

Применение вейвлет-преобразования для анализа формы пульсовой волны

© С.В. Божокин, У.А. Бортникова, Е.С. Соловьева, И.Б. Суслова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ibsus@mail.ru

Поступило в Редакцию 27 февраля 2026 г.

В окончательной редакции 14 июля 2026 г.

Принято к публикации 15 июля 2026 г.

Предложен алгоритм математического анализа формы пульсовой волны, который может быть использован для автоматизации диагностических исследований сердечно-сосудистой системы человека. Метод основан на нелинейной аппроксимации регистрируемой кривой пульсовой волны с помощью суперпозиции гауссовых функций. Такая модель позволяет получить аналитические выражения для непрерывного вейвлет-преобразования. В результате появляется возможность значительно сократить время численного анализа частотно-временных характеристик сигнала, которые отражают существенно нестационарный характер исследуемых процессов. Вейвлетный анализ изменения во времени спектральных интегралов выявляет локальные особенности формы пульсовой волны, которые могут быть вызваны патологией сердечных клапанов и сосудов. В основу исследования положены данные 23 реальных записей формы пульсовых волн.

Ключевые слова: нестационарные сигналы, непрерывное вейвлетное преобразование, сердечно-сосудистая система, пульсовая волна.

DOI: 10.61011/JTF.2026.11.63773.45-26

Введение

Пульсовая волна (PW — Pulse Wave) характеризует состояние сердечно-сосудистой системы человека, поэтому анализ ее формы представляет интерес для медицинских исследований, направленных на развитие неинвазивной диагностики различных заболеваний [1–7]. Фиксация формы пульсовой волны происходит путем регистрации на теле человека колебаний поверхностного участка артерии. Традиционные методы анализа формы PW — временные и частотные — обладают некоторыми ограничениями. Временные методы [8–13] основываются на выделении характерных точек без учета возможных нарушений структуры сигнала при патологиях сердечно-сосудистой системы, а также во время различных функциональных проб, таких как велоэргометрия, бегущая дорожка, дыхательные, фармакологические и психоэмоциональные пробы. Частотный анализ [5, 14–19], выполненный с помощью преобразования Фурье, лишен временной локализации и не позволяет учитывать нестационарность сигнала PW, которая особенно ярко наблюдается во время различных функциональных проб.

Известно, что в биофизике и медицине многие временные процессы $Y(t)$ можно разделить на две группы: стационарные и нестационарные. Стационарные процессы (сигналы) обладают тем свойством, что их статистические и спектральные характеристики, определенные для достаточно большого интервала времени $T(0 \leq t \leq T)$, не изменяются, если взять любой другой интервал времени T , смещенный относительно первого

на произвольный отрезок времени. Для стационарного процесса среднее значение $\overline{Y(t)}$, а также среднеквадратичное значение $\overline{Y^2(t)}$ не зависят от времени t , причем усреднение производится по большому числу реализаций k такого процесса. Для нестационарных процессов (non-stationary signals — NS) функции распределения, а также амплитудно-частотные характеристики меняются с течением времени. Многочисленные записи кардиосигналов во время проведения функциональных проб показывают, что форма PW также изменяется во времени. Традиционные методы оконного преобразования Фурье (STFT — Short Time Fourier Transform), использующие фиксированное значение продолжительности окна W , сталкиваются в этом случае с необходимостью выбора конкретного значения W , от которого будет зависеть само STFT. Для анализа низких частот требуется окно W большой продолжительности, а для анализа высоких частот — окно W малой продолжительности. В общем случае, когда нам неизвестна структура изучаемого сигнала $Y(t)$, выбор оптимального окна W представляет собой сложную задачу. Следовательно, задача выбора эффективного метода определения формы PW во время сложных нестационарных испытаний является актуальной.

Целью настоящей работы является разработка алгоритма, способного отслеживать локальные изменения морфологии сигнала PW во времени. Предлагаемый метод основан на аппроксимации PW суперпозицией гауссовских пиков с автоматическим подбором их количества, а также начальных приближений параметров: ам-

плитуд, положений центров и ширин, соответствующих гауссовых функций. Применение к данной модели сигнала PW непрерывного вейвлет-преобразования (CWT — Continuous Wavelet Transform) [20–24]), результат которого $V(\nu, t)$ зависит от частоты ν и времени t , позволяет исследовать распределение энергии сигнала PW в частотной и временной областях. Использованию вейвлетов для обработки нестационарных сигналов в медицине посвящены работы [25–31]. Вейвлет-преобразование для анализа PW применяется в [32–36].

Выбор математической модели аппроксимации сложной формы PW в виде суперпозиции гауссовских пиков, выполненный в настоящей работе, позволяет получить аналитическое выражение CWT, что обеспечивает более высокую точность вычислений по сравнению с численными методами интегрирования CWT. Предлагаемый алгоритм аппроксимации значительно сокращает время работы компьютерной программы. Вычисление мгновенных спектральных интегралов $E_\mu(t)$ дает возможность зафиксировать изменения во времени спектральных свойств сигнала PW в различных диапазонах частот μ . Таким образом, в настоящей работе предлагается метод анализа изменений формы PW во время проведения диагностических процедур.

1. Аппроксимация реальной PW системой гауссовых пиков

Вместо экспериментально наблюдаемого нестационарного сигнала $Y(t)$ (реально-регистрируемый сигнал PW) рассмотрим математическую модель, в которой аппроксимирующий сигнал $Z(t)$ может быть представлен в виде суперпозиции

$$Z(t) = \sum_{L=0}^{N-1} z_L(t - t_L), \quad (1)$$

где $z_L(t - t_L)$ — элементарные нестационарные сигналы (ENS), представляющие собой гауссовы функции

$$z_L(t - t_L) = \frac{b_L}{2\tau_L\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(t - t_L)^2}{4\tau_L^2}\right), \quad (2)$$

локализованные по времени в точках $t = t_L$ с амплитудами b_L и параметрами локализации τ_L ; $L = 0, 1, \dots, N - 1$. Для произвольных значений τ_L выполняется условие $\int_{-\infty}^{\infty} z_L(t - t_L) dt = b_L$. Если величина $b_L = \sqrt{\tau_L \sqrt{8\pi}}$, то квадрат нормы сигнала равен единице $\|z_L\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} z_L^2(t - t_L) dt = 1$.

Следующей задачей работы является разработка быстрой действующей программы нелинейной аппроксимации, которая представляет реальный сигнал PW с помощью суммы гауссовых пиков, количество которых равно N . Каждый гауссов пик L характеризуется тремя подготовочными параметрами $(b_L; t_L; \tau_L)$, которые подбираются

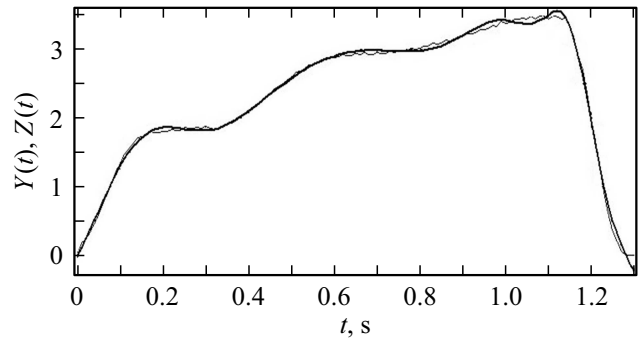


Рис. 1. Реальный сигнал $Y(t)$ PW в зависимости от времени t, s — тонкая линия; $Z(t)$ — аппроксимация сигнала $Y(t)$ системой пяти гауссовых пиков (1) — толстая линия.

из условия наилучшего соответствия истинного сигнала $Y(t)$ его аппроксимации $Z(t)$. Для ускорения работы компьютерной программы была выполнена процедура численного нахождения как первой $Y'(t)$, так и второй производной $Y''(t)$. Определяемые экстремумы сигнала $Y(t)$ помогают устанавливать начальные значения всех пиков $(b_L^{(0)}; t_L^{(0)}; \tau_L^{(0)})$, которые позволяют ускорить итерационный процесс, обеспечивающий наилучшее приближение математической модели к экспериментальному сигналу $Y(t)$. На рис. 1 жирной линией показана $Z(t)$ — аппроксимация единственного пика PW $Y(t)$, который отмечен тонкой линией. Среднеквадратичное отклонение между сигналом $Y(t)$ и его аппроксимацией $Z(t)$ составляет $\Delta \approx 0.052$. Для успешной аппроксимации реального сигнала $Y(t)$ с высокой точностью необходимо, чтобы его частота дискретизации удовлетворяла соотношению $F_d \geq 1000$ Hz (число точек в рассматриваемом отрезке сигнала PW с единственным максимумом должно быть достаточно велико). Такая частота дискретизации является общепринятой при анализе кардиосигналов. Заметим, что для одиночного пика PW сложной формы требуется примерно $n_L \leq 5$ гауссовых пиков.

2. Непрерывное вейвлет-преобразование

Для исследования NS успешно применяется непрерывное вейвлет-преобразование (CWT) [20–24]. Непрерывное вейвлет-преобразование $V(\nu, t)$ для любого сигнала $Z(t)$, зависящее от частоты $\nu > 0$ и времени $-\infty < t < \infty$, вводится следующим образом [24]:

$$V(\nu, t) = \nu \int_{-\infty}^{\infty} Z(t') \Psi^*(\nu(t' - t)) dt', \quad (3)$$

где $\Psi(x)$ — материнский вейвлет, зависящий от безразмерной переменной x , которому соответствует фурье-компонента $\hat{\Psi}(F)$, зависящая от безразмерной частоты F . Для материнского вейвлета $\Psi(x)$ справедливы два

соотношения $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) dx = 0$; $\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x)|^2 dx = 1$. Заметим, что для постоянного сигнала $Z(t) = \text{const}$ непрерывное вейвлет-преобразование равно нулю: $V(v, t) = 0$. В дальнейшем в качестве материнского вейвлета мы будем использовать адаптивный материнский вейвлет Морле (AWM) с управляющим параметром m [24]. Для данного вейвлета Морле $\Psi(x)$, имеющего единичную норму, и его фурье-компоненты $\hat{\Psi}(F)$ выполняются соотношения

$$\Psi(x) = D_m \exp\left(-\frac{x^2}{2m^2}\right) \left[\exp(i\Omega_0 x) - \exp\left(-\frac{\Omega_0^2 m^2}{2}\right) \right], \quad (4)$$

$$\hat{\Psi}(F) = m D_m \sqrt{\Omega_0} \exp\left[-\frac{\Omega_0^2 m^2 (F - 1)^2}{2}\right] \times [1 - \exp(-\Omega_0^2 m^2 F)], \quad (5)$$

$$D_m = \frac{1}{\sqrt{m\sqrt{\pi} \left[1 - 2\exp\left(-\frac{3\Omega_0^2 m^2}{4}\right) + \exp(-\Omega_0^2 m^2) \right]}}, \quad (6)$$

где $\Omega_0 = 2\pi$, величина m играет роль управляющего параметра адаптивного вейвлета Морле (AWM). Параметр локализации Δ_x , определяющий протяженность функции $\Psi(x)$ по оси x , равен $\Delta_x \approx m/\sqrt{2}$. Параметр Δ_F , показывающий протяженность частотного спектра функции $\hat{\Psi}(F)$, равен $\Delta_F \approx 1/(\sqrt{8}\pi m)$. Произведение этих величин близко к наименьшему значению $\Delta_x \Delta_F \approx 1/(4\pi)$ [22]. Следовательно, в зависимости от параметра m величины Δ_x и Δ_F для AWM могут изменяться. Таким образом, при изменении m появляется возможность изменения временного и частотного разрешений исследуемых NS. Если параметр $m = 1$, то AWM (1) переходит в известное выражение для обычного (неадаптивного) вейвлета Морле [21]. Характерные времена, которые вносят основной вклад в интеграл (3), определяются соотношением $t - \Delta_x/v < t' < t + \Delta_x/v$. Заметим, что основное преимущество CWT перед преобразованием Габора состоит в том, что размер окна автоматически изменяется с частотой v : для малых частот окно становится широким, а для высоких частот — узким. Использование CWT с управляющим параметром m в материнском вейвлете дает дополнительные возможности настройки разрешения по времени и частоте.

Рассматривая выражение (3) как свертку двух функций и используя преобразование Фурье, получаем

$$V(v, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{Z}(f) \hat{\Psi}^*\left(\frac{f}{v}\right) \exp(2\pi i f t) df. \quad (7)$$

Отметим, что формулы (3) или (7) задают вид вейвлет-преобразования $V(v, t)$, несколько модифицированного по сравнению со стандартным $W(v, t)$ [20–22].

Фурье-компонента бесконечного гармонического сигнала $Z(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ с частотой f_0 представляет собой суперпозицию двух дельта функций Дирака: $\hat{Z}(f) = [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]/2$. Максимум величины $|V(v, t)|$, где вейвлет-преобразование $V(v, t)$ определяется формулами (3) или (7), в отличие от стандартного $W(v, t)$, будет наблюдаться точно при $v = f_0$, причем с точностью до слагаемых, имеющих порядок $\exp(-\Omega_0^2 m^2) \ll 1$, не будет зависеть от времени. Аналогично для суперпозиции двух гармонических сигналов с одинаковыми амплитудами и различными частотами f_1 и f_2 , одинаковые максимумы $|V(v, t)|$ (практически не зависящие от времени t) будут наблюдаться при $v = f_1$ и $v = f_2$. В этом, по нашему мнению, состоит преимущество используемой здесь формы вейвлет-преобразования $V(v, t)$ по сравнению со стандартной $W(v, t)$ [21, 22]. Условие конечности константы C_Ψ , определенной соотношением

$$C_\Psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\Psi}(F)|^2 dF}{|F|}, \quad (8)$$

позволяет восстанавливать сигнал $Z(t)$ по его вейвлет-образу $V(v, t)$ [24]. Используя метод, позволяющий вычислять поправки к методу перевала, можно показать, что в случае $\Omega_0 m \gg 1$ асимптотическое выражение $C_\Psi \approx 1 + 1/(2\Omega_0^2 m^2)$ отличается от точного численного значения C_Ψ менее чем на 0.05 % для значения $m > 1$.

Для CWT любого сигнала $Z(t)$ справедливо соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} Z^2(t) dt = \frac{2}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{\infty} dv \frac{|V(v, t)|^2}{v}, \quad (9)$$

аналогичное формуле Парсеваля в фурье-анализе. Формула (9) показывает, что величина

$$\varepsilon(v, t) = \frac{2}{C_\Psi} \frac{|V(v, t)|^2}{v}, \quad (10)$$

характеризует мгновенное распределение энергии сигнала по частотам v , вычисленное в момент времени t , т.е. (10) представляет собой локальную плотность спектра энергии сигнала при заданной частоте v и времени t .

Для исследования многих сигналов важны изменения их спектральных свойств в некотором заданном интервале частот $[v_L; v_R]$. Вместо левой v_L и правой v_R границ диапазона удобно ввести среднюю частоту диапазона $v_\mu = (v_L + v_R)/2$, и его ширину $\Delta v = v_R - v_L$. Для рассмотрения динамики нарастания и затухания различных частот в спектрах нестационарных сигналов вводится в рассмотрение спектральный интеграл [24]:

$$E_\mu(t) = \frac{1}{\Delta v} \int_{v_\mu - \Delta v/2}^{v_\mu + \Delta v/2} \varepsilon(v, t) dv, \quad (11)$$

который представляет собой среднее значение локальной плотности спектра энергии сигнала, проинтегрированное по рассматриваемому интервалу частот. Изучая поведение спектральных интегралов по времени $E_\mu(t)$, мы выполняем своеобразную фильтрацию нашего сигнала, суммируя вклады от локальной плотности спектра $\varepsilon(\nu, t)$ в определенном интервале частот μ . Спектральные интегралы (11) были использованы в работе [24] для нахождения количественных характеристик возникновения и исчезновения корреляционных свойств различных NS.

Преимуществом выбора для пульсовой волны PW математической модели (1) является возможность аналитического вычисления величины $V(\nu, t)$. Это обстоятельство резко сокращает время нахождения $V(\nu, t)$ для реально зарегистрированного сигнала PW, обозначенного $Y(t)$. Для одиночного гауссова сигнала $z_L(t - t_L)$ (2) аналитическое выражение $V_L(\nu, t)$ для его вейвлет-преобразования (7) имеет вид

$$V_L(\nu, t) = \frac{b_L D_m \nu}{\alpha_L(\nu)} \exp\left(-\frac{\Omega_0^2 m^2}{2} - \frac{x_L^2}{2m^2 \alpha_L^2(\nu)}\right) \times \left(\exp\left(\frac{\Omega_0(\Omega_0 m^2 + 2ix_L)}{2\alpha_L^2(\nu)}\right) - 1\right), \quad (12)$$

$$x_L = \nu(t - t_L); \quad \alpha_L(\nu) = \sqrt{1 + \frac{2\nu^2 \tau_L^2}{m^2}}. \quad (13)$$

Выполняя интегрирование по всем частотам в правой части соотношения (11) и используя условие $\Omega_0 m \gg 1$, можно получить следствие из равенства Парсеваля (9) для одиночного гауссова пика (2). Действительно, используя (9), (10), (12), (13) и вводя безразмерное время $y = (t - t_L)/\tau_L$, получаем соотношение

$$1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = \frac{\sqrt{2}\Omega_0 m}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(2\Omega_0^2 m^2 + y^2)}. \quad (14)$$

Таким образом, интеграл по времени в левой части (9) от квадрата элементарного сигнала (2) с единичной нормой равен интегралу от проинтегрированной по всем положительным частотам ν локальной плотности $\varepsilon(\nu, t)$ спектра энергии сигнала. Для нас важно показать, что форма подынтегральной функции по времени в правой и левой частях (9) различна, а само значение интеграла по времени оказывается одинаковым (14). Разумеется, этот же результат для любого сигнала может быть получен численно.

3. Автоматическое определение формы PW с помощью CWT

Представим метод автоматического определения изменяющейся формы PW во время различных кардиологических проб с помощью CWT. Для формы PW рассматриваются следующие фазы: анакрота — восходящий участок PW, отражающий быстрое повышение артериального давления при систоле сердца; инцизура — впадина на нисходящем участке волны, возникающая из-за кратковременного обратного тока крови при закрытии клапана аорты; дикротический подъем — повторное повышение давления, связанное с отраженной кровеносной волной и эластичностью сосудов; катакрота — снижение давления в артерии. Отсутствие или сглаживание инцизуры может свидетельствовать о патологии клапанов или снижении эластичности сосудов.

Рассмотрим две математические модели сигналов, которые отличаются своим профилем PW. На основе этих двух математических моделей, основанных на CWT, мы продемонстрируем метод, который позволит отличать эти сигналы по поведению спектральных интегралов $E_\mu(t)$ в диапазонах частот $\mu = \text{HF}$ ($3.5 < \text{HF} < 7 \text{ Hz}$) и $\mu = \text{VHF}$ ($7 \leq \text{VHF} < 10 \text{ Hz}$). Условимся о том, что сигнал $Z_1(t)$ будет представлять собой монотонный сигнал PW с одним максимумом, но без инцизуры. Сигнал $Z_2(t)$ будет представлять собой PW-волну с единственной инцизурой. Для единственной инцизуры в PW существуют два максимума в моментах времени t_L и t_R ($t_L < t_R$) и точка минимума — сама инцизура, расположенная между ними t_I ($t_L < t_I < t_R$). Сигналы $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ представлены на рис. 2.

На рис. 2 в сигнале PW с инцизурой $Z_2(t)$ отчетливо наблюдаются: левый пик в момент времени $t_L \approx 0.4 \text{ s}$, инцизура с минимумом в точке $t_I \approx 0.527 \text{ s}$, и правый пик при $t_R \approx 0.6 \text{ s}$. Заметим, что левый и правый максимумы разделены интервалом времени $T_v = t_R - t_L \approx 0.2 \text{ s}$. Это означает, что в фурье-спектре сигнала $P_2(\nu) = |\tilde{z}_2(\nu)|$ должен появиться пик с частотой $\nu = 1/T_v \approx 5 \text{ Hz}$.

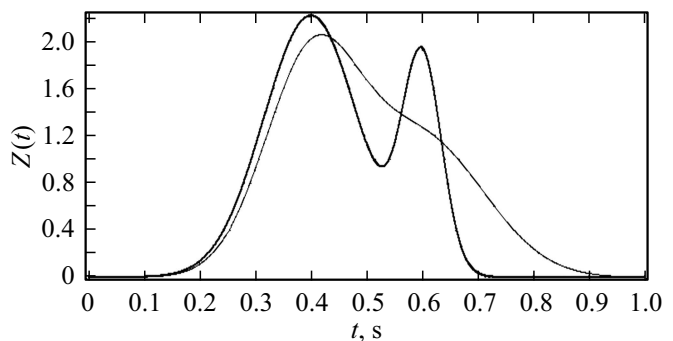


Рис. 2. Тонкой линией обозначена пульсовая волна без инцизуры $Z_1(t)$ в зависимости от времени. Толстой линией обозначена пульсовая волна с инцисурой $Z_2(t)$.

Важно отметить, что, сравнивая два сигнала PW с различными амплитудами и спектральными характеристиками, нам необходимо выполнить их предварительную нормировку. Алгоритм проведения нормировки будет одинаковым как для сигнала $Z_1(t)$, так и для сигнала $Z_2(t)$. Рассмотрим произвольный сигнал $Z(t)$, у которого есть средние значения $\langle Z \rangle$, $\langle Z^2 \rangle$ и выборочная дисперсия S_Z^2 . Нормировка сигнала $Z(t)$ происходит по закону $Z(t) \rightarrow z(t)$, причем нормированный сигнал $z(t)$ имеет вид

$$z(t) = \frac{Z(t) - \langle Z \rangle}{S_Z}, \quad S_Z^2 = \langle Z^2 \rangle - \langle Z \rangle^2. \quad (15)$$

При такой нормировке любого сигнала $Z(t)$ выполняется условие $\langle Z^2 \rangle = 1$. Это означает, что, согласно равенству Парсеваля (9), интегралы по всем частотам ν от спектров мощности $P_1(\nu) = |\hat{z}_1(\nu)|^2$ первого сигнала $z_1(t)$ и $P_2(\nu) = |\hat{z}_2(\nu)|^2$ второго сигнала $z_2(t)$ совпадают, так как оба сигнала имеют единичную норму. В выражениях для спектров мощности величины $\hat{z}_1(\nu)$ и $\hat{z}_2(\nu)$ представляют собой фурье-компоненты сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$, где величина ν — частота, измеряемая в Hz. Аналогичное соотношение, следующее из равенства Парсеваля, очевидно, справедливо и для CWT двух указанных сигналов, которые обозначим соответственно $V_1(\nu, t)$ и $V_2(\nu, t)$. Установим границы спектральных диапазонов $\mu = \{\text{ULF, VLF, LF, HF, VHF}\}$ для преобразования Фурье и CWT: $0 < \text{ULF} \leq 0.5 \text{ Hz}$; $0.5 < \text{VLF} \leq 2 \text{ Hz}$; $2 < \text{LF} \leq 3.5 \text{ Hz}$; $3.5 < \text{HF} \leq 7 \text{ Hz}$; $7 < \text{VHF} \leq 10 \text{ Hz}$. Спектры мощности сигналов $P_1(\nu) = |\hat{z}_1(\nu)|^2$ и $P_2(\nu) = |\hat{z}_2(\nu)|^2$ представлены на рис. 3.

Анализ графика спектра мощности $P(\nu)$ на рис. 3 показывает, что площадь, ограниченная тонкой кривой $P_1(\nu)$, равна площади, ограниченной толстой кривой $P_2(\nu)$. На этом графике в частотном диапазоне HF ($3.5 < \text{HF} \leq 7 \text{ Hz}$) наблюдается небольшое превышение в спектре мощности сигнала с инцизурой $z_2(t)$ по сравнению с сигналом $z_1(t)$ без инцизуры: $P_2(\nu_{\text{HF}}) > P_1(\nu_{\text{HF}})$, где величина $\nu_{\text{HF}} \approx 5 \text{ Hz}$. Отметим, что в фурье-спектрах мощности на рис. 3 такое превышение выражено слабо. Для того чтобы существенно

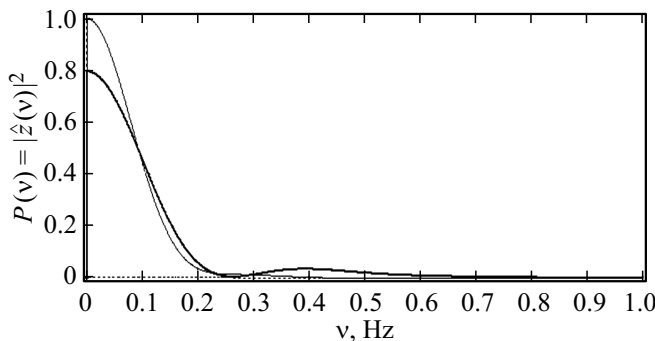


Рис. 3. Тонкой линией обозначен спектр мощности $P_1(\nu)$ сигнала $z_1(t)$, толстой линией — спектр мощности $P_2(\nu)$ сигнала $z_2(t)$.

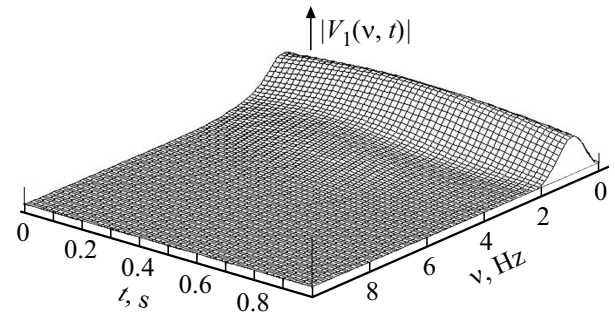


Рис. 4. Непрерывное вейвлет-преобразование $|V_1(\nu, t)|$ сигнала без инцизуры $z_1(t)$ в зависимости от частоты ν, Hz и времени t, s .

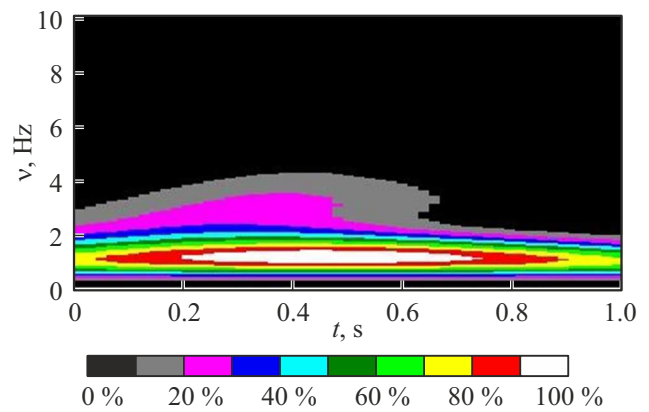


Рис. 5. Псевдографик $|V_1(\nu, t)|$ сигнала $z_1(t)$ без инцизуры.

отличить форму сигнала PW в случае без инцизуры от сигнала PW с инцизурой, применим к сигналам $z_1(t)$ и $z_2(t)$ непрерывное вейвлет-преобразование CWT. На рис. 4 CWT-сигнала $z_1(t)$ без инцизуры $|V_1(\nu, t)|$ представляет собой плавную поверхность, у которой очень слабо заметны ее изменения на частотах $\nu > \nu_{\text{HF}}$. На рис. 5 псевдографик $|V_1(\nu, t)|$ сигнала $z_1(t)$ без инцизуры показывает наличие только одного ярко выраженного максимума.

Поверхность $|V_2(\nu, t)|$ для сигнала $z_2(t)$ в зависимости от частоты на рис. 6 и псевдографик на рис. 7 показывают наличие двух вершин для сигнала $z_2(t)$ с инцизурой.

Сделаем разрез CWT вдоль оси частот в момент времени $t_* = (t_L + t_R)/2 \approx 0.5 \text{ s}$.

Анализ разрезов CWT при фиксированном времени t_* показывает, что по сравнению со слабым различием в поведении фурье-спектров мощности $P_1(\nu)$ и $P_2(\nu)$ (рис. 3) непрерывное вейвлет-преобразование показывает резкое различие в поведении $|V_1(\nu, t_*)|^2$ и $|V_2(\nu, t_*)|^2$ (рис. 8). Сравнение поведения спектральных интегралов $E_{\text{HF}}^{(1)}(t)$ и $E_{\text{HF}}^{(2)}(t)$ ($3.5 < \text{HF} \leq 7 \text{ Hz}$), а также $E_{\text{VHF}}^{(1)}(t)$ и $E_{\text{VHF}}^{(2)}(t)$ ($7 < \text{VHF} \leq 10 \text{ Hz}$), вычисленных для сигналов $z_1(t)$ и $z_2(t)$, приведено на рис. 9, 10.

Анализ рис. 9 показывает, что спектральный интеграл в диапазоне $3.5 < \text{HF} \leq 7 \text{ Hz}$ для PW с инцизурой $E_{\text{HF}}^{(2)}(t)$

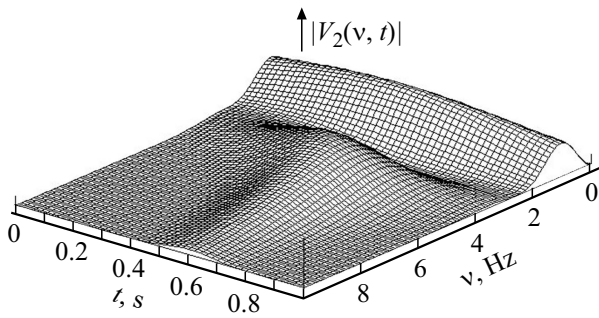


Рис. 6. Непрерывное вейвлет-преобразование $|V_2(v, t)|$ сигнала с инцизурой $z_2(t)$ в зависимости от частоты v, Hz и времени t, s .

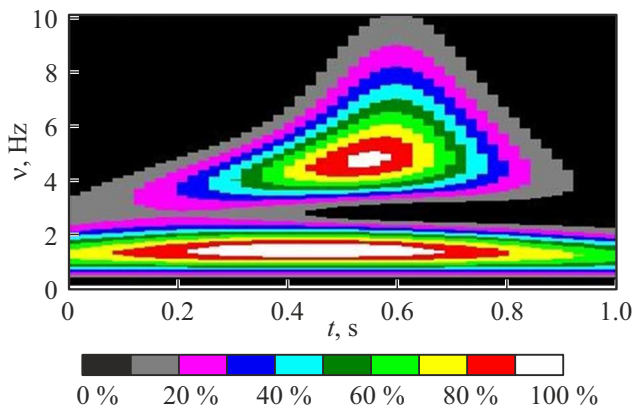


Рис. 7. Псевдографика $|V_2(v, t)|$ сигнала $z_2(t)$ с инцизурой, где вершины поверхности $|V_2(v, t)|$ изображены белым цветом.

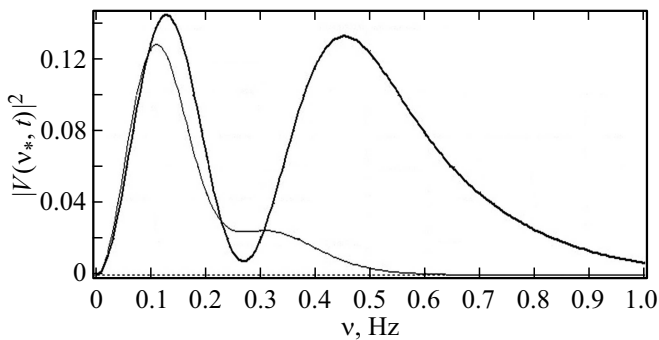


Рис. 8. Разрез графика $|V(v_*, t)|^2$ вдоль оси частот v, Hz при фиксированном времени $t_* = (t_L + t_R)/2$. Тонкая линия — разрез $|V_1(v_*, t_*)|^2$ сигнала без инцизуры $z_1(t)$, толстая — разрез $|V_2(v_*, t_*)|^2$ сигнала $z_2(t)$ с инцизурой.

в точке максимума $t_{\max} \approx 0.57 \text{ s}$ примерно в 15 раз превосходит спектральный интеграл $E_{\text{HF}}^{(1)}(t)$ без инцизуры.

Важно отметить, что максимум $E_{\text{VHF}}^{(2)}(t)$ на рис. 10 наблюдается именно в тот момент времени $t_R \approx 0.6 \text{ s}$, когда на графике самого сигнала PW (рис. 2) наблюдается второй максимум. Спектральный интеграл в диапазоне $(7 < \text{VHF} \leq 10 \text{ Hz})$, для PW с инцизурой

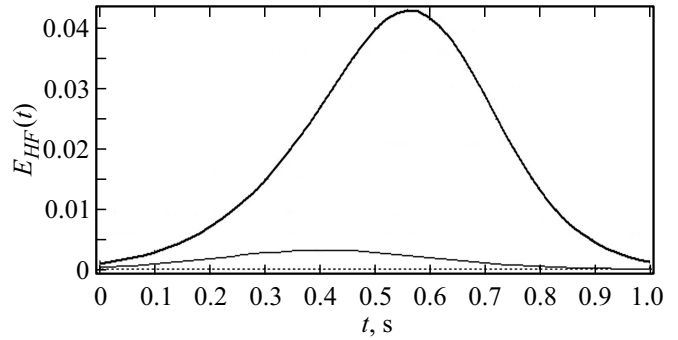


Рис. 9. Поведение во времени t, s спектральных интегралов $E_{\text{HF}}^{(1)}(t)$ (тонкая линия) и $E_{\text{HF}}^{(2)}(t)$ (толстая линия), соответствующих сигналам $z_1(t)$ и $z_2(t)$, для диапазона $3.5 < \text{HF} \leq 7 \text{ Hz}$.

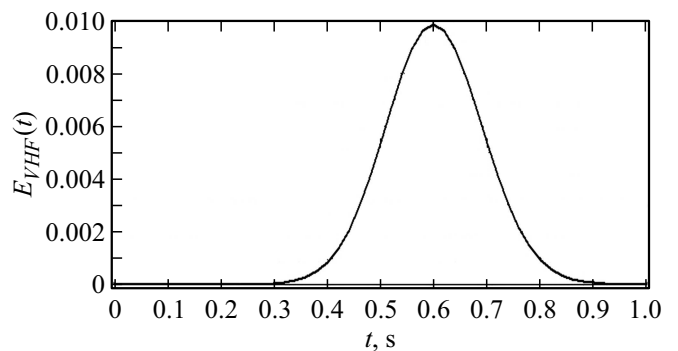


Рис. 10. Поведение во времени t, s спектральных интегралов $E_{\text{VHF}}^{(1)}(t)$ (тонкая линия) и $E_{\text{VHF}}^{(2)}(t)$ (толстая линия), соответствующих сигналам $z_1(t)$ и $z_2(t)$, для диапазона $7 < \text{VHF} \leq 10 \text{ Hz}$.

$E_{\text{VHF}}^{(2)}(t_R)$ в момент максимума t_R примерно в 8000 раз превосходит спектральный интеграл $E_{\text{VHF}}^{(1)}(t_R)$ без инцизуры. Резкое возрастание в какой-то момент времени t спектрального интеграла $E_{\text{VHF}}(t)$ будет являться показателем появления инцизуры в форме PW. Наличие инцизуры также может быть зафиксировано, если сравнить значения $|V_1(v_*, t_*)|^2$ и $|V_2(v_*, t_*)|^2$ (рис. 8) в момент времени $t_* = (t_L + t_R)/2$ при частоте $v_* = 7 \text{ Hz}$, находящейся на левой границе диапазона VLF. Отношение $|V_2(v_*, t_*)|^2 / |V_1(v_*, t_*)|^2 \approx 577$.

Закключение

В процессе настоящего исследования было обработано 23 сигнала реальных записей пульсовых волн. С помощью процедуры нелинейной аппроксимации формы PW набором гауссовых функций построены соответствующие математические модели сигналов PW. Найдено оптимальное количество гауссовых пиков $n_L \leq 5$, которые хорошо аппроксимируют сложную форму PW в случае единственного сокращения сердца. Метод протестирован на сигналах PW сосудов, для которых наблюдается ярковыраженная инцизура, и сосудов с монотонным ходом формы сигнала PW. Существенные

отличия между этими случаями были обнаружены с помощью спектральных интегралов $E_\mu(t)$ в диапазоне частот $\mu = \text{HF} = [3.5 - 7 \text{ Hz}]$ и $\mu = \text{VHF} = [7 - 10 \text{ Hz}]$. Резкое возрастание $E_\mu(t)$ в этих диапазонах μ является критерием появления инцизуры во время проведения функциональных проб человека. Отметим, что отсутствие инцизуры может указывать на патологию сердечных клапанов и сосудов.

Предлагаемый подход, основанный на CWT и анализе поведения во времени спектральных интегралов $E_\mu(t)$, обладает большей чувствительностью к локальным изменениям во времени структуры сигнала PW по сравнению с традиционными методами анализа формы PW. Преимущество применения метода CWT с адаптивным выбором размера окна в зависимости от частоты состоит в том, что этот метод в отличие от STFT не требует выделения характерных точек в конфигурации исследуемого сигнала, а также выбора оптимального окна W.

Обнаруженные в ходе работы особенности поведения спектральных интегралов PW могут быть применены в клинической практике в задачах автоматизированной диагностики сердечно сосудистых заболеваний.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] В.В. Бороноев. Медицинская техника, **4**, 33 (2014).
- [2] H.W. Loh, S. Xu, O. Faust, C.P. Ooi, P.D. Barua, S. Chakraborty, U.R. Acharya. Computer Methods and Programs in Biomedicine, **216**, 106677 (2022). DOI: 10.1016/j.cmpb.2022.106677
- [3] E. Martinez-Ríos, L. Montesinos, M. Alfaro-Ponce. Computers in Biology and Medicine, **145**, 105479 (2022). DOI: 10.1016/j.combiomed.2022.105479
- [4] J.W. Cunningham, P. Achille, V.N. Morrill, L.C. Weng, S.H. Choi, S. Khurshid, S.A. Lubitz. Circulation: Genomic and Precision Medicine, **16** (1), e003676 (2023).
- [5] H.W. Loh, S. Xu, O. Faust, C.P. Ooi, P.D. Barua, S. Chakraborty, U.R. Acharya. Computer Methods and Programs in Biomedicine, **216**, 106677 (2022). DOI: 10.1016/j.cmpb.2022.106677
- [6] C.L. Seok, Y.D. Song, B.S. An, E.C. Lee. Sensors, **23** (10), 4634 (2023). DOI: 10.3390/s23104634
- [7] N.A. Ushakov, A.A. Markvart, L.B. Liokumovich. IEEE Sensors J., **20** (19), 11302 (2020). DOI: 10.1109/JSEN.2020.2997465
- [8] A.H. Chowdhury, B. Jafarizadeh, A.R. Baboukani, N. Pala, C. Wang. Biosensors Bioelectron., **237**, 115449 (2023).
- [9] P.H. Charlton, M.J. Harana, S. Vennin, Y. Li, P. Chowieniczky, J. Alastruey. American J. Physiology-Heart and Circulatory Physiology, **317** (5), H1062 (2019).
- [10] Z. Fan, G. Zhang, S. Liao. *Pulse wave analysis* (Advanced Biomedical Engineering — IntechOpen, 2011) DOI: 10.5772/22600
- [11] M.A. Goda, P.H. Charlton, J.A. Behar. Computing in Cardiology (CinC), IEEE, **50**, 1 (2023).
- [12] T.S. Manning, B.E. Shyoff, J.L. Izzo Jr. Hypertension, **39** (5), 963 (2002).
- [13] J. Nürnberger, A. Keflioglu-Scheiber, A.M.O. Saez, R.R. Wenzel, T. Philipp, R.F. Schäfers. J. Hypertension, **20** (12), 2407 (2002). DOI: 10.1097/00004872-200212000-00020
- [14] J.L. Moraes, M.X. Rocha, G.G. Vasconcelos, J.E. Filho, V.H.C. Albuquerque, A.R. Alexandria. Sensors, **18** (6), 1894 (2018). DOI: 10.3390/s18061894
- [15] J. Park, H.S. Seok, S.S. Kim, H. Shin. Frontiers in Physiology, **12**, 808451 (2022). DOI: 10.3389/fphys.2021.808451
- [16] V.V. Boronoyev, O.S. Rinchinov. Radiophysics and Quantum Electronics, **41** (8), 706 (1998). DOI: 10.1007/BF02676481
- [17] H.T. Wu, H.K. Wu, C.L. Wang, Y.L. Yang, W.H. Wu, T.H. Tsai, H.H. Chang. PloS one, **11** (6), e0157135 (2016). DOI: 10.1371/journal.pone.0157135
- [18] А.А. Федотов. Медицинская техника, **6**, 22 (2012).
- [19] Н.А. Ушаков, Е.А. Семина, А.А. Маркварт, Л.Б. Лиокумович. Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского гос. политех. ун-та. Физ.-мат. науки, **14** (4), 158 (2021).
- [20] С. Малла. *Вэйвлеты в обработке сигналов* (Мир, М., 2005), с. 671. [пер. с англ.: S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing* (Academic Press, NY-London-Sydney, 2005)].
- [21] А.А. Короновский, А.Е. Храмов. *Непрерывный вейвлет-анализ и его приложения* (Физматлит, М., 2003). [А.Е. Храмов, А.А. Короноский, В.А. Макаров, А.Н. Павлов, Е. Ситникова. *Wavelets in Neuroscience* (Springer, 2015)].
- [22] К. Чун. *Введение в вэйвлеты* (Мир, М., 2001). [пер. с англ.: C.K. Chui. *An Introduction to Wavelets* (Academic Press, 1992)].
- [23] Н.К. Смоленцев. *Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB* (ДМК Пресс, М., 2008)
- [24] С.В. Божокин, С.В. Жарко, Н.В. Ларионов, А.Н. Литвинов, И.М. Соколов. ЖТФ, **87** (6), 822 (2017). DOI: 10.21883/JTF.2017.06.44502.1721 [S.V. Bozhokin, S.V. Zharko, N.V. Larionov, A.N. Litvinov, I.M. Sokolov. Tech. Phys., **62** (6), 837 (2017). DOI: 10.1134/S1063784217060068].
- [25] P.S. Addison. Physiological Measurement, **26** (5), R155 (2005). DOI: 10.1088/0967-3334/26/5/R01
- [26] M. Li, W. Chen, T. Zhang. Biomedical Signal Processing and Control, **34**, 114 (2017). DOI: 10.1016/j.bspc.2017.01.010
- [27] O. Faust, U.R. Acharya, H. Adeli, A. Adeli. Seizure, **26**, 56 (2015). DOI: 10.1016/j.seizure.2015.01.012
- [28] S.V. Bozhokin, I.B. Suslova. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, **421**, 151 (2015). DOI: 10.1016/j.physa.2014.11.026
- [29] S.V. Bozhokin, I.B. Suslova. Biomedical Signal Processing and Control, **10**, 34 (2014). DOI: 10.1016/j.physa.2014.11.026
- [30] С.В. Божокин, Е.М. Лесова, В.О. Самойлов, П.И. Толкачев. Биофизика, **57** (4), 696 (2012). [S.V. Bozhokin, E.M. Lesova, V.O. Samoilov, P.I. Tolkachev. Biophysics, **57** (4), 530 (2012). DOI: 10.1134/S0006350912040033].
- [31] С.В. Божокин, Е.М. Лесова, В.О. Самойлов, К.А. Баранцев. Биофизика, **65** (1), 175 (2020). DOI: 10.31857/S0006302920010196 [S.V. Bozhokin, E.M. Lesova, V.O. Samoilov, K.A. Barantsev. Biophysics, **65** (1), 151 (2020). DOI: 10.1134/S0006350920010029].

- [32] С.В. Божокин, С.В. Ермак, В.В. Семенов. Тр. Санкт-Петербургского гос. политех. ун-та. Радиофизика, электроника, информационные технологии, **507**, 160 (2008).
- [33] J. Zhang, X. Geng, Y. Zhang, F. Yao, Y. Wang, H. Zhang. Technology and Health Care, **31** (S1), 551 (2023). DOI: 10.3233/THC-236049
- [34] X. Zhang, Y. Shang, D. Guo, T. Zhao, Q. Li, X.A. Wang. J. Biomedical Science and Engineering, **9** (10), 9 (2016). DOI: 10.4236/jbise.2016.910b002
- [35] В.В. Бороноев, Б.З. Гармаев, И.В. Лебединцева. Оптика атмосферы и океана, **20** (12), 1142 (2007).
- [36] Б.З. Гармаев, В.В. Бороноев. Программные системы и вычислительные методы, **1**, 45 (2018).