

01

Теория электронных состояний в субволновых двумерных наноструктурах

© Л.С. Брагинский^{1,2}, М.В. Энтин¹

¹ Институт физики полупроводников им. А.В. Ржанова СО РАН, Новосибирск, Россия

² Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

E-mail: brag@isp.nsc.ru, entin@isp.nsc.ru

Поступила в Редакцию 1 июля 2026 г.

В окончательной редакции 31 августа 2026 г.

Принята к публикации 31 августа 2026 г.

Изучены двумерные наносистемы, характерные размеры которых существенно меньше длины волны квазичастиц. Этот параметр позволяет заменить уравнение Шрёдингера уравнением Лапласа, точное решение которого может быть получено методом конформных отображений. Исследуются электронные состояния в одномерных квантовых проволоках переменной ширины. Изучен трансмиттанс пересечения квантовых проволок, ширина которых существенно меньше длины волны электронов, которые являются туннельными проводниками. Найдены значения трансмиттанса Т-образных и Х-образных пересечений проволок.

Ключевые слова: двумерные наносистемы, квантовые проволоки, метод конформных отображений, трансмиттанс.

DOI: 10.61011/FTT.2026.09.63903.10301

1. Введение

Низкотемпературная проводимость малых многотерминальных квантовых систем описывается формулой Ландауэра–Буттикера [1,2]:

$$J_i = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_{i \neq j} |T_{ij}|^2 (V_i - V_j).$$

Здесь J_i и V_i — ток и потенциал канала i , T_{ij} — амплитуда пропускания.

Формула Ландауэра–Буттикера использовалась для описания переноса электронов через более сложные полупроводниковые структуры: квантовые точки [3,4], кольца [5] и углеродные нанотрубки [6]. В квантовых кольцах наблюдался и был тщательно исследован Эффект Ааронова–Бома [7–9].

Мы решаем уравнение Шрёдингера $\Delta\psi + 2mE\psi = 0$ в двумерном пересечении проводов без потенциала в проводах, предполагая, что энергия Ферми электронов существенно меньше квантования в проводах и их пересечении. В этих предположениях можно пренебречь энергией, и уравнение Шрёдингера преобразуется в уравнение Лапласа.

Обычно как матрица рассеяния, так и амплитуда пропускания рассматриваются для распространяющихся волн. В данной статье, однако, рассматриваются только затухающие волны. Хотя такая ситуация кажется необычной, она является стандартной в различных задачах, связанных с туннельными квантовыми переходами. Это происходит, например, при рассмотрении переноса

электронов от иглы туннельного электронного микроскопа.

На самом деле, различные электронные туннельные устройства также работают на экспоненциально затухающих состояниях. Действительно, проводимость квантовых колец, используемых в измерениях эффекта Ааронова–Бома, значительно меньше квантовой проводимости. В этом случае входы и выходы кольца должны быть туннельными.

Матрицы амплитуд пропускания/отражения одномерных участков умножаются. То же самое происходит и с рассматриваемыми нами пересечениями одномерных участков (перекрестков). Поэтому найденные нами величины важны также для связи с двумерным электронным морем.

Простейшей многотерминальной наносистемой является пересечение квантовых проволок (см. рис. 1, а и рис. 2, а). Рассмотрим пересечение проволок, характерные размеры входов и выходов которых малы по сравнению с длиной волны электрона. В этом случае уравнение Шрёдингера преобразуется в уравнение Лапласа, что позволяет получить его аналитическое решение. Цель данной работы — найти коэффициенты пропускания таких пересечений.

В недавней работе [10] мы рассматривали двумерные квантовые системы, обладающие субволновой одномерной шероховатостью поверхности. Было показано, что такую шероховатую границу можно заменить плоской, однако смещенной относительно ее среднего положения. Различные физические задачи на такой границе сводятся к этой формулировке, а именно: эффективная емкость

плоского конденсатора, удельное сопротивление проводящего слоя, отражение электромагнитной волны от металлической поверхности, ламинарный гидродинамический поток в шероховатой двумерной трубке, краевые эффекты электронных состояний в квантовом слое и волновое сопротивление плоского волновода. Решения этих задач были найдены путем их проекции на двумерные задачи уравнения Лапласа с соответствующей границей, точно решаемые методом конформного отображения.

В данной работе мы рассматриваем малые субволновые контакты между двумя фермиевскими морями. Мы стартуем с одномерной квантовой проволоки. Проблема нетривиальна, если проволока неоднородна по ширине, например содержит выпуклость. Локализованное состояние в этой выпуклости существенно влияет на пропускание проволоки. Мы применяем конформное отображение, которое преобразует выпуклую проволоку в квантовую проволоку постоянной ширины с потенциалом. Затем мы рассматриваем малое пересечение квантовых проволок, которое представляет собой еще одну точно решаемую задачу. Такие субволновые системы встречаются, например, в качестве контактов квантовых колец, используемых для наблюдения эффекта Ааронова–Бома (см., например, работы [11–15] и ссылки в них). Эти системы можно рассматривать как разветвляющиеся одномерные проволоки. При этом вычисление проводимости кольца Ааронова–Бома может быть сведено к задаче о транзитансе (его пропускания от входа к выходу).

Транзитансы можно рассматривать как элементы T -матрицы. Однако в отличие от обычной ситуации, когда входящие и исходящие на бесконечности решения представлены пространственно в виде плоских волн, здесь волны затухают экспоненциально. Значение волновой функции в точке пересечения в нашей задаче значительно меньше. Следовательно, следует разделить общий коэффициент пропускания T , который включает в себя коэффициент пропускания проводов, на собственный коэффициент пропускания t , обусловленный самой точкой пересечения.

Обычно транзитанс рассматривается как заданное свойство. Оно зависит от распределения потенциала внутри сопряжения и являются предметом компьютерного моделирования [16]. В отличие от этих подходов, мы рассматриваем идеальную систему с границами без внутреннего потенциала. В ряде случаев такое предположение позволяет получить аналитическое решение задачи.

2. Состояния электронов в двумерных наноструктурах малых размеров

Рассмотрим структуру, характерные масштабы которой значительно меньше длины волны электрона. Это оправдывает туннельный характер движения частиц. В оптике такая ситуация соответствует приближению

ближнего поля. Из рассмотрения матрицы рассеяния следует, что задача соответствует переходам между эванесцентными, а не распространяющимися электронными состояниями. Хотя этот подход необычен, он является стандартным в различных задачах, связанных с туннельными квантовыми точечными контактами.

Общей особенностью этого подхода является замена уравнения Шрёдингера уравнением Лапласа в интересующей области. В двумерной системе это позволяет свести задачу к точно решаемой задаче нахождения конформного отображения рассматриваемой области на простую. В отличие от задачи о движении электрона во внешнем неоднородном потенциале, такая задача имеет точное аналитическое решение во многих случаях, включая одномерный.

Одномерный квантовый канал

Мы изучаем квазичастичные состояния с простым параболическим спектром в двумерной наноструктуре с негибкой искривленной границей. Квазичастицами могут быть либо заряженные носители (электроны и дырки), либо экситоны. Далее мы будем называть их электронами. Движение этих квазичастиц подчиняется уравнению Шрёдингера. Мы рассматриваем ситуацию, когда уравнение Шрёдингера может быть заменено уравнением Лапласа. Это возможно, если энергия электрона мала по сравнению с энергией размерного квантования.

Следует отметить, что, хотя переход от уравнения Шрёдингера к уравнению Лапласа ограничен низкими энергиями электронов, этот диапазон параметров весьма важен в физике низкоразмерных систем. В частности, это происходит, когда электроны низкой энергии туннелируют из одного двумерного фермиевского моря в другое через узкий канал.

Рассмотрим общую задачу. Следуя данным работы [17], введем обозначение $\partial_z = \partial_x - i\partial_y$. Тогда оператор Лапласа Δ можно записать в комплексной форме: $\Delta = \partial_z \partial_{\bar{z}}$, где $z = x + iy$. После конформного отображения $z \rightarrow w(z)$ он превращается в $\Delta = |\partial w / \partial z|^2 \partial_z \partial_{\bar{z}}$, а уравнение Шрёдингера

$$\Delta\psi + 2m[E - V(\mathbf{r})]\psi = 0$$

в двумерном случае приобретает вид

$$\Delta_w\psi + 2m[E - V(\mathbf{r}(w))]\left|\frac{\partial z}{\partial w}\right|^2\psi = 0.$$

Для $2m[E - V(\mathbf{r}(w))]\left|\frac{\partial z}{\partial w}\right|^2 \rightarrow 0$ это уравнение сводится к уравнению Лапласа $\Delta_w\psi = 0$. В отсутствие потенциала $V(\mathbf{r})$ это означает, что либо $2mEd^2 \ll 1$ (здесь d — характерный размер рассматриваемой системы), либо $|\partial z / \partial w|^2 \ll 1$. Последнее неравенство соответствует положим границам рассматриваемой системы. Его можно исследовать в квазиклассическом приближении, что не является предметом данной работы.

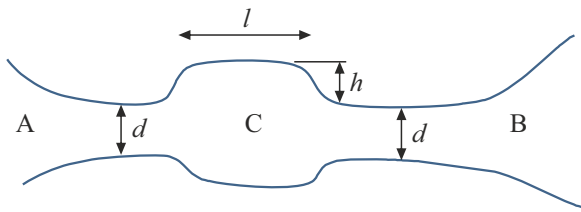


Рис. 1. Неоднородный одномерный канал между двумерными морями A и B, состоящий из двух проволок шириной d с выпуклостью C.

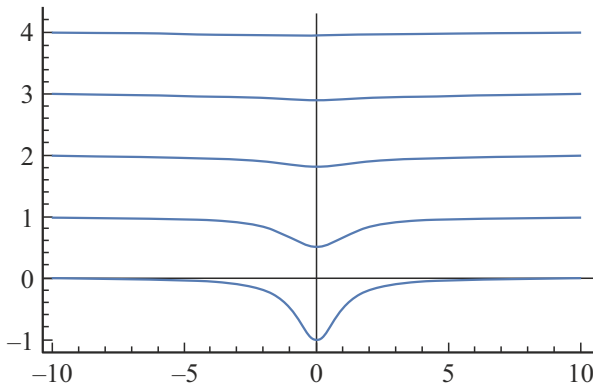


Рис. 2. Линии постоянной величины $\text{Im } w(z)$ для конформного отображения $w(z) = iFz + \frac{a}{z^2 + b^2}$ с $a = 10$, $b = 1$ и $F = 1$. Любую линию можно рассматривать как границу проволоки.

Рассмотрим теперь квазиодномерную систему, представленную на рис. 1. Система содержит одномерные проводящие каналы одинаковой ширины d , которые соединяют два двумерных моря A и B через выпуклость C. Квантование размера не имеет значения в морях, где энергии Ферми близки к нулю. Напротив, размерное квантование в каналах и выпуклости C превышает энергию Ферми. Электронные состояния в выпуклости можно рассматривать в квазиклассическом приближении, если $h \ll l$. Тогда задача сводится к одномерному уравнению Шрёдингера с потенциалом

$$U(x) = \frac{\pi^2}{2md^2(x)} - \frac{\pi^2}{2md^2},$$

где $d(x)$ — ширина канала. Если энергия Ферми в морях равна $E_F \ll \pi^2/(2md^2)$, то мы имеем туннельный канал. Локальное электронное состояние в выпуклости равно $\pi^2/(2md^2) - E_0$, $E_0 = (m/2)(\int_{-\infty}^{\infty} U(x)dx)^2$. Таким образом, резонанс пропускания возникает при $E = E_0$.

Однако квазиклассическое приближение не применимо, если $h \sim l$. В этом случае можно использовать конформное отображение. Пусть $w(z)$ отображает центральную часть структуры на рис. 1 в плоскую область $0 < y < d$ с потенциалом

$$U(w) = \frac{\pi^2}{2md^2} \left(1 - \left| \frac{\partial z}{\partial w} \right|^2 \right).$$

Энергия резонансного состояния

$$E_0 = \frac{m}{2d^2} \left| \int_0^d \int_{-\infty}^{\infty} U(x + iy) dx dy \right|^2.$$

Это позволяет получить точное решение задачи для любого соотношения между h и l . Очевидно, что решение дает квазиклассический предел при $h \ll l$.

Рассмотрим, в частности, конформное отображение

$$w(z) = iFz + \frac{a^2}{z^2 + b^2},$$

где a , b и F — действительные числа. Это дает границу $y = 0$ с неровностью (рис. 2). Предположим, что другая граница — плоская. Отображение определяет потенциал

$$U(w) = \frac{\pi^2}{2md^2} \left(1 - \left| F + \frac{2iaz}{(z^2 + b^2)^2} \right|^2 \right),$$

где z — функция w . Мы можем заменить потенциал на $\alpha \delta(w)$, если продольная длина волны электрона $1/p_F$ значительно превышает среднюю ширину потенциала. Здесь

$$\alpha = \int U(w, \tilde{w}) \theta[-i(w - \tilde{w})] \theta[2d + i(w - \tilde{w})] dw d\tilde{w}.$$

Таким образом, значение α может быть определено из геометрии задачи.

3. Квантовые проволоки. Поведение решения на бесконечности

В проводах постоянной ширины h собственные функции уравнения Лапласа $\Delta \psi = 0$ равны $\psi_{\pm} \propto \exp(\pm \pi n x / h) \cos(\pi n y / h)$, где n — целое число. В соответствии с причинностью на больших расстояниях на входящих проводах сохраняются только решения, уменьшающиеся по направлению к пересечению, а на исходящих — наоборот.

Рассмотрим коэффициент пропускания одного провода. Поскольку ток равен

$$J = \int dy i(\psi^* \partial_x \psi - \psi \partial_x \psi^*),$$

токонесущие решения должны состоять из $\psi_{\pm}$ с комплексными коэффициентами. Общее решение в n -й поперечной моде имеет вид $\psi_n(x) = \cos(\pi n y) \times (e^{-\pi n x} + r_n e^{\pi n x})$, где $r_n = i e^{-\pi n l}$ выбирается для фиксации потока во входящей волне1 провода длиной l .

В поперечной геометрии можно также рассматривать стоячие волны вместо затухающих, чтобы получить коэффициенты пропускания, разделяя затухающие компоненты волн и рассматривая их коэффициенты как коэффициенты пропускания.

Из-за затухания волновой функции достаточно длинные провода действуют как фильтры самой низкой

поперечной моды. Рассматривая граничные условия как начальные, длинные провода (независимо от этого условия) выбирают эти решения, в то время как другие возникающие моды оказываются существенно слабее. Это означает, что можно, например, задать постоянную функцию $\psi_{\pm}(\mathbf{r}) = c \exp(\pm \pi n x / h)$ на проводе на входах и спроецировать её на постоянную на выходах.

В рассматриваемых ниже пересечениях находятся длинные провода с экспоненциально малыми коэффициентами пропускания, зависящими от их длины. При этом амплитуды их пропускания умножаются на собственные амплитуды пропускания пересечений.

4. Комфортное отображение

Волновая функция удовлетворяет условию нуля на границах. Это означает, что $\partial_t \psi = 0$, где $\mathbf{t}$ — направление касательной к границе. Волновая функция должна быть комплексной для состояний, несущих ток, поэтому это условие справедливо как для действительной так и мнимой частей волновой функции.

Кроме того, $\partial_n \psi = 0$ на линии симметрии системы (здесь $x = 0$ или $y = 0$). Следовательно $w(z) = w_1 + i w_2 = \partial_x \psi + i \partial_y \psi$ отображает четверть b рис. 3 на угол $\pi/2$ между лучами $w_2 = 0$, $w_1 > 0$, $w_1 = 0$, $w_2 > 0$. Граница переходит на положительную абсциссу, а центральная линия — на положительную ординату. Внутри источника и стока $\psi = a \exp(-\pi n x / 2h) \times \cos(\pi n y / 2h) + b \exp(\pi n x / 2h) \cos(\pi n y / 2h)$. Здесь n обозначает режим поперечного квантования в проводнике.

В перекрестной системе б) существуют независимые амплитуды пропускания $t_{1,n_1,2,n_2} = t_{2,n_2,3,n_3} = t_{3,n_3,4,n_4} = t_{4,n_4,1,n_1}$, $t_{1,n_1,3,n_3}$ и $t_{2,n_2,4,n_4}$. Кроме того, в рамках модели Лапласа $t_{ij} = t_{ji}$. Для нахождения амплитуды пропускания t_{ij} следует заблокировать все провода $k \neq i$, $k \neq j$ дополнительными границами на бесконечностях этих проводов. В этом случае система со множеством проводов преобразуется в систему с двумя выходами.

5. Связь транзитансов пересечений квантовых проводов с проводимостью многоходовых электрических цепей

Задача для уравнения Шрёдингера с нулевой энергией двойственна уравнению Лапласа $\Delta \phi = 0$ для потенциала ϕ макроскопического тока. Их граничные условия имеют вид:

$$\partial_n \phi = 0 \text{ Лаплас, } \psi = 0 \text{ Шрёдингер.}$$

Эти условия следует дополнить условиями на истоках и стоках

$$\phi = \phi_i \text{ Лаплас, } \partial_n \psi = i k \psi \text{ Шрёдингер.}$$

Последнее условие следует из решения на границах двумерных морей. Потенциалы ϕ и ψ удовлетворяют условиям Коши–Римана, поэтому величина $\omega = \phi + i\psi$ становится аналитической функцией переменной $z = x + iy$.

Это означает, что амплитуды пропускания квантовой цепи t_{ij} связаны с G_{ij} аналогичной электрической цепи, выражающей токи в проводах через потенциалы V_i в них. Предполагается, что потенциал постоянен по всей длине провода. Полный ток в проводе находится путем интегрирования локальных плотностей тока $j_i = \sigma \partial_t \phi$ поперек провода. Коэффициенты пропускания описываются путем фиксации амплитуды волновой функции a_i на одном входе и нахождения амплитуд волновой функции a_j на выходах. Предполагается отсутствие отраженных волн из-за адиабатически гладких соединений.

Отношение этих амплитуд a_j с учетом ширины провода и поступательного импульса электрона дает коэффициенты пропускания при пересечении, $t_{ij} = \frac{a_j}{a_i} \sqrt{\frac{h_i p_i}{h_j p_j}}$, где h_i — ширина провода i . Это позволяет связать t_{ij} и G_{ij} .

Рассмотрим проводимость электрической цепи. Линейность задачи, а также законы Кирхгофа приводят к уравнениям для потенциалов ϕ_i и токов j_i в цепи с n входами

$$j_i = \sum_j G_{ij} \phi_j, \quad \sum_j G_{ij} = 0, \quad G_{ij} = G_{ji}.$$

В отличие от квантовых задач, граничные условия означают обращение в нуль нормальных производных потенциала. В результате потенциал в проводах не зависит от направления тока, при этом он зависит линейно, а не экспоненциально, в направлении вдоль провода.

6. Т-образный перекресток

Мы отсчитываем длины проводов от точек пересечения центральных линий проводов. В таком случае, внутренняя амплитуда пропускания при пересечении — это отношение внешней амплитуды пропускания и амплитуды пропускания истока и стока (входящих/исходящих проводов).

Рассмотрим случай Т-образного перекрестка. Конформное отображение правой полуплоскости z на эту систему в плоскости w (рис. 3) задается функцией

$$w(z) = \frac{h}{\pi} \left(\ln \frac{s \sqrt{z^2 - a^2} + iz}{s \sqrt{z^2 - a^2} - iz} + is \ln \frac{\sqrt{z^2 - a^2} + iz}{\sqrt{z^2 - a^2} - iz} \right) \quad (1)$$

где $s = H/h$, $a = \sqrt{s^2 + 1}$. Все функции аналитически продолжены с положительной полуоси абсцисс, а разрезы проведены вдоль отрицательной полуоси абсцисс.

Точки A_1, A_2, A_3 в плоскости w и соответствующие им точки a_1, a_2, a_3 в плоскости z служат источниками и стоками. При этом экспоненциально затухающая волна находится в плоскости w , а мультиполи расположены

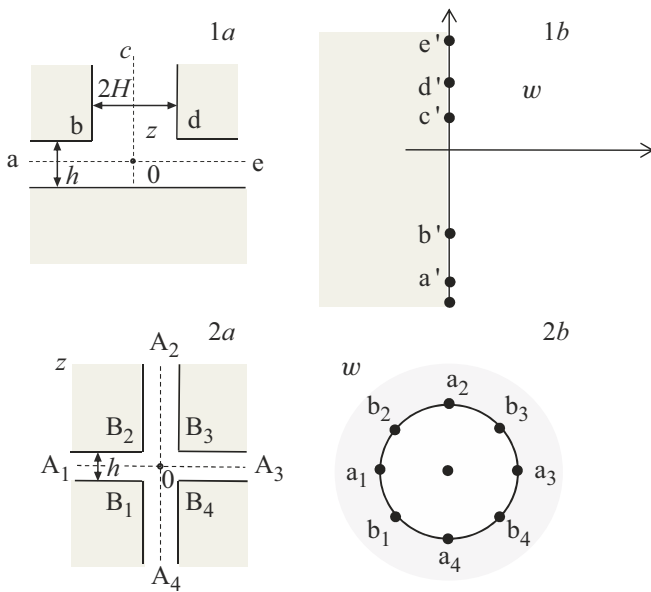


Рис. 3. 1) Схема Т-образного перекрестка квантовых проводов. 2) Х-образный перекресток. Панели *a* и *b* соответствуют плоскостям *z* и *w* плоскостям соответственно.

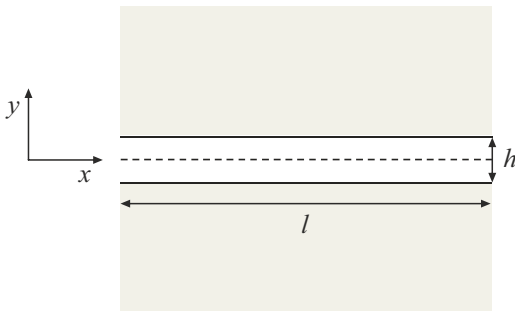


Рис. 4. Однородная квантовая проволока.

на границе плоскости z . Подстановка обратной функции $z(W)$ в потенциал мультиполей $\partial_z^n \log z$ дает искомое решение в плоскости w .

7. Х-образный перекресток

Рассмотрим теперь пересечение проводов в форме буквы Х. Его можно также рассматривать как предел четырехконечной звезды с лучами, стремящимися на бесконечность. Используя симметрию системы [17], находим конформное отображение окружности на такой перекресток:

$$w = C \int_{-1}^z \frac{(1-z^4)^{3/4}}{1+z^4} dz.$$

Константа C определяется уравнением $w(1) - w(0) = h/\sqrt{2}$, откуда

$$\frac{C}{2^{5/4}} \int_0^{e^{i\pi/4}} \frac{dt}{(t+1)(t-1)^{3/4}} = he^{i\pi/4}/\sqrt{2}.$$

Точки $a_k = e^{i\pi(2k+1)/4}$, где k — целые числа в плоскости z , соответствуют проводам в плоскости w . Точки $b_k = e^{i\pi k/2}$ являются образами прямых углов. Нулевой потенциал на границе в плоскости w сохраняется в плоскости z . Основная затухающая волна источника в плоскости w преобразуется в дипольные потенциалы $c_k \operatorname{Re}(1/(z - a_k))$ в плоскости z . Коэффициенты c_k определяют амплитуды пропускания. Выражая z через w , мы находим волновую функцию везде в области пересечения.

8. Заключение

В настоящей статье исследованы электронные состояния в субволновых двумерных наноструктурах. Малый размер этих систем позволяет свести уравнение Шрёдингера к уравнению Лапласа, что дает возможность использовать мощные методы конформного отображения для его решения. Предполагается, что поперечный размер проволоки существенно меньше фермиевской длины волны, поэтому волновые функции электронов экспоненциально убывают вдоль проводов.

Были рассмотрены квантовые проволоки с утолщениями. При этом форма такого утолщения может выходить за рамки применения квазиклассического приближения. Найдены коэффициенты пропускания малых пересечений проводов в двумерной системе. Были рассмотрены Т- и Х-образные перекрестки квантовых проводов.

Исследуемая проблема актуальна для малых пересечений квантовых проводов. В частности, она возникает в задачах эффекта Ааронова–Бома в квантовых кольцах. Знание амплитуд пропускания позволяет моделировать амплитуду эффекта Ааронова–Бома.

Наши результаты не учитывают наличие внутреннего потенциала в квантовых проволоках. Следует также подчеркнуть, что тот же метод использования уравнения Лапласа вместо уравнения Шрёдингера может применяться к коэффициентам пропускания других малых разветвленных двумерных наноструктур. Действительно, рассмотрим квантовые пересечения N узких проводников с прямоугольными стенками, соединяющих i двумерных морей, $i \leq N$. Если вся внутренняя часть цепи имеет размер меньше длины волны электронов, то последние туннелируют вдоль проводников с волновыми функциями пропорциональными $e^{\pm \kappa_0 y} \cos(\kappa_0 y)$, где $\kappa_0 = \pi y / 2d_0$, x и y — координаты вдоль и поперек проводников шириной d_0 .

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] R. Landauer. IBM J. Res. Dev. **1**, 3, 223 (1957). DOI: 10.1147/rd.13.0223
- [2] M. Buttiker. Phys. Rev. B **41**, 11, 7906 (1990). DOI:10.1103/PhysRevB.41.7906.
- [3] N.S. Bandeira, Andrey Chaves, L.V. de Castro, R.N. Costa Filho, M. Mirzakhani, F.M. Peeters, D.R. da Costa. Phys. Rev. B **111**, 12, 125409 (2025).
- [4] A. Fuhrer, P. Brusheim, T. Ihn, M. Sigrist, K. Ensslin, W. Wegscheider, M. Bichler. Phys. Rev. B **73**, 20, 205326 (2006).
- [5] J. Cesca, C. Simenel. Phys. Rev. C **108**, 5, 054307 (2023).
- [6] W. Dai, B. Wang, Th. Koschny, C.M. Soukoulis. Phys. Rev. B **78**, 7, 073109 (2008) DOI: 10.1103/PhysRevB.78.073109
- [7] A.M. Alexeev, I.A. Shelykh, M.E. Portnoi. Phys. Rev. B **88**, 8, 085429 (2013).
- [8] L.L. Li, D. Moldovan, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters. Phys. Rev. B **95**, 205426 (2017).
- [9] L. Huang, G. Wei, A.R. Champagne. Phys. Rev. Appl. **23**, 014030 (2025).
- [10] L.S. Braginsky, M.V. Entin. ЖЭТФ **168**, 6, 765 (2025).
- [11] A. van Oudenaarden, M. Devoret, Y. Nazarov, H. Mooij. Nature **391**, 768 (1998).
- [12] Г.М. Гусев, З.Д. Квон, Л.В. Литвин, Ю.В. Настаушев, А.К. Калагин, А.И. Торопов. Письма в ЖЭТФ, **55**, 2, 129 (1992).
- [13] G.M. Gusev, Z.D. Kvon, O.A. Shegai, N.N. Mikhailov, S.A. Dvoretzky. Solid State Commun. **205**, 1, 4 (2015).
- [14] A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Y. Kachorovskii, D.G. Polyakov. Phys. Rev. Lett., **105**, 036402 (2010).
- [15] M.D. Teodoro, V.L. Campo Jr., V. López-Richard, E. Marega Jr., G.E. Marques, G.J. Salamo. In Physics of quantum rings. Second edition, ed. by Vladimir M. Fomin, Springer International Publishing, AG (2018). P. 255.
- [16] В.А. Ткаченко, З.Д. Квон, О.А. Ткаченко, Д.Г. Бакшеев, О. Estibals, J.C. Portal. Письма в ЖЭТФ **76**, 11, 720 (2002).
- [17] М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. Наука, М. (1973). 735 с.

Редактор А.Н. Смирнов