

05

## Магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого феррита-граната. Электрическая поляризация магнитных доменных границ

© А.И. Попов<sup>1</sup>, Ч.К. Сабденов<sup>2</sup>, Д.И. Плохов<sup>3,4,¶</sup>, А.К. Звездин<sup>5,6</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,  
Москва, Зеленоград, Россия

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт,  
Долгопрудный, Россия

<sup>3</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН,  
Москва, Россия

<sup>4</sup> Российский университет дружбы народов,  
Москва, Россия

<sup>5</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
Москва, Россия

<sup>6</sup> ООО «Новые спинтронные технологии»,  
Москва, Сколково, Россия

¶ E-mail: dmitry@plokhov.ru

Поступила в Редакцию 23 февраля 2026 г.

В окончательной редакции 13 мая 2026 г.

Принята к публикации 13 мая 2026 г.

Изучены магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого феррита-граната (ЖИГ). Рассматриваются механизмы формирования магнитоэлектрической подсистемы данного соединения, включая влияние нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля на ионы железа в d-подрешетке. Получены выражения для энергии магнитоэлектрического взаимодействия и электрической поляризованности доменных границ в монокристаллах и тонких пленках ЖИГ.

**Ключевые слова:** неоднородный магнитоэлектрический эффект, антиферромагнитное обменное взаимодействие, доменные границы.

DOI: 10.61011/FTT.2026.06.63571.9134

### 1. Введение

Магнитоэлектрический эффект (МЭЭ) как явление возникновения электрической поляризации вещества под действием магнитного поля был теоретически предсказан И.Е. Дзялошинским для  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  в 1959 г. [1] и практически сразу экспериментально обнаружен Д.Н. Астровым [2,3] и группой Г.Т. Радо [4]. Эти пионерские работы заложили фундамент физики мультиферроиков и магнитоэлектриков. Однако долгое время прогресс в этой области сдерживался малостью наблюдаемых эффектов и ограниченным кругом магнитоэлектрических материалов.

Ситуация кардинально изменилась в последние десятилетия в связи с открытием новых классов соединений с сильной магнитоэлектрической связью. На передний план вышли классические мультиферроики, такие как феррит висмута  $\text{BiFeO}_3$  [5], манганиты типа  $\text{TbMnO}_3$  [6], а также редкоземельные (РЗ) соединения со структурой граната, к которым относятся т.н. парамагнитные гранаты [7] и ферриты-гранаты [8–10], в которых сосуществование магнитного и электрического упорядочений открывает принципиально новые возможности для создания устройств спинтроники и элементной базы обработки информации. В этом аспекте можно отметить,

например, работу, в которой указывается на возможность управления магнитными фазами электрическим полем в мультиферроике [11], обзор по управлению магнитными свойствами твердых тел электрическими полями [12], а также работу по динамике доменных стенок в несобственных мультиферроиках [13].

В настоящее время поиск материалов, обладающих магнитоэлектрическими свойствами, активно продолжается. Известно, что в большинстве случаев реализация такого рода свойств обусловлена наличием нечетных конфигураций магнитных моментов d-ионов (Fe, Mn, Cr) у классических мультиферроиков: феррита висмута, манганитов и др., не обладающих центром инверсии в своем локальном окружении.

Однако в последние годы возник интерес к исследованию упоминавшегося выше нового класса магнитоэлектрических материалов: редкоземельных кристаллов со структурой граната. В этих соединениях магнитные структуры редкоземельных ионов, как правило, являются четными относительно пространственной инверсии (исключением является  $\text{Mn}_3\text{Al}_2\text{Si}_3\text{O}_{12}$  [14]), и в них однородное магнитное поле индуцирует однородные антисегнетоэлектрические структуры электродипольных моментов РЗ ионов с нулевым результирующим моментом [7]. Возникновение электрических дипольных

моментов у редкоземельных ионов под влиянием магнитного поля [7–10], а также и упругих напряжений [15], обусловлено отсутствием пространственной инверсии их окружения. Поляризованность подсистемы редкоземельных ионов в соединениях со структурой граната возникает при наличии неоднородных воздействий, в частности, неоднородного магнитного поля, реализующегося в доменных границах [8,9], либо неоднородного упругого напряжения [15,16].

В этой связи напомним о работе Б.Б. Кричевцова с соавторами [17], в которой сообщается об экспериментальном наблюдении гигантского линейного МЭЭ в эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов при комнатной температуре. Этот результат не только продемонстрировал практическую значимость гранатов как магнитоэлектрических материалов, но и стимулировал интенсивные исследования в области управления магнитными структурами электрическим полем [18–21]. Возможность управлять доменной структурой и положением доменных границ электрическими полями рассматривается сегодня в качестве одного из ключевых элементов создания энергоэффективных устройств магноники и спинтроники [12,22–25].

Несколько позднее было показано, что схожие механизмы формирования электрических дипольных моментов, индуцированных магнитным полем и спин-орбитальным взаимодействием, могут быть реализованы и в других членах семейства гранатов, включая феррит-гранат висмута [26], что открывает путь к созданию материалов с магнитоэлектрическим эффектом при комнатной температуре.

Особое место среди ферритов-гранатов занимает железо-иттриевый гранат (ЖИГ,  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ) как материал, известный своими рекордно низкими потерями при распространении спиновых волн и активно применяющийся в устройствах СВЧ-электроники и магноники [22,27,28]. Несмотря на кубическую центросимметричную структуру элементарной ячейки, ионы  $\text{Fe}^{3+}$  находятся в тетраэдрических позициях (d-подрешетка), не обладающих пространственной инверсией. Данное обстоятельство, как было последовательно обосновано в работе [10], дает возможность индуцирования магнитным полем обменного взаимодействия электрических дипольных моментов ионов железа в d-подрешетке и, тем самым, возможность реализации магнитоэлектрических свойств ЖИГ. В работе [10] были получены соотношения для описания магнитоэлектрических свойств ЖИГ на основе феноменологического подхода.

В настоящей работе развивается микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств ЖИГ, обусловленных индуцированием электрических дипольных моментов у ионов  $\text{Fe}^{3+}$  в d-подрешетке. Детально анализируется роль нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиальных искажений тетраэдрического окружения ионов железа в формировании магнитоэлектрической связи. Исследована антисегнетоэлектрическая структура дипольных моментов

в основном состоянии, а также количественно описана электрическая поляризация блоховских доменных границ в монокристаллах (71-градусные блоховские доменные стенки) и в тонких пленках ЖИГ (90-, 120- и 180-градусные стенки блоховского и неелевского типов). Проведенные микроскопические расчеты позволяют не только оценить абсолютную величину выявляемого эффекта и сравнить ее с известными магнитоэлектрическими материалами, но и объяснить природу неоднородного магнитоэлектрического эффекта в кубических магнетиках.

## 2. Кристаллическая и магнитная структуры ЖИГ

Железо-иттриевый гранат имеет химическую формулу  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ , его структура принадлежит к гексооктаэдрическому классу кубической сингонии и описывается пространственной группой  $O_h^{10}$  ( $Ia\bar{3}d$ ). Элементарная ячейка — объемно-центрированная кубическая с длиной ребра 1.2 нм, состоит из двух примитивных ячеек, включает восемь формульных единиц  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  и содержит 160 атомов.

В структуре граната ионы иттрия и железа размещены по пустотам, возникающим при упаковке ионов кислорода. Существует три типа таких пустот: октаэдрические места (а-места), окруженные шестью ионами  $\text{O}^{2-}$ , тетраэдрические места (d-места), окруженные четырьмя ионами  $\text{O}^{2-}$ , и додекаэдрические места, окруженные восемью ионами кислорода. В элементарной ячейке ЖИГ 16 ионов железа Fe(a) находятся в а-местах, 24 иона железа Fe(d) занимают d-позиции.

Следует отметить, что локальная симметрия окружения для а- и d-мест не является строго кубической. Так, а-места обладают тригональной симметрией окружения, и существуют два типа а-мест, в которых локальные оси симметрии искаженных октаэдров повернуты на углы  $\alpha = \pm 28^\circ$  относительно осей  $\langle 111 \rangle$ . В структуре граната имеется также два типа d-мест, в которых окружающие их тетраэдры несколько растянуты вдоль осей  $\langle 100 \rangle$  (аксиальные искажения) и повернуты вдоль этих осей на углы  $\beta = \pm 16^\circ$  [29].

Нас будут интересовать, главным образом, ионы Fe(d). Расположение 12 ионов Fe(d) в первой примитивной ячейке приведено, например, в работе [14]. Остальные ионы Fe(d) занимают позиции, образующиеся при трансляции первой ячейки на  $[\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}]$ . Координаты всех 24 ионов Fe(d) в элементарной ячейке приведены в таблице 1. Оси симметрии окружения d-мест приведены в таблице 2.

Заметим, что нумерация мест ионов Fe(d) отличается от принятой в работе [14]: она выбрана такой, что окружение мест с номерами  $(k+6)$ , где  $k = 1, \dots, 18$ , отличается от окружения  $k$ -го места операцией пространственной инверсии.

**Таблица 1.** Координаты d-позиций ионов  $\text{Fe}^{3+}$  в элементарной ячейке ЖИГ (в единицах длины ребра ячейки)

| $k$                | 1                                     | 2                                     | 3                                     | 4                                     | 5                                     | 6                                     | 7                                     | 8                                     | 9                                     | 10                                    | 11                                    | 12                                    |
|--------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| $\mathbf{r}^{(k)}$ | $0 \frac{3}{4} \frac{1}{8}$           | $0 \frac{3}{4} \frac{5}{8}$           | $\frac{3}{4} \frac{1}{8} 0$           | $\frac{3}{4} \frac{5}{8} 0$           | $\frac{1}{8} 0 \frac{3}{4}$           | $\frac{5}{8} 0 \frac{3}{4}$           | $0 \frac{1}{4} \frac{7}{8}$           | $0 \frac{1}{4} \frac{3}{8}$           | $\frac{1}{4} \frac{7}{8} 0$           | $\frac{1}{4} \frac{3}{8} 0$           | $\frac{7}{8} 0 \frac{1}{4}$           | $\frac{3}{8} 0 \frac{1}{4}$           |
| $k$                | 13                                    | 14                                    | 15                                    | 16                                    | 17                                    | 18                                    | 19                                    | 20                                    | 21                                    | 22                                    | 23                                    | 24                                    |
| $\mathbf{r}^{(k)}$ | $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{5}{8}$ | $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8} \frac{5}{2} \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8} \frac{1}{2} \frac{5}{2}$ | $\frac{5}{8} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{8} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{3}{8}$ | $\frac{1}{2} \frac{3}{8} \frac{7}{8}$ | $\frac{3}{8} \frac{3}{2} \frac{1}{2}$ | $\frac{3}{8} \frac{7}{2} \frac{1}{2}$ | $\frac{3}{8} \frac{1}{2} \frac{3}{2}$ | $\frac{7}{8} \frac{1}{2} \frac{3}{2}$ |

**Таблица 2.** Локальные оси симметрии ионов  $\text{Fe(d)}$  ЖИГ ( $\beta = 16^\circ$  [29],  $\mathbf{e}^{(k+6)} = -\mathbf{e}^{(k)}$  и  $\mathbf{e}^{(k+12)} = \mathbf{e}^{(k)}$  при  $k = 1, \dots, 6$ )

| $k$  | $\mathbf{e}_z^{(k)}$ | $\mathbf{e}_x^{(k)}$              | $\mathbf{e}_y^{(k)}$              |
|------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1, 2 | (0; 0; 1)            | $(\cos \beta; \pm \sin \beta; 0)$ | $(\mp \sin \beta; \cos \beta; 0)$ |
| 3, 4 | (0; 1; 0)            | $(\pm \sin \beta; 0; \cos \beta)$ | $(\cos \beta; 0; \mp \sin \beta)$ |
| 5, 6 | (1; 0; 0)            | $(0; \cos \beta; \pm \sin \beta)$ | $(0; \mp \sin \beta; \cos \beta)$ |

Главную роль в формировании физических свойств ЖИГ играет антиферромагнитное обменное взаимодействие между ионами железа, осуществляемое через ионы кислорода. Наиболее сильным является взаимодействие между ионами  $\text{Fe(a)}$  и  $\text{Fe(d)}$ , индукция эффективного поля которого  $B_{\text{ad}} \approx 200$  Т. Внутримолекулярные взаимодействия  $\text{Fe(a)}-\text{Fe(a)}$  и  $\text{Fe(d)}-\text{Fe(d)}$  малы по сравнению с взаимодействием  $\text{Fe(a)}-\text{Fe(d)}$ . Магнитные а- и d-подрешетки в полях  $B < 100$  Т можно рассматривать как одну результирующую ad-подрешетку.

### 3. Магнитоэлектрические взаимодействия и антисегнетоэлектрическая структура

Электронный механизм возникновения магнитоэлектрического эффекта, основанный на рассмотрении совместного действия внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  и нечетного кристаллического поля, создаваемого окружением иона, был в общих чертах описан в работе [30]. Применим подход к ионам  $\text{Fe(d)}$  в ЖИГ. Запишем актуальный гамильтониан возмущения:

$$V_E = -\mathbf{dE} + V_{\text{CF}}^{\text{odd}}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{d} = -e \sum_{n=1}^N \mathbf{r}_n$  — дипольный момент иона железа с  $N = 5$  электронами в его 3d-оболочке, а  $V_{\text{CF}}^{\text{odd}}$  — оператор нечетного кристаллического поля. Для неискаженного тетраэдра в локальных осях

$$V_{\text{CF}}^{\text{odd}} = ib_3 r^3 (C_{-2}^3 - C_2^3), \quad (2)$$

где оператор  $C_k^q = \sum_{n=1}^N C_k^q(n)$ , а  $C_k^q(n)$  — одноэлектронные неприводимые тензорные операторы. Параметр  $b_3$

характеризует нечетное кристаллическое поле третьего порядка; в модели точечных зарядов при учете ионов кислорода ближайшего окружения  $b_3 = (2eQ\sqrt{30})/R^4$ , где  $Q = -2e$  — заряд иона кислорода, а  $R$  — расстояние от иона  $\text{Fe(d)}$  до ионов кислорода тетраэдра.

Выражение (2) по форме полностью совпадает с аналогичным выражением для редкоземельных ионов [7]. В этой связи воспользуемся схемой получения гамильтониана магнитоэлектрического взаимодействия, изложенной в работе [30], основанной на нахождении линейных по  $\mathbf{E}$  поправок к уровням энергии, возникающих во втором порядке теории возмущений с малым параметром  $\|V_E\|/W \ll 1$ , где  $\|V_E\|$  — норма оператора (1), а  $W$  — разница энергий основного состояния  $6S$  конфигурации  $3d^5$  и энергиями возбужденных конфигураций с противоположной четностью  $3d^4 4p$  (энергия  $W_p$ ) и  $3d^4 4f$  (энергия  $W_f$ ). Величины  $W_{p,f} \approx 10^5 \text{ см}^{-1}$ . В результате для магнитоэлектрического гамильтониана получим выражение

$$H_{\text{me}} = -\frac{2e}{7\sqrt{15}} \left( \frac{r_{\text{dp}}}{W_p} B_p + \frac{4r_{\text{df}}}{W_f} B_f \right) \times (iE_x(C_{-1}^2 + C_1^2) + E_y(C_{-1}^2 - C_1^2) + iE_z(C_{-2}^2 - C_2^2)), \quad (3)$$

в котором  $r_{\text{dp}} = \langle d|r|p \rangle$  и  $r_{\text{df}} = \langle d|r|f \rangle$  — радиальные интегралы ( $r \approx 0.05$  нм), а  $B_p = b_3 \langle d|r^3|p \rangle$  и  $B_f = b_3 \langle d|r^3|f \rangle$  — параметры нечетного кристаллического поля третьего порядка, связывающего состояния основной конфигурации  $3d^5$  с состояниями возбужденных конфигураций  $3d^4 4p$  и  $3d^4 4f$ . Параметры  $B_p$  и  $B_f$  по порядку величины могут достигать значений  $10^4 \text{ см}^{-1}$ .

При получении уравнения (3) мы ограничились учетом операторов второго порядка, которые действуют на пространственные координаты, тогда как основным состоянием иона  $\text{Fe}^{3+}$  является орбитальный синглет  $6S$ . Поэтому нам требуется перейти от операторов  $C_k^2$ , действующих на пространственные переменные, к операторам  $C_k^2$ , действующим на спиновые переменные. Переход к спиновым операторам осуществляется, согласно [31], благодаря совместному действию спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля  $V_{\text{ax}} = B_2 C_0^2$ , возникающего при учете растяжения тетраэдра.

Запишем гамильтониан возмущения:

$$V = V_{SL} + V_{ax}, \quad (4)$$

в котором  $V_{SL} = \xi \sum_{n=1}^N \mathbf{l}_n \mathbf{s}_n$  — гамильтониан спин-орбитального взаимодействия (константа  $\xi = 440 \text{ см}^{-1}$ ), а  $V_{ax} = B_2 C_0^2$  — гамильтониан аксиального кристаллического поля (константа  $B_2 \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$ ). Под действием возмущения  $V$  волновые функции терма  ${}^6S$  примут вид

$$|\psi(M_S)\rangle = |SM_S\rangle - \frac{1}{E_P} \sum \langle {}^4P | V_{SL} | SM_S \rangle |{}^4P\rangle - \frac{1}{E_P E_D} \sum \langle {}^4D | V_{ax} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM_S \rangle |{}^4D\rangle + \dots, \quad (5)$$

где  $S$  и  $M_S$  — квантовые числа невозмущенного терма, а  $E_{P,D} \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$  — интервалы энергии, отделяющие термы  ${}^4P$  и  ${}^4D$  конфигурации  $3d^5$  от основного терма  ${}^6S$ . В выражении (5) суммирование осуществляется по всем состояниям  ${}^4P$  и  ${}^4D$ . Матричный элемент

$$\begin{aligned} \langle \psi(M_S) | C_k^2 | \psi(M'_S) \rangle &= -\frac{1}{E_P^2 E_D} \\ &\times \sum (\langle SM_S | V_{SL} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{ax} | {}^4D \rangle \langle {}^4D | C_k^2 | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM'_S \rangle \\ &+ \langle SM_S | V_{SL} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | C_k^2 | {}^4D \rangle \langle {}^4D | V_{ax} | {}^4P \rangle \langle {}^4P | V_{SL} | SM'_S \rangle). \end{aligned} \quad (6)$$

Используем генеалогическую схему составления волновых функций:

$$\begin{aligned} |SM_S\rangle &= \sum G_{S_1 L_1}^{5/2 0} C_{L_1 M_{L_1} 2 m}^{00} \\ &\times \Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}} (-1)^{N-i} \psi_{2m 1/2 \mu}(i), \\ |{}^4L M_L M_S\rangle &= \sum G_{S_1 L_1}^{3/2 L} C_{L_1 M_{L_1} 2 m}^{L M_L} C_{S_1 M_{S_1} 1/2 \mu}^{3/2 M_S} \\ &\times \Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}} (-1)^{N-i} \psi_{2m 1/2 \mu}(i), \end{aligned}$$

где  $L = 1$  для  ${}^4P$ - и  $L = 2$  для  ${}^4D$ -состояний,  $G_{S_1 L_1}^{S L}$  — генеалогические коэффициенты [32],  $C_{\alpha \beta \gamma}^{c \gamma}$  — коэффициенты Клебша–Гордана,  $\Psi_{S_1 L_1 M_{S_1} M_{L_1}}$  — волновая функция исходного иона. После некоторых вычислений получим

$$\langle \psi(M_S) | C_k^2 | \psi(M'_S) \rangle = K C_{20 2k}^2 \langle SM_S | C_k^2(S) | SM'_S \rangle, \quad (7)$$

где  $C_k^2(S)$  — неприводимый тензорный оператор, действующий в спиновом пространстве с приведенным матричным элементом  $\langle S | C^2(S) | S \rangle = \sqrt{2S+1}$ , коэффициент  $K = (\sqrt{14} \xi^2 B_2) / (35 E_P^2 E_D)$ . Соотношение (7) означает, что в выражении (3) для магнитоэлектрического гамильтониана

$$C_k^2 = K C_{20 2k}^2 C_k^2(S). \quad (8)$$

Подставим (8) в выражение (3) и найдем, что

$$\begin{aligned} H_{me} &= p [i E_x (C_{-1}^2(S) + C_1^2(S)) \\ &+ E_y (C_{-1}^2(S) - C_1^2(S)) - 2i E_z (C_{-2}^2(S) - C_2^2(S))], \\ p &= \frac{8e}{245\sqrt{15}} \left( \frac{r_{dp}}{W_p} B_p + \frac{4r_{df}}{W_f} B_f \right) \frac{\xi^2 B_2}{E_P^2 E_D}. \end{aligned} \quad (9)$$

Основное состояние  ${}^6S$  ионов железа  $\text{Fe}(d)$  расщепляется сильным эффективным магнитным полем обменного взаимодействия  $a-d$ , индукция которого  $\mathbf{B}_{ex} = -\lambda \mathbf{M}_a$ , где  $\mathbf{M}_a$  — намагниченность  $a$ -подрешетки ионов железа,  $\lambda$  — параметр молекулярного поля,  $B_{ex} \approx 200 \text{ Т}$ . В системе координат с осью квантования  $\mathbf{h} \parallel \mathbf{B}_{ex}$  собственными состояниями являются  $|SM_S\rangle$ , энергии которых  $E_{M_S} = 2\mu_B B_{ex} M_S$ . Перейдем в выражении (9) к оси квантования  $\mathbf{h}$  и удержим при переходе к новой системе координат только оператор  $C_0^2$ , поскольку только его средние значения по состояниям  $|SM_S\rangle$  отличны от нуля. В результате для иона  $\text{Fe}(d)$ , находящегося в  $k$ -м месте, получим

$$H_{me}^{(k)} = p\sqrt{6} \left( E_x h_y^{(k)} h_z^{(k)} + E_y h_x^{(k)} h_z^{(k)} - 2E_z h_x^{(k)} h_y^{(k)} \right) C_0^2(S). \quad (10)$$

В выражении (10) компоненты векторов  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{E}$  даны в локальной системе координат  $\mathbf{e}^{(k)}$  иона  $k$ -го места. Теперь усредним  $C_0^2(S)$  по состояниям  $|SM_S\rangle$  иона  $\text{Fe}(d)$  и найдем вклад  $F_{me}^{(k)}$  магнитоэлектрического взаимодействия  $k$ -го иона в свободную энергию ЖИГ:

$$F_{me}^{(k)} = p\sqrt{6} \left( E_x h_y^{(k)} h_z^{(k)} + E_y h_x^{(k)} h_z^{(k)} - 2E_z h_x^{(k)} h_y^{(k)} \right) \langle C_0^2(S) \rangle, \quad (11)$$

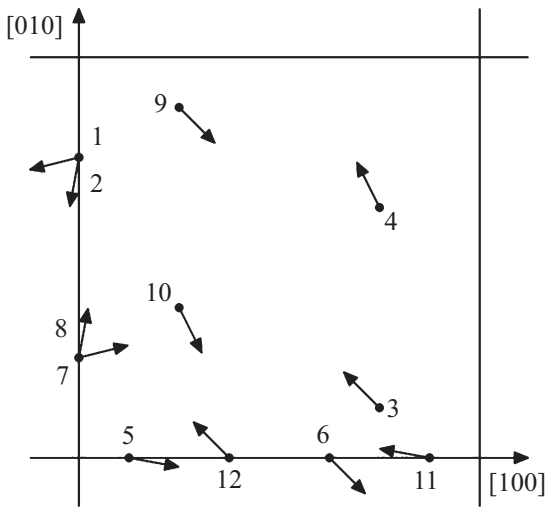
$$\begin{aligned} \langle C_0^2(S) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{M_S=-5/2}^{+5/2} (3M_S^2 - S(S+1)) \\ &\times \exp \left( -\frac{2\mu_B B_{ex} M_S}{k_B T} \right) / \sum_{M_S=-5/2}^{+5/2} \exp \left( -\frac{2\mu_B B_{ex} M_S}{k_B T} \right). \end{aligned}$$

Из полученного соотношения (11) следует, что индуцированный обменным полем электрический дипольный момент  $k$ -го иона

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^{(k)} &= -\frac{\partial F_{me}^{(k)}}{\partial \mathbf{E}} \\ &= -p\sqrt{6} \left( h_y^{(k)} h_z^{(k)} \mathbf{e}_x^{(k)} + h_x^{(k)} h_z^{(k)} \mathbf{e}_y^{(k)} - 2h_x^{(k)} h_y^{(k)} \mathbf{e}_z^{(k)} \right) \langle C_0^2(S) \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

При однородной намагниченности имеем  $\mathbf{d}^{(k+6)} = -\mathbf{d}^{(k)}$ , что прямо следует из соотношений  $\mathbf{e}^{(k+6)} = -\mathbf{e}^{(k)}$  (см. табл. 2), поэтому электрические дипольные моменты ионов  $\text{Fe}(d)$  образуют сложные антисегнетоэлектрические структуры с нулевым результирующим моментом ячейки. Ось легкого намагничивания ЖИГ направлена вдоль  $\langle 111 \rangle$ . В случае  $\mathbf{h} \parallel [111]$  конфигурация электрических дипольных моментов ионов  $\text{Fe}(d)$  для первых двенадцати мест приведена на рис. 1.

Для экспериментального обнаружения такого состояния можно использовать, например, сканирующую зондовую микроскопию (например, PFM — piezoresponse force microscopy) в режиме локального зондирования на монокристаллах  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  при низких температурах в условиях, когда расщепление уровней ионов  $\text{Fe}(d)$  обусловлено сильным внутренним обменным полем



**Рис. 1.** Конфигурация электрических дипольных моментов ионов железа Fe(d) в примитивной ячейке при намагниченности, ориентированной вдоль оси [111].

$B_{ex} \approx 200$  Т, существующим в кристалле при низких температурах. Разрешение PFM-метода позволит визуализировать антиферроэлектрические конфигурации на наноуровне при отсутствии макроскопической поляризованности.

В случае неоднородной намагниченности, реализуемой, например, в доменных стенках, возникает раскомпенсация электрических дипольных моментов ионов Fe(d) в ячейке за счет отсутствия центра инверсии в окружении, что приводит к возникновению в ней отличного от нуля суммарного дипольного момента, а тем самым и к возникновению ненулевой поляризованности материала.

Эффект макроскопической поляризации в доменных стенках предсказан и феноменологически рассмотрен в основополагающей работе В.Г. Барьяхтара и др. [33], в которой в рамках феноменологического подхода было представлено выражение для поляризации доменных границ в частном случае кристаллов ромбоэдрической симметрии ( $D_{2h}$ ) и сделан вывод об отсутствии результирующей поляризованности блоховских доменных границ.

В настоящей работе развита микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств железо-иттриевого граната, принадлежащего к новому классу магнитоэлектрических материалов, обладающих кубической симметрией  $O_h^{10}$ . Установлено, что в данном случае неоднородный магнитоэлектрический эффект определяется пространственной симметрией (не точечной!), и поэтому поляризованность блоховских доменных границ в рассматриваемом случае отличается от нуля.

Для нахождения поляризованности воспользуемся соотношением

$$h_\alpha(r)h_\beta(r) - h_\alpha(r')h_\beta(r') = \nabla(h_\alpha h_\beta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'))$$

и получим магнитоэлектрическую энергию элементарной ячейки

$$F_{me} = \sum_{k=1}^{24} F_{me}^{(k)}.$$

Поляризованность материала естественным образом определим как дипольный момент ячейки, отнесенный к ее объему,

$$P_\alpha = -\frac{1}{a^3} \frac{\partial F_{me}}{\partial E_\alpha},$$

где индекс  $\alpha = x, y, z$  относится к осям лабораторной системы координат. В результате будем иметь

$$P_x = \Omega \left( 2 \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \right) (h_y h_z),$$

$$P_y = \Omega \left( 2 \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \right) (h_x h_z),$$

$$P_z = \Omega \left( 2 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \right) (h_x h_y),$$

$$\Omega = -\frac{\sqrt{6}}{4} \frac{p}{a^3} \langle C_0^2(S) \rangle \cos(2\beta). \quad (13)$$

Следует особо подчеркнуть, что полученное выражение (13) для поляризованности не сводится к традиционному виду, описываемому полностью антисимметричным тензором Леви-Чивиты, приводящего к запрету поляризации для блоховских доменных границ. В рассматриваемом в настоящей работе магнитоэлектрическом взаимодействии в ЖИГ, индуцированным нечетным кристаллическим полем, спин-орбитальным взаимодействием и аксиальными искажениями, порождается вклад в поляризацию вида

$$P_\alpha = \chi_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial (h_\gamma h_\delta)}{\partial x_\beta},$$

где тензор  $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$  симметричен по индексам  $\gamma$  и  $\delta$ . Данный тензор разрешен в кристаллах с локальной нецентросимметричностью искаженных тетраэдрических позиций Fe(d) и обеспечивает ненулевую поляризацию как блоховских, так и неелевских доменных границ. Именно эта симметричная особенность лежит в основе предсказываемых в настоящей работе эффектов, количественное рассмотрение которых будет проведено в следующем разделе.

#### 4. Поляризация доменных границ в монокристалле ЖИГ и в его пленках

Неоднородная намагниченность естественным образом реализуется в области доменных границ. В пионерской работе В.Г. Барьяхтара с соавторами [33] была показана принципиальная возможность возникновения

электрической поляризации доменных границ магнитных кристаллов, обладающих ромбоэдрической симметрией. В кубических магнетиках, к которым относится ЖИГ, доменные границы могут быть 71-, 109-, 90- и 180-градусными. Для объемных кристаллов, у которых осями легкого намагничивания являются направления  $\langle 111 \rangle$ , наименьшая энергия реализуется для 71-градусной доменной стенки.

Что касается гранатовых пленок, то в настоящее время выращивается два их типа: (001) и (111). Магнитная анизотропия пленок имеет достаточно сложный вид. Помимо обычной кристаллической анизотропии, присущей монокристаллу, существенный вклад вносит ростовая анизотропия и анизотропия, обусловленная механическими напряжениями, возникающими в процессе роста пленки вследствие неполного согласования структур подложки и пленки. Ростовая анизотропия приводит к тому, что намагниченность в магнитных доменах пленки, как правило, либо лежит в плоскости пленки, либо незначительно отклоняется от нее [22]. Доменные границы в основном 180-градусные и могут быть как блоховского типа, так и (в большинстве случаев) неелевского типа [22].

Полученные ниже выражения для поляризованности доменных границ записаны лишь для случаев единичной изолированной доменной стенки при некоторой определенной ее киральности (направлением поворота вектора намагниченности в ней). Очевидно, что направление вектора электрической поляризации доменных границ и киральность стенок связаны между собой. В эпитаксиальных пленках ферритов-гранатов ростовые напряжения фиксируют единую киральность всех доменных границ, что обеспечивает возможность наблюдения магнитоэлектрического отклика всей пленки. В объемных кристаллах ЖИГ обе киральности могут сосуществовать, однако их можно разделить магнитным полем или контролировать механическими напряжениями.

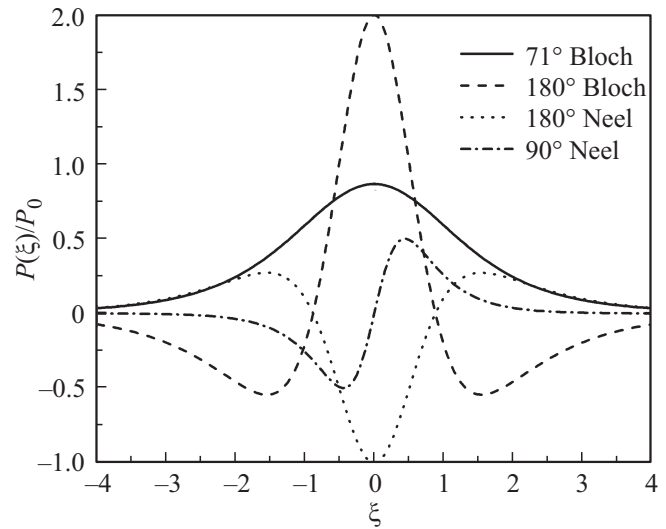
Рассмотрим теперь подробно поляризованность доменных границ во всех перечисленных случаях количественно.

#### 4.1. 71-градусная доменная граница в кристалле ЖИГ

Сначала рассмотрим блоховскую доменную границу, в которой происходит разворот намагниченности от оси  $[11\bar{1}]$  к оси  $[111]$  вдоль направления  $[\bar{1}10]$ . В этом случае в лабораторной системе координат  $\mathbf{e}_x = [111]$ ,  $\mathbf{e}_y = [11\bar{2}]$ ,  $\mathbf{e}_z = [\bar{1}10]$  компоненты вектора  $\mathbf{h}$  имеют вид:  $h_x = \cos \varphi$ ,  $h_y = \sin \varphi$ ,  $h_z = 0$ , где

$$\varphi(\xi) = \arctan \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \tanh \left( \frac{\xi}{\sqrt{6}} \right) \right). \quad (14)$$

При записи соотношения (14) введено обозначение  $\xi = z/\Delta$ , где  $\Delta = \sqrt{A/K}$  — характерный масштаб ширины доменной границы, причем  $A \approx 3 \cdot 10^{-7}$  эрг/см —



**Рис. 2.** Распределение поляризованности  $P$  (выраженной в единицах  $P_0 = \Omega/\Delta$ ) по толщине  $\xi$  (выраженной в единицах  $\Delta$ ) в доменных границах монокристалла (сплошная кривая) и в различных доменных границах в пленках (001).

константа неоднородного обменного взаимодействия,  $K \approx 10^3$  эрг/см<sup>3</sup> — плотность энергии анизотропии [34].

Используем соотношения (13) и найдем, что поворот вектора намагниченности внутри доменной границы создает поляризованность  $\mathbf{P}$ , направленную вдоль  $[\bar{1}10]$  перпендикулярно плоскости разворота:

$$P_{110}(\xi) = \frac{3\Omega}{\Delta} \frac{d\varphi}{d\xi} \cos 2\varphi = \frac{2\sqrt{3}\Omega}{\Delta} \left( 3 + \cosh \frac{2\xi}{\sqrt{6}} \right) / \left( 1 + 3 \cosh \frac{2\xi}{\sqrt{6}} \right)^2,$$

где функция  $\varphi(\xi)$  определяется формулой (14). График зависимости поляризованности в 71-градусной блоховской стенке приведен на рис. 2. На этом и всех последующих рисунках компоненты поляризованности приводятся в единицах  $P_0 = \Omega/\Delta$ , а расстояния  $\xi$  — в единицах  $\Delta$ .

Величина  $P_0$  служит естественным масштабом величины описываемых магнитоэлектрических эффектов, поэтому уместно здесь дать для нее численную оценку в целях сравнения с величинами МЭЭ в других магнитоэлектрических материалах.

Характерный масштаб  $\Delta$  ширины доменной границы в ЖИГ известен (см., например, работу [34]), имеет порядок 100 нм. Величина  $\Omega$  определяется формулой (13), и для ее оценки необходимо рассчитать величину ключевого микроскопического параметра  $p$ , определяющего „силу“ магнитоэлектрической связи в расчете на один ион  $\text{Fe}^{3+}$  в d-подрешетке, даваемого уравнением (9).

Поскольку  $W_p \approx W_f \approx 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $E_p \approx E_D \approx 10^4$  см<sup>-1</sup>, параметры нечетного кристаллического поля  $B_p \approx B_f \approx 10^4$  см<sup>-1</sup>, параметр аксиального кристаллического

поля  $B_2 \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$ , радиальные интегралы  $r_{fd} \approx r_{pd} \approx 0.05 \text{ нм}$ , константа спин-орбитального взаимодействия  $\xi = 440 \text{ см}^{-1}$ , то получаем в единицах Дебая  $p \approx 10^{-6}$ . Малая величина характерна для механизма смешивания четных и нечетных конфигураций. При постоянной решетки  $a = 1.2 \text{ нм}$  и угле  $\beta = 16^\circ$  в случае низких температур  $k_B T \ll \mu_B B_{\text{ex}}$  основным заселенным состоянием является  $M_S = -5/2$ , поэтому  $C_0^2(S) = 2M_S^2 - S(S+1) = 10$ , следовательно, при толщине доменной границы  $100 \text{ нм}$  имеем оценку для  $P_0 \approx 0.1 \text{ мкС/см}^2$ .

Полученная величина значительно меньше, чем для классического мультиферроика  $\text{BiFeO}_3$ , для которого  $P$  может достигать  $100 \text{ мкС/см}^2$ , благодаря наличию собственного сегнетоэлектрического порядка, слабо связанного с магнитным, но сравнима с величинами для „спиновых“ магнитоэлектриков типа  $\text{TbMnO}_3$  и редкоземельных парамагнитных ферритов-гранатов (типично от  $0.01$  до  $0.1 \text{ мкС/см}^2$ ) и значительно превышает величину однородного линейного эффекта у  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  ( $0.003 \text{ мкС/см}^2$  при напряженности прикладываемого электрического поля  $10^5 \text{ В/см}$ ).

Величина магнитоэлектрического эффекта в ЖИГ на несколько порядков меньше, чем у классических мультиферроиков типа феррита висмута, что естественным образом объясняется природой эффекта: для ионов  $\text{Fe}^{3+}$  поляризация в ЖИГ индуцируется через слабые возмущения (спин-орбитальное взаимодействие, нечетное кристаллическое поле), тогда как в  $\text{BiFeO}_3$  она является первичным структурным свойством материала.

В этой связи важно подчеркнуть, что принципиальная важность рассматриваемого МЭЭ для ЖИГ заключается не в абсолютной его величине, а в демонстрации возможности индуцирования поляризации в нецентросимметричных позициях  $\text{Fe}^{3+}$ . Указанный аспект является важным в плане управления магнитными доменными стенками электрическим полем в технологически важном материале, известном своими рекордно малыми магнитными потерями.

## 4.2. Поляризованность тонких пленок ЖИГ

Перейдем теперь к рассмотрению магнитоэлектрических свойств тонких пленок ЖИГ. В пленках (001) могут находиться две перпендикулярные оси легкого намагничивания, например,  $[100]$  и  $[010]$ . В этом случае могут существовать и 90-градусные стенки [22]. В процессе роста пленок возникают и так называемые орторомбические пленки, у которых в случае пленок (111) осями легкого намагничивания могут быть как направления  $[1\bar{1}0]$ , так и  $[11\bar{2}]$ , принадлежащие плоскости пленки [35]. Поскольку  $[111]$  является осью вращения третьего порядка, то в пленке (111) образуются 120-градусные стенки неелевского типа. Ниже мы рассмотрим электрическую поляризацию ионов  $\text{Fe}(d)$  в областях характерных доменных границ в гранатовых пленках.

### 4.2.1. 180-градусные границы в пленке (001)

Рассмотрим сейчас 180-градусные доменные границы блоховского и неелевского типов, в которых направление намагниченности меняется от оси  $[100]$  к оси  $[100]$ . В кристаллографической системе координат  $\mathbf{e}_x = [100]$ ,  $\mathbf{e}_y = [010]$ ,  $\mathbf{e}_z = [001]$  для блоховской границы имеем  $h_x = \sin \varphi$ ,  $h_y = 0$ ,  $h_z = \cos \varphi$ , а для неелевской —  $h_x = \sin \varphi$ ,  $h_y = \cos \varphi$ ,  $h_z = 0$ . Угол разворота  $\varphi$  определяется соотношением

$$\varphi(\xi) = \arcsin(\tanh \xi), \quad \xi = Y/\Delta. \quad (15)$$

Из соотношений (13) и (15) следует, что поворот вектора намагниченности внутри границы создает поляризованность, направленную в случае блоховской границы вдоль оси разворота намагниченности (ось  $Y$ ),

$$P_{010}(\xi) = \frac{\Omega}{\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi},$$

а для неелевской границы — ориентированную перпендикулярно плоскости пленки (вдоль оси  $Z$ ),

$$P_{001}(\xi) = -\frac{\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}.$$

Распределение поляризованности для блоховской и неелевской 180-градусных границ в пленке (001) также приведено на рис. 2.

Отметим, что поляризация в 180-градусной неелевской стенке (001) не меняет знак при изменении знака угла поворота  $\varphi$  (киральности стенки), что связано с четным характером зависимости поляризации от профиля вращения намагниченности, следующим из приведенных в настоящем пункте формул.

### 4.2.2. 90-градусная граница неелевского типа в пленке (001)

Исследуем теперь поляризованность доменной границы, в которой в плоскости пленки происходит разворот намагниченности от оси  $[100]$  к оси  $[010]$ , при этом в кристаллографической системе координат  $h_x = \cos \varphi$ ,  $h_y = \sin \varphi$ ,  $h_z = 0$ . Поведение угла  $\varphi$  разворота намагниченности определяется соотношением

$$\varphi(\xi) = \arctan(\exp(2\xi)),$$

где  $\xi = Y/\Delta$ . Создаваемая поляризованность в этом случае направлена вдоль оси  $Z$ :

$$P_{001}(\xi) = \frac{\Omega}{\Delta} \frac{\sinh 2\xi}{\cosh^2 2\xi}.$$

График зависимости  $P(\xi)$  показан на рис. 2.

Здесь следует подчеркнуть, что в отличие от 180-градусной неелевской стенки (001), в 90-градусной неелевской стенке поляризация  $P_{001}(\xi)$  является нечетной функцией относительно замены знака угла поворота  $\varphi$ ,

то есть зависит от киральности стенки. В реальных пленках ЖИГ, особенно выращенных на подложках (001), кубическая симметрия понижается за счет ростовой анизотропии, что приводит к снятию вырождения между двумя возможными киральностями, что в целом дает ненулевую поляризованность совокупности доменных стенок пленки.

#### 4.2.3. 180-градусная граница неелевского типа в пленке (111)

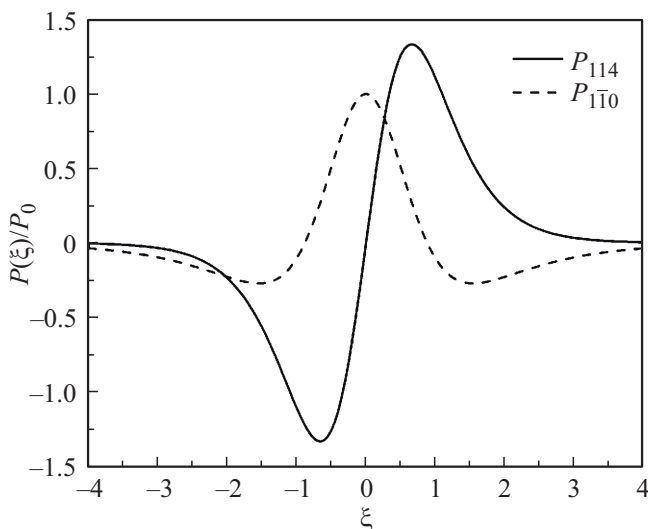
Исследуем поляризованность 180-градусных доменных стенок в орторомбических (111) пленках. В случае, когда осью легкого намагничивания является направление  $[\bar{1}10]$ , в лабораторной системе координат  $\mathbf{e}_x = [111]$ ,  $\mathbf{e}_y = [\bar{1}\bar{1}0]$ ,  $\mathbf{e}_z = [11\bar{2}]$  компоненты вектора намагниченности имеют вид

$$h_x = 0, \quad h_y = \sin \varphi, \quad h_z = \cos \varphi, \\ \varphi(\xi) = \arcsin(\tanh \xi), \quad \xi = z/\Delta. \quad (16)$$

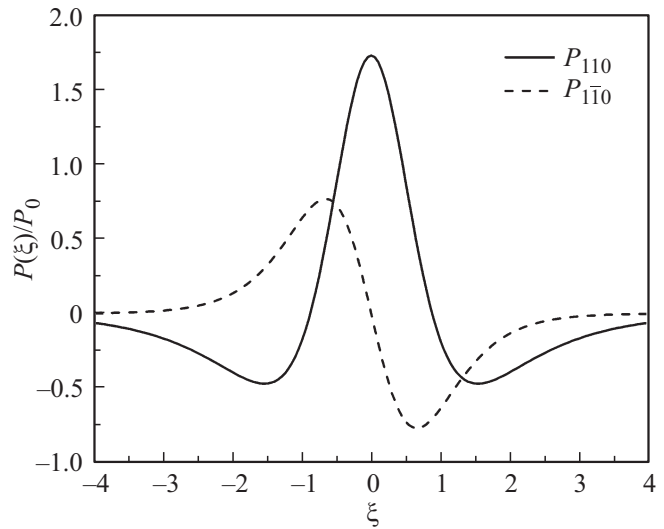
Подставим выражения (16) в формулы (13) и получим, что вектор поляризованности имеет две ненулевые компоненты  $P_{114}$  и  $P_{1\bar{1}0}$ :

$$P_{114}(\xi) = \frac{2\sqrt{3}\Omega}{\Delta} \frac{\sinh \xi}{\cosh^3 \xi}, \\ P_{1\bar{1}0}(\xi) = \frac{\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}.$$

Такая зависимость поляризованности показана на рис. 3.



**Рис. 3.** Распределение компонент приведенной поляризованности  $P(\xi)/P_0$  по толщине ( $\xi = z/\Delta$ ) в 180-градусных доменных границах в пленках (111) при развороте вектора  $\mathbf{h}$  от оси  $[\bar{1}10]$  к оси  $[1\bar{1}0]$ .



**Рис. 4.** Распределение компонент приведенной поляризованности  $P(\xi)/P_0$  по толщине ( $\xi = y/\Delta$ ) в 180-градусных доменных границах в пленках (111) при развороте вектора  $\mathbf{h}$  от оси  $[\bar{1}\bar{1}2]$  к оси  $[11\bar{2}]$ .

Если же осью легкого намагничивания является  $[11\bar{2}]$ , то аналогичные вычисления приводят к компонентам поляризованности ( $\xi = y/\Delta$ )

$$P_{110}(\xi) = \frac{\sqrt{3}\Omega}{2\Delta} \frac{3 - \cosh 2\xi}{\cosh^3 \xi}, \\ P_{1\bar{1}0}(\xi) = -\frac{2\Omega}{\Delta} \frac{\sinh \xi}{\cosh^3 \xi}.$$

графики которых приведены на рис. 4.

Отметим, что, в отличие от пленок (001), для 180-градусных доменных границ неелевского типа в орторомбических пленках (111) отличны от нуля уже две компоненты вектора поляризованности.

#### 4.2.4. 120-градусная граница неелевского типа в пленке (111)

Рассмотрим 120-градусные доменные границы неелевского типа, в которых ориентация намагниченности меняется от оси  $[\bar{1}21]$  к оси  $[11\bar{2}]$  вдоль направления  $[01\bar{1}]$ . Пользуясь введенной в предыдущем разделе лабораторной системой координат  $\mathbf{e}_x = [111]$ ,  $\mathbf{e}_y = [\bar{1}\bar{1}0]$ ,  $\mathbf{e}_z = [11\bar{2}]$ , запишем компоненты намагниченности как

$$h_x = 0, \quad h_y = \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right), \quad h_z = \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right), \\ \varphi = \frac{4}{3} \arctan\left(\exp\left(\frac{3\xi}{\sqrt{2}}\right)\right), \quad \xi = \frac{Y - Z}{\Delta\sqrt{2}}.$$

В кристаллографической системе координат ненулевыми компонентами поляризованности оказываются  $P_Y$  и  $P_Z$ . Более наглядным, однако, представляется привести их линейные комбинации  $(P_Y - P_Z)/\sqrt{2} = P_{01\bar{1}}$

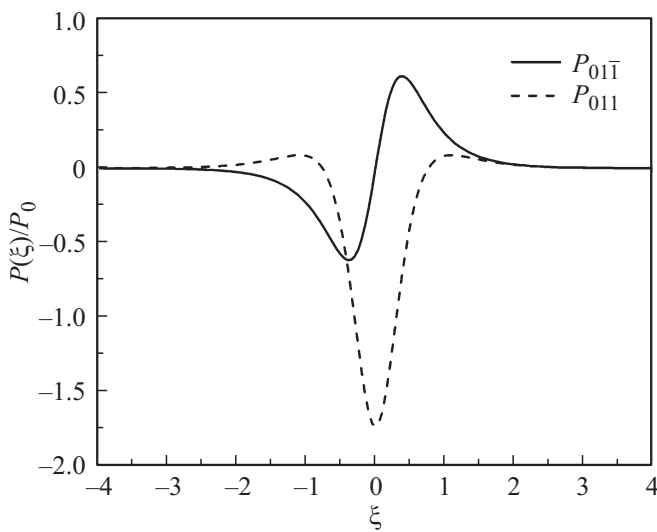


Рис. 5.

и  $(P_Y + P_Z)/\sqrt{2} = P_{011}$ , соответствующие двум направлениям поляризации, одно из которых параллельно нормали к плоскости доменной границы

$$P_{01\bar{1}}(\xi) = -\frac{\Omega}{\Delta} \times \sin \left[ \frac{\pi}{3} + \frac{8}{3} \arctan \left( \exp \left( \frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right) \right) \right] / \cosh \left( \frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right),$$

$$P_{011}(\xi) = \frac{\Omega\sqrt{3}}{\Delta} \times \cos \left[ \frac{\pi}{3} + \frac{8}{3} \arctan \left( \exp \left( \frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right) \right) \right] / \cosh \left( \frac{3\xi}{\sqrt{2}} \right).$$

Графики соответствующих зависимостей показаны на рис. 5.

## 5. Заключение

Развита микроскопическая теория магнитоэлектрических свойств железо-иттриевого граната. Установлены актуальные механизмы формирования магнитоэлектрической подсистемы данного соединения, включающие действие нечетного кристаллического поля, спин-орбитального взаимодействия и аксиального кристаллического поля на ионы железа в d-подрешетке. Получено выражение для энергии магнитоэлектрического взаимодействия. Показано, что принципиально важным для возникновения электрических дипольных моментов у ионов железа является отсутствие центра инверсии у их окружения, в противоположность пространственной группе симметрии элементарной ячейки. Отсутствие центра инверсии в последней приводит в случае однородной намагниченности к образованию сложных анти-сегнетоэлектрических структур с нулевым результирующим электрическим дипольным моментом элементарной ячейки.

Поляризованность подсистемы d-ионов железа возникает только в области неоднородной намагниченности, имеющей место, например, в доменных границах. Явление представляет собой неоднородный магнитоэлектрический эффект. Количественно описана электрическая поляризованность 71-градусной доменной границы в монокристалле ЖИГ и различных доменных границ, типичных для тонких пленок. Наличие поляризованности доменных стенок может проявляться, в частности, при воздействии на них неоднородного электрического поля, поскольку в неоднородном поле электрический дипольный момент стенки начнет разворачиваться вдоль направления поля и втягиваться в область сильных полей. Возможность управления доменными границами в пленке феррита-граната посредством электрического поля экспериментально подтверждена в работах [18,19].

Полученные в настоящей работе результаты характеризуют не только магнитоэлектрические свойства железо-иттриевого граната, они пригодны и для описания поляризованности редкоземельных ферритов-гранатов, существенной при высоких (комнатных и выше) температурах.

## Финансирование работы

Настоящая работа выполнена в рамках государственного задания ИОФ РАН. Работа АКЗ выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант 22-12-00367-П.

## Список литературы

- [1] И.Е. Дзялошинский. ЖЭТФ **37**, 3, 881 (1959). [I.E. Dzyaloshinskii. JETP **10**, 3, 628 (1960).]
- [2] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **38**, 3, 984 (1960). [D.N. Astrov. JETP **11**, 3, 708 (1960).]
- [3] Д.Н. Астров. ЖЭТФ **40**, 4, 1035 (1961). [D.N. Astrov. JETP **13**, 4, 729 (1961).]
- [4] G.T. Rado, V.J. Folen. Phys. Rev. Lett. **7**, 8, 310 (1961).
- [5] C. Ederer, N.A. Spaldin. Phys. Rev. B **71**, 22, 224103 (2005).
- [6] A. Pimenov, A.A. Mukhin, V.Yu. Ivanov, V.D. Travkin, A.M. Balbashov, A. Loidl. Nature Phys. **2**, 2, 97 (2006).
- [7] A.I. Popov, D.I. Plokhov, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **90**, 21, 214427 (2014).
- [8] A.I. Popov, Z.V. Gareeva, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **92**, 14, 144420 (2015).
- [9] A.I. Popov, K.A. Zvezdin, Z.V. Gareeva, F.A. Mazhitova, R.M. Vakhitov, A.R. Yumaguzin, A.K. Zvezdin. J. Phys.: Condens. Matter **28**, 45, 456004 (2016).
- [10] A.I. Popov, Z.V. Gareeva, F.A. Mazhitova, R.A. Doroshenko. J. Magn. Magn. Mater. **461**, 128 (2018).
- [11] T. Lottermoser, T. Lonkai, U. Amann, D. Hohlwein, J. Ihringer, M. Fiebig. Nature **430**, 6999, 541 (2004).
- [12] F. Matsukura, Y. Tokura, H. Ohno. Nat. Nanotechnol. **10**, 3, 209 (2015).
- [13] M. Zahn, A.M. Müller, K.P. Kelley, S. Neumayer, S.V. Kalinin, I. Kézsmarki, M. Fiebig, T. Lottermoser, N. Domingo, D. Meier, J. Schultheiss. Nature Commun. **16**, 1, 1781 (2025).

- [14] Ю.А. Изюмов, В.Е. Найш, Р.П. Озеров. Нейтронография магнетиков. Атомиздат, М. (1981). 312 с.
- [15] А.И. Попов, Ч.К. Сабденов, К.А. Звездин. ФТТ **59**, 11, 2252 (2017). [A.I. Popov, Ch.K. Sabdenov, K.A. Zvezdin. Phys. Solid State **59**, 11, 2274 (2017).]
- [16] А.И. Попов, Ч.К. Сабденов. ФТТ **61**, 6, 1084 (2019). [A.I. Popov, Ch.K. Sabdenov. Phys. Solid State **61**, 6, 1007 (2019).]
- [17] Б.Б. Кричевцов, В.В. Павлов, Р.В. Писарев. Письма в ЖЭТФ **49**, 8, 466 (1989). [B.B. Krichevstov, V.V. Pavlov, R.V. Pisarev. JETP Lett. **49**, 8, 535 (1989).]
- [18] А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.В. Николаев, А.П. Пятаков. Письма в ЖЭТФ **86**, 2, 124 (2007). [A.S. Logginov, G.A. Meshkov, A.V. Nikolaev, A.P. Pyatakov. JETP Lett. **86**, 2, 115 (2007).]
- [19] А.А. Подклетнова, М.А. Колышенков, Н.В. Мясников, Е.П. Николаева, А.С. Каминский, А.В. Николаев, А.П. Пятаков. Письма в ЖЭТФ **118**, 3–4(8), 259 (2023). [A.A. Podkletnova, M.A. Kolyushenkov, N.V. Myasnikov, E.P. Nikolaeva, A.S. Kaminskiy, A.V. Nikolaev, A.P. Pyatakov. JETP Lett. **118**, 4, 262 (2023).]
- [20] E. Hassanpour, Y. Zemp, Y. Tokunaga, Y. Taguchi, Y. Tokura, T. Lottermoser, M. Fiebig, M.C. Weber. Sci. **377**, 6610, 1109 (2022).
- [21] N. Leo, V. Carolus, J.S. White, M. Kenzelmann, M. Hudl, P. Tolédano, T. Honda, T. Kimura, S.A. Ivanov, M. Weil, Th. Lottermoser, D. Meier, M. Fiebig. Nature **560**, 7719, 466 (2018).
- [22] A. Hubert, R. Schäfer. Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures. Springer (2014). 696 p.
- [23] H. Qin, R. Dreyer, G. Woltersdorf, T. Taniyama, S. van Dijken. Adv. Mater. **33**, 27, 2100646 (2021).
- [24] X. Li, H. Singh, Y. Bao, Q. Luo, S. Li, J. Chatterjee, M. Goiriena-Goikoetxea, Z. Xiao, N. Tamura, R.N. Candler, L. You, J. Bokor, J. Hong. Nano Lett. **9**, 15, 6845 (2023).
- [25] P. Zhang, J. Weng, Z. Sun, C. Wang, S. He, J. Lu, Z.Q. Qiu, J. Hong. Nanoscale Adv. **8**, 11, 3452 (2026).
- [26] E. Popova, A. Shengelaya, D. Daraselia, D. Japaridze, S. Cherifi-Hertel, L. Bocher, A. Gloter, O. Stephan, Y. Dumont, N. Keller. Appl. Phys. Lett. **110**, 14, 142404 (2017).
- [27] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. Modern Magnetooptics and Magneto-optical Materials. CRC Press (1997). 404 p. ISBN 978-0-367-80260-8.
- [28] A.H. Eschenfelder. Magnetic Bubble Technology. Springer (1981). 348 p. ISBN 978-3-540-10790-3.
- [29] S. Geschwind. Phys. Rev. **121**, 2, 363 (1961).
- [30] A.I. Popov, D.I. Plokhov, A.K. Zvezdin. Phys. Rev. B **87**, 2, 024413 (2013).
- [31] H. Watanabe. Progress Theor. Phys. **18**, 4, 405 (1957).
- [32] И.И. Собельман. Введение в теорию атомных спектров. Физматгиз, М. (1963). 640 с.
- [33] В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский. Письма в ЖЭТФ **37**, 12, 565 (1983). [V.G. Baryakhtar, V.A. Lvov, D.A. Yablonskii. JETP Lett. **37**, 12, 673 (1983).]
- [34] F.H. de Leeuw, J.M. Robertson. J. Appl. Phys. **46**, 7, 3182 (1975).
- [35] S.B. Ubizskii. J. Magn. Magn. Mater. **195**, 3, 575 (1999).

Редактор Е.В. Толстякова