03

Влияние флуктуаций скорости вращения на свойства турбулентных течений

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: jilenko@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 11 июня 2026 г.
В окончательной редакции 9 июля 2026 г.
Принято к публикации 16 июля 2026 г.

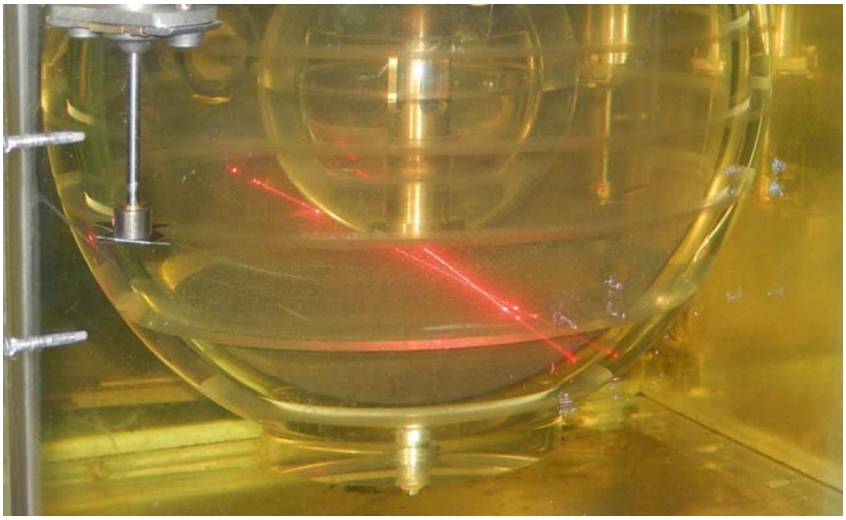
Экспериментально исследованы турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое при встречном вращении границ. Рассматривается влияние шума в виде случайных во времени флуктуаций, вносимых в скорость вращения одной из сфер при постоянной скорости вращения другой. Зависимость скорости течения от амплитуды шума определяется тем, скорость вращения какой именно из сфер подвергается воздействию шума. Установлена возможность уменьшения амплитуды пульсаций скорости течения под влиянием шума. Определены амплитуды шума, при которых изменяются спектры пульсаций скорости течений.

Ключевые слова: шум, сферическое течение Куэтта.

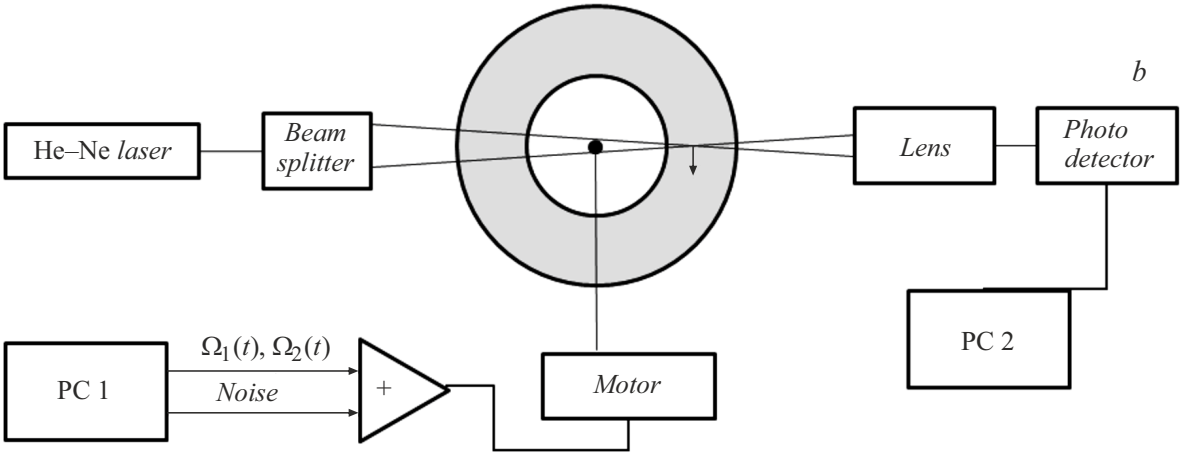
DOI: 10.61011/PJTF.2026.21.63659.20806

Турбулентные течения в природных и технических системах подвержены, как правило, воздействию случайных возмущений, которые могут приводить к смене режимов турбулентности и изменению их свойств [1,2]. Так, в соответствии с численными результатами [3,4] при внесении случайных во времени флуктуаций (шума) возможны переходы между трехмерной турбулентностью с прямым каскадом передачи энергии в инерционном интервале и двумерной турбулентностью с обратным каскадом передачи энергии. В численных исследованиях в качестве шума могут приниматься погрешности численных расчетов [5,6]. Во всех приведенных численных результатах [3–6] шум одного и того же вида и амплитуды присутствовал во всей области течения. Интерес к исследованиям воздействия шума на турбулентные течения вызван необходимостью повышения точности расчетов крупномасштабных геофизических течений при недостаточном пространственном разрешении, что может обеспечиваться добавлением шума с целью моделирования подсеточных процессов [7,8]. Предметом исследования в настоящей работе являются турбулентные состояния в сферическом течении Куэтта (СТК) — течении вязкой несжимаемой жидкости в зазоре между коаксиально расположенными сферами. Исследуемые турбулентные течения формируются при встречном вращении границ вокруг общей оси. Ранее воздействие внешнего шума в СТК изучалось экспериментально и численно [9,10], но только на ламинарные и потерявшие устойчивость течения. В отличие от приведенных выше численных результатов [3–8] в [9,10] шум вносился только в сигнал скорости вращения внутренней сферы. Распространение шума приводило к изменениям амплитуды и спектров флуктуаций скоростей течения [11]. Экспериментальные результаты исследования воздействия шума на турбулентные течения во вращающихся сферических слоях авторам неизвестны. Имеющиеся экспериментальные данные ограничены в основном исследованиями воздействия шума на волновую турбулентность на поверхности жидкости [12].

Целью настоящей работы являются экспериментальные исследования влияния внешнего шума на изменение свойств турбулентных режимов в СТК. Шум в виде случайных во времени флуктуаций скорости вращения с нулевым средним значением добавлялся к постоянным средним угловым скоростям либо внутренней (Ω_{01}), либо внешней (Ω_{02}) сферы. Турбулентные течения рабочей жидкости — силиконового масла — формируются при встречном вращении оптически прозрачных сфер с радиусами $r_1 = 0.075\,\mathrm{m}$ для внутренней и $r_2 = 0.150\,\mathrm{m}$ для внешней сферы. Для визуализации течения в силиконовое масло добавлена алюминиевая пудра, кинематическая вязкость масла составляет $\nu = 5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$ при температуре жидкости в слое $22\,^{\circ}\mathrm{C}$. С целью сохранения в каждом эксперименте постоянной температуры рабочей жидкости (с точностью до $\pm 0.05\,^{\circ}\mathrm{C}$) сферы погружены в оптически прозрачный термостат с регулируемой температурой силиконового масла. Температура рабочей жидкости измеряется расположенным на экваторе внешней сферы датчиком. Азимутальная компонента скорости течения u_φ [m/s] измерялась лазерным анемометром вблизи внешней сферы в точке, удаленной от оси вращения на расстояние $0.105\,\mathrm{m}$ и от плоскости экватора на $0.078\,\mathrm{m}$ (рис. 1, *a*). Используемый в эксперименте лазерный анемометр основан на оптической схеме прямого рассеяния. В такой схеме источник лазерного излучения и фотоприемник расположены по разные стороны от точки измерения



a



b

Рис. 1. *a* — фотография экспериментальной установки. Красные линии под внутренней сферой — лучи лазера после расщепления, измерение скорости производится в точке пересечения лучей. Поскольку внешняя сфера увеличивает изображение, положение точки пересечения лазерных лучей относительно внутренней и внешней сферы искажено. *b* — схема проведения эксперимента. Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи.

скорости (рис. 1, *b*). Используемая оптическая схема обеспечивает высокое соотношение сигнал–шум, при котором не наблюдается потери сигнала, и он может быть записан через равные интервалы времени. Сигнал u_φ записывался с частотой опроса 25.45 Hz с целью последующей обработки. Цифровая система управления вращением сфер с выделенным сигнальным процессором поддерживает заданные величины Ω_{01} и Ω_{02} с погрешностью не более 0.02 %. На валах приводов каждой сферы расположены датчики скорости вращения, обеспечивающие сигнал фазы. Производная по времени от сигнала фазы представляет собой мгновенные значения угловой скорости внутренней $\Omega_1(t)$ и внешней $\Omega_2(t)$ сфер, и при сравнении фактического и заданного значений выдается управляющее воздействие на привод. С помощью генератора случайных чисел создаются возмущения нормированной величины с нулевым средним значением — шум, который вносится в сигнал скорости вращения одной из сфер, а скорость вращения другой остается постоянной. Сигналы скорости вращения сфер записываются с частотой опроса 20 Hz. Для обеспечения необходимого вида спектра шума в системе управления предусмотрена возможность добавления возмущений через интервалы времени, бóльшие, чем тактовый период работы системы управления (0.04 s). С целью обеспечения максимально возможной амплитуды шума в настоящей работе возмущения скорости вращения создаются на каждом пятнадцатом шаге по времени. Предельные значения амплитуды шума также зависят от максимальной величины ускорения, относящегося к изменению частоты вращения, и в настоящем исследовании эта величина составляла $0.2\,\mathrm{s}^{-2}$. В результате получен такой вид спектра шума: в диапазоне частот от 0.01 до 0.25 Hz это „белый“ шум, на более высоких ча-

стотах амплитуды возмущений экспоненциально затухают (рис. 2, *a*). Безразмерная величина амплитуды шума N определялась как $N_j = \frac{1}{\Omega_{0j}}\sqrt{\frac{1}{K-1}\sum_{i=1}^{K}\left(\Omega_j(t_i)-\Omega_{0j}\right)^2}$, где $j = 1, 2$ (1 — внутренняя сфера, 2 — внешняя), K — длина временно́й выборки. Вид спектра шума, выбранный нами, позволяет увеличить амплитуду шума N_1 внутренней сферы и внести шум в сигнал скорости внешней сферы при сохранении работоспособности системы управления вращением сфер. В [9] участок с „белым“ шумом в спектре вплоть до 1 Hz позволял обеспечить значения $N_1 < 0.12$. В настоящей работе участок с „белым“ шумом в спектре сохраняется только до 0.25 Hz, при этом возможно увеличение N_1 до 0.2.

Эксперименты проводились следующим образом. Сначала без внесения внешнего шума формировались турбулентные течения при числах Рейнольдса $\mathrm{Re}_1 = \Omega_{01} r_1^2/\nu = 382$ и 390 для внутренней сферы и

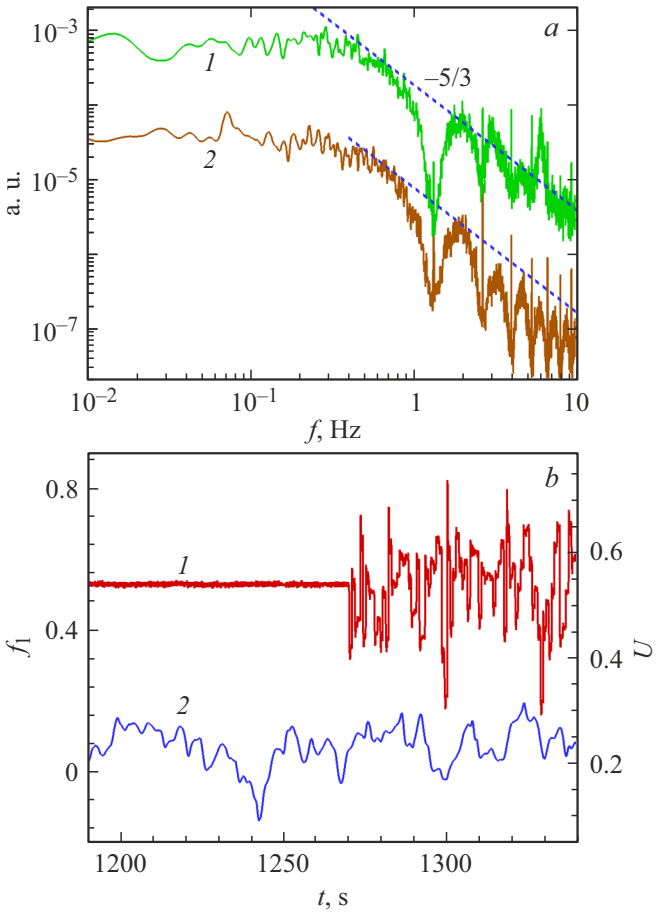


Рис. 2. *a* — спектры сигналов скорости вращения. *1* — спектр $\Omega_2(t)$, $\mathrm{Re}_1 = 390$, $N_2 = 0.034$; *2* — спектр $\Omega_1(t)$, $\mathrm{Re}_1 = 382$, $N_1 = 0.1953$. Для наглядности спектры разнесены по вертикальной оси. Штриховые линии — аппроксимация наклона спектров при частоте $f > 0.25$ Hz. *b* — $\mathrm{Re}_1 = 382$, $N_1 = 0.1953$. *1* — сигнал скорости вращения $\Omega_1(t)/2\pi$ (левая ось), *2* — нормированная скорость течения U (правая ось).

$\mathrm{Re}_2 = \Omega_{02} r_2^2/\nu = -700$ для внешней (знак минус соответствует встречному вращению сфер). Первое из упомянутых выше значений чисел Рейнольдса соответствует критическому значению, начиная с которого в случае отсутствия добавления шума наблюдается формирование турбулентности [13]. Течения получались путем увеличения числа Re_1 при постоянном значении Re_2. В отсутствие дополнительно вносимых возмущений случайные флуктуации в сигналах $\Omega_1(t)$ и $\Omega_2(t)$ не превышали $N_1 = 0.0089$ и $N_2 = 0.011$ при $\mathrm{Re}_1 = 382$ и $N_1 = 0.0090$, $N_2 = 0.0117$ при $\mathrm{Re}_1 = 390$. Спектр случайных флуктуаций сигналов скоростей вращения без внесения дополнительных возмущений соответствовал спектру „белого“ шума в диапазоне частот 0.01–1 Hz, на частотах свыше 1 Hz амплитуда спектра возрастала с появлением пиков на отдельных частотах. Таким образом, спектр фонового шума без дополнительных возмущений существенно отличается от спектров дополнительно вносимого в течение шума, представленных на рис. 2, *a*. Амплитуды вносимого шума находились в следующих диапазонах: $0.07 < N_1 < 0.1953$, $0.013 < N_2 < 0.0242$ при $\mathrm{Re}_1 = 382$; $0.066 < N_1 < 0.10$, $0.027 < N_2 < 0.034$ при $\mathrm{Re}_1 = 390$. Измерения u_φ начинались при стационарном вращении сфер и продолжались не менее 15 min, затем в сигнал скорости вращения одной из сфер подавался шум. Амплитуда этого шума оставалась постоянной в течение каждого эксперимента.

На рис. 2, *b* приведены зависимости частоты вращения $f_1(t) = \Omega_1(t)/2\pi$ и нормированного значения измеряемой азимутальной скорости течения $U = u_\varphi/(\Omega_{01} r_1)$ от времени t до и после подачи дополнительного шума. Рассмотрим, каким образом внесение внешнего шума влияет на средние величины измеряемой азимутальной скорости. Средние значения величин скорости и ее среднеквадратичных отклонений в присутствии шума определялись на интервале времени начиная с 300 s после его включения. Такая оценка была получена в [14] при расчетах. На рис. 3 представлены зависимости относительного увеличения средней скорости течения V от амплитуд шума N_1 и N_2. Здесь $V = \overline{u}_{\varphi N}/\overline{u}_{\varphi 0}$, $\overline{u}_{\varphi N}$ и $\overline{u}_{\varphi 0}$ — осредненные значения азимутальной компоненты скорости течения в присутствии дополнительного шума и без него соответственно. Видно (рис. 3), что во всех случаях внешний шум повышает среднюю скорость течения. Тем не менее результаты внесения шума в сигналы скорости вращения внутренней или внешней сферы существенно различаются. Во-первых, одни и те же значения V, как правило, достигаются при меньших амплитудах шума N_2. Во-вторых, при одних и тех же значениях N_2 увеличение числа Re_1 ведет к уменьшению V, тогда как при одних и тех же величинах N_1 наблюдается обратное. И наконец, самое главное отличие: зависимость V от N_2 близка к квадратичной ($V \sim N_2^2$), тогда как зависимость V от N_1 близка к линейной ($V \sim N_1$), по крайней мере при условии $N_1 < 0.11$ (при бо́льших значениях N_1

происходит насыщение, и dV/dN_1 снижается). С целью подтверждения указанных зависимостей рассчитан коэффициент достоверности аппроксимации в следующем виде:

$$K_R^2 = 1 - \sum_{j=1}^{J_N} \big(V(N_j) - f(N_j)\big)^2 \Big/ \sum_{j=1}^{J_N} \big(V(N_j) - V_{av}\big)^2,$$

$$V_{av} = \sum_{j=1}^{J_N} V(N_j) \Big/ J_N.$$

Здесь суммирование ведется по числу экспериментов J_N с разными уровнями вносимого шума для каждой из зависимостей, представленных на рис. 3. Рассчитанный коэффициент достоверности аппроксимации K_R в случае квадратичной зависимости составляет более 0.95, в случае линейных зависимостей — более 0.98. Качественно похожие зависимости изменений азимутальной скорости от амплитуды возмущений угловой скорости вращения наблюдались ранее и в численных расчетах. Так, квадратичная зависимость приращения средней азимутальной скорости течения от амплитуды периодических колебаний скорости вращения как внутренней, так и внешней границы отмечалась в турбулентных течениях в цилиндрической геометрии [15]. Линейная зависимость приращения скорости (или квадратичная зависимость азимутальной компоненты кинетической энергии) от амплитуды шума, вносимого в сигнал скорости вращения внутренней сферы, наблюдалась для устойчивых ламинарных течений в сферических слоях [14]. Выявление причин указанных выше отличий будет являться предметом дальнейших исследований.

При внесении внешнего шума изменяются не только средние значения азимутальной скорости, но и ее среднеквадратичные отклонения. На рис. 4, *a* представлена зависимость нормированных флуктуаций азимутальной скорости течения $W = W_N/W_0$ от амплитуды шума. Здесь

$$W_N = \frac{1}{\overline{u}_{\varphi N}} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^{K} \big(u_{\varphi N}(t_i) - \overline{u}_{\varphi N}\big)^2},$$

$$W_0 = \frac{1}{\overline{u}_{\varphi 0}} \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^{K} \big(u_{\varphi 0}(t_i) - \overline{u}_{\varphi 0}\big)^2},$$

где $u_{\varphi N}(t_i)$ — мгновенные значения скорости течения с добавлением внешнего шума, $u_{\varphi 0}(t_i)$ — то же без добавления шума. Эти зависимости существенно немонотонны, в них прослеживаются локальные экстремумы. При внесении шума в сигнал скорости вращения внутренней сферы величины W при рассматриваемых числах Re_1 меньше единицы. При одних и тех же значениях N_1 увеличение числа Re_1 приводит к снижению W. С увеличением N_1 разность амплитуд флуктуаций при

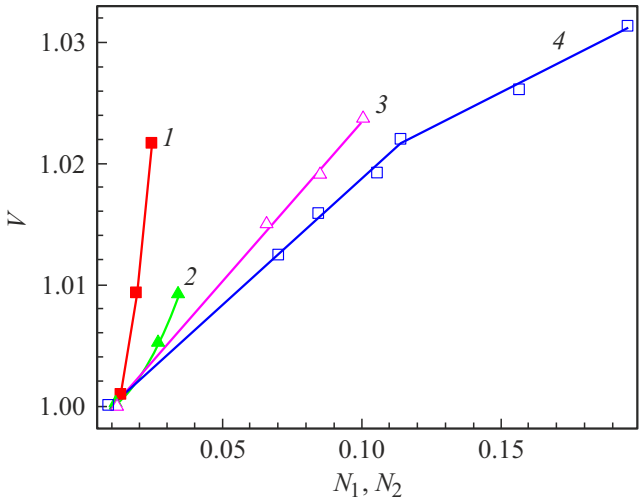


Рис. 3. Зависимость приращения скорости V от амплитуды шума N_2, вносимого в сигнал скорости вращения внешней сферы (*1*, *2*), и от амплитуды шума N_1, вносимого в сигнал скорости вращения внутренней сферы (*3*, *4*). $\mathrm{Re}_1 = 382$ (*1*, *4*) и 390 (*2*, *3*).

рассматриваемых числах Re_1 возрастает. При малых амплитудах шума $N_2 < 0.026$ флуктуации скорости увеличиваются, но в отличие от ламинарных и неустойчивых течений [9,14] при дальнейшем возрастании N_2 величины W также становятся меньше единицы. Спектры пульсаций скорости в отсутствие дополнительного шума для рассматриваемых чисел Re соответствуют спектрам двумерной турбулентности с обратным каскадом передачи энергии: в инерционном интервале на низких частотах наклон $-5/3$, а на более высоких частотах наклон -3. Результаты измерений показывают, что при внесении шума в сигнал внешней сферы вид спектров не изменяется во всем используемом диапазоне изменения амплитуды шума. В случае внесения шума в сигнал внутренней сферы вид спектров может изменяться. Так, при $\mathrm{Re}_1 = 382$ и $N_1 = 0.07$ спектр флуктуаций скорости принимает вид, характерный для трехмерной турбулентности с прямым каскадом передачи энергии и постоянным наклоном $-11/5$. Такой же переход от спектра, соответствующего двумерной турбулентности, к спектру, соответствующему трехмерной турбулентности, происходит при $\mathrm{Re}_1 = 390$ и $N_1 = 0.0657$ (рис. 4, *b*). Если обратиться к рис. 4, *a*, то можно отметить, что все указанные точки, в которых наблюдается смена вида спектра под действием шума, соответствуют более чем 5% снижению амплитуды флуктуаций скорости (по сравнению с течениями без шума). Можно предположить, что происходящее под действием внешнего шума уменьшение амплитуды пульсаций скорости ниже определенного уровня нарушает известные к настоящему времени механизмы взаимодействия пульсаций скорости и крупномасштабных когерентных структур, а именно снижение пульсаций скорости ниже определен-

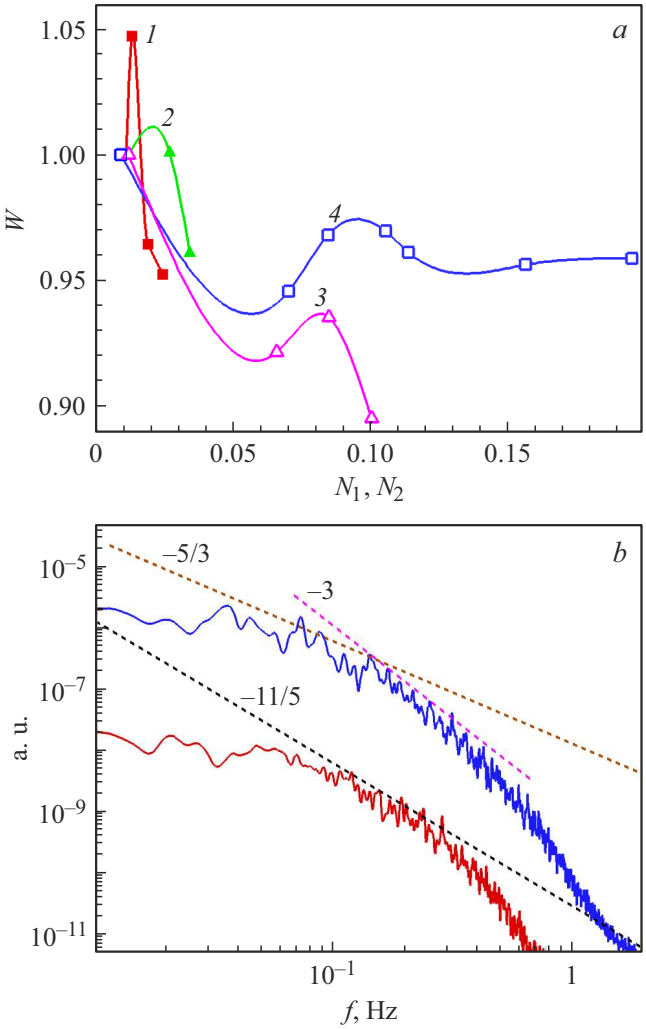


Рис. 4. *a* — зависимость относительного изменения среднеквадратичных отклонений азимутальной скорости течения W от амплитуд шума N_1, N_2. Обозначения те же, что для рис. 3. *b* — спектры пульсаций скорости течения без шума (верхняя кривая) и с шумом, вносимым в угловую скорость вращения внутренней сферы (нижняя кривая) при $\mathrm{Re}_1 = 390$, $N_1 = 0.0657$. Прямыми линиями показаны аппроксимации наклона спектров. Для наглядности данные разнесены по вертикальной координате (с изменением в 100 раз).

ного уровня не позволяет поддерживать обратный каскад передачи энергии турбулентности. Правомерность такого предположения может быть проверена только численно.

Таким образом, внесение шума в сигнал скорости вращения внутренней или внешней сферы перераспределяет энергию турбулентных течений, увеличивая средние значения азимутальной компоненты скорости течения и при относительной амплитуде шума $N_2 > 0.025$ уменьшая амплитуду пульсаций скорости. Под влиянием шума, вносимого в скорость вращения внутренней сферы, наблюдается линейная зависимость приращения скорости течения от N_1. Шум, вносимый в скорость вращения внешней сферы, приводит к квадратичной зависимости приращения скорости течения от N_2. Переход под действием шума к спектру пульсаций скорости, который характерен для трехмерной турбулентности, может происходить при уменьшении амплитуды пульсаций скорости течения.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 25-27-00044).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] A. van Kan, Chaos, **34**, 122103 (2024). DOI: 10.1063/5.0232179
[2] T.A. Zaki, Annu. Rev. Fluid Mech., **57**, 311 (2025). DOI: 10.1146/annurev-fluid-030424-114735
[3] N. Yokoyama, M. Takaoka, Phys. Rev. Fluids, **2**, 092602(R) (2017). DOI: 10.1103/PhysRevFluids.2.092602
[4] Q. Ma, C. Yang, S. Chen, K. Feng, Z. Cui, J. Zhang, J. Fluid Mech., **987**, A29 (2024). DOI: 10.1017/jfm.2024.342
[5] S. Qin, S. Liao, J. Fluid Mech., **948**, A7 (2022). DOI: 10.1017/jfm.2022.710
[6] S. Liao, S. Qin, J. Fluid Mech., **1009**, A2 (2025). DOI: 10.1017/jfm.2025.140
[7] S. Lovejoy, Meteorology, **1**, 414 (2022). DOI: 10.3390/meteorology1040027
[8] K. Singh, A. Komrakova, Phys. Fluids, **36**, 015126 (2024). DOI: 10.1063/5.0187580
[9] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Письма в ЖТФ, **49** (8), 21 (2023). DOI: 10.21883/PJTF.2023.08.55132.19506 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys. Lett., **49** (4), 62 (2023). DOI: 10.21883/TPL.2023.04.55881.19506].
[10] O. Krivonosova, M. Gritsevich, D. Zhilenko, P. Read, Phil. Trans. R. Soc. A, **381**, 20220124 (2023). DOI: 10.1098/rsta.2022.0124
[11] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Письма в ЖТФ, **52** (11), 32 (2026). DOI: 10.61011/PJTF.2026.11.62864.20641
[12] Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, УФН, **182** (8), 879 (2012). DOI: 10.3367/UFNr.0182.201208i.0879 [L.V. Abdurakhimov, M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, I.A. Remizov, S.V. Filatov, Phys. Usp., **55** (8), 818 (2012). DOI: 10.3367/UFNe.0182.201208i.0879].
[13] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Письма в ЖТФ, **45** (17), 20 (2019). DOI: 10.21883/PJTF.2019.17.48218.17740 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys. Lett., **45** (9), 870 (2019). DOI: 10.1134/S106378501909014].

[14] Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, ЖТФ, **94** (2), 189 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57072.246-23 [D.Yu. Zhilenko, O.E. Krivonosova, Tech. Phys., **69** (2), 179 (2024).].
[15] A.V. Ghasemi, M. Klein, U. Harlander, M.V. Kurgansky, E. Schaller, A. Will, Phys. Fluids, **28**, 056603 (2016). DOI: 10.1063/1.4948406