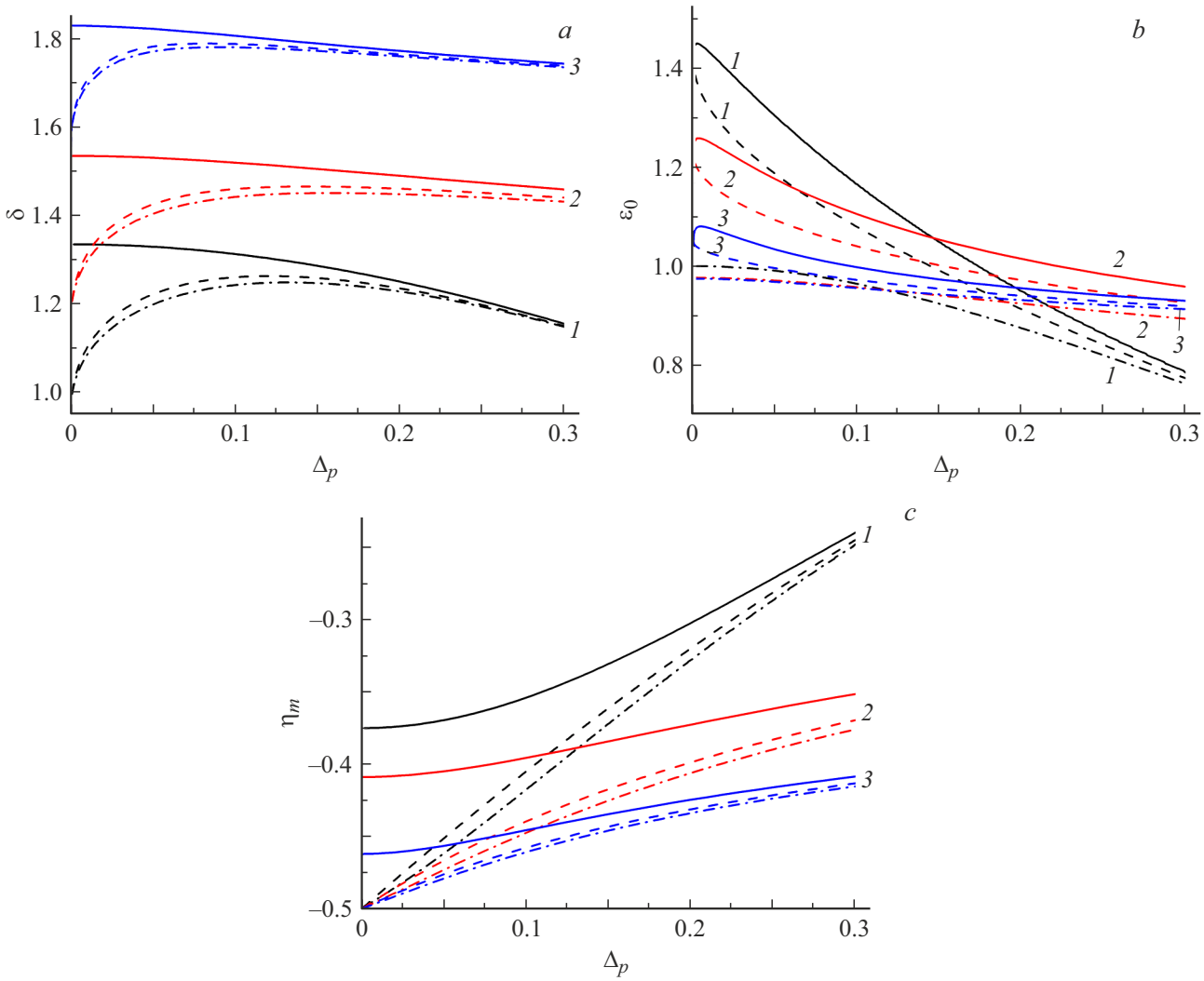


Рис. 2. Зависимости параметров характерных точек BF (штрихпунктирные кривые), O (штриховые кривые), SCL (сплошные кривые) на $\varepsilon_0(\delta)$-диаграмме от величины разброса электронов по импульсам Δ_p при различных значениях релятивистского фактора: $\gamma_0 = 1$ (*1*), 2 (*2*) и 10 (*3*). *a* — зависимости положения точек δ_{BF}, δ_O и δ_{SCL} от Δ_p. *b* — зависимости значений напряженности поля на эмиттере $\varepsilon_0^{(BF)}$, $\varepsilon_0^{(O)}$ и $\varepsilon_0^{(SCL)}$ от Δ_p; пары значений (ε_0, δ) определяют положение соответствующих точек на $\{\varepsilon_0, \delta\}$-диаграмме. *c* — зависимость минимума потенциала η_m, соответствующего значениям ε_0 и δ в точках BF, O, SCL (см. формулы (13), (16) и (17)) от разброса электронов по импульсам Δ_p.

следствием чего являются сильное смещение точек δ_{BF} и δ_O и существенная деформация ветвей решений.

С увеличением Δ_p точка δ_O и левая граница области существования решений с отражением δ_{BF} смещаются вправо, при этом интервал (δ_{BF}, δ_O) увеличивается. Отметим, что для δ-образной ФР по импульсам вылетающих электронов $\delta_{BF} = \delta_O$, а область, где существовали бы два стационарных решения с отражением электронов от минимума потенциала, отсутствует. Интервал $(\delta_{BF}, \delta_{SCL})$, где существуют три стационарных решения, с увеличением разброса по импульсам Δ_p сужается. Ранее для нерелятивистского диода в работах [3,4] было показано, что при малом разбросе по скоростям $(\Delta << 1)$ положение левой точки δ_{BF} смещается вправо пропорционально $\sqrt{\Delta}$, а правой δ_{SCL} — влево пропорционально Δ^2.

При $\Delta_p \to 0$ полученные аналитические выражения и кривые параметрической зависимости $\varepsilon_0(\delta)$ полностью переходят в результаты для δ-образной ФР, подробно описанные в работе [5]. В частности, точки δ_{BF} и δ_O сливаются в единую границу области существования решений с отражением.

На рис. 2, *a–c* приведены зависимости $\delta_{BF}(\Delta_p)$, $\delta_O(\Delta_p)$ и $\delta_{SCL}(\Delta_p)$ для нескольких значениий релятивистского фактора γ_0, а также соответствующие им зависимости $\varepsilon_0^{(BF)}(\Delta_p)$, $\varepsilon_0^{(O)}(\Delta_p)$, $\varepsilon_0^{(SCL)}(\Delta_p)$ и $\eta_m^{(BF)}(\Delta_p)$, $\eta_m^{(O)}(\Delta_p)$, $\eta_m^{(SCL)}(\Delta_p)$. Видно, что левая граница области неоднозначности решений с увеличением γ_0 сдвигается в сторону больших величин δ, а положения характерных точек слабее зависят от величины разброса по начальным импульсам, чем в случае нерелятивистских

электронов. При этом с ростом γ_0 ширина области неоднозначности стационарных решений сначала растет, а затем начинает уменьшаться и становится у́же, чем для случая нерелятивистских электронов.

При переходе к нерелятивистскому пределу ($\gamma_0 \to 1$) количественные зависимости для сдвига границ области неоднозначности при малых Δ хорошо согласуются с известными степенными законами: левая граница δ_{BF} смещается вправо пропорционально $\Delta^{1/2}$, а правая граница δ_{SCL} — влево пропорционально Δ^2 [3,4]. В релятивистском случае этот эффект выражен слабее из-за изменения кинематики частиц, что также наглядно демонстрируют кривые на рис. 2.

Перечислим основные результаты работы. Изучено влияние разброса по импульсам функции распределения электронов на эмиттере Δ_p на стационарные решения в случае одномерного диода Бурсиана с релятивистскими электронами. Получены аналитические выражения для концентрации электронов, построены все стационарные решения. Показано, что величина разброса электронов по импульсам довольно сильно влияет на ширину области, где имеется несколько решений, и на максимальный ток, который может быть достигнут в стационарном режиме. Поэтому можно утверждать, что качество функции распределения потока электронов должно сильно влиять на работу генераторов СВЧ-излучения [6]. Проанализировано влияние релятивистского фактора вылетающих с эмиттера электронов на характер решений.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] В.Р. Бурсиан, В.И. Павлов, Журн. Рус. физ.-хим. общ-ва, **55** (1-3), 71 (1923).
[2] E.A. Coutsias, J. Plasma Phys., **31** (2) 313 (1984). DOI: 10.1017/S0022377800001641
[3] И.М. Алешин, Л.С. Кузьменков, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия, **35** (2), 46 (1994). [I.M. Aleshin, L.S. Kuz'menkov, Mosc. Univ. Phys. Bull., **49** (3), 43 (1994).].
[4] В.И. Кузнецов, А.Я. Эндер, Физика плазмы, **36** (3), 248 (2010). [V.I. Kuznetsov, A.Ya. Ender, Plasma Phys. Rep., **36** (3), 226 (2010). DOI: 10.1134/S1063780X10030049].
[5] A.Ya. Ender, V.I. Kuznetsov, H. Schamel, Phys. Plasmas, **18**, 033502 (2011). DOI: 10.1063/1.3562115
[6] А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир, Радиотехника и электроника, **47** (6), 645 (2002). [A.E. Dubinov, V.D. Selemir, J. Commun. Technol. Electron., **47** (6), 575 (2002).].
[7] L.A. Bakaleinikov, V.I. Kuznetsov, E.Yu. Flegontova, Phys. Plasmas, **32** (2), 022303 (2025). DOI: 10.1063/5.0252013