

Энергетические характеристики излучения круговой фазированной решетки магнитных рамочных антенн в магнитоактивной плазме

© Т.М. Заборонкова,^{1,2} А.С. Зайцева,¹ А.В. Кудрин,¹ Н.В. Щапина¹

¹ Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603022 Нижний Новгород, Россия

² Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева,
603155 Нижний Новгород, Россия
e-mail: kud@rf.unn.ru

Поступило в Редакцию 2 февраля 2026 г.

В окончательной редакции 2 апреля 2026 г.

Принято к публикации 28 апреля 2026 г.

Исследованы энергетические характеристики излучения круговой фазированной решетки рамочных антенн, расположенной в однородной холодной магнитоактивной плазме. Предположено, что излучатели решетки имеют малые электрические размеры, что позволяет при определенных условиях рассматривать их как элементарные магнитные диполи. В случае, когда оси симметрии элементов решетки ориентированы по касательной к ее периметру и перпендикулярны внешнему постоянному магнитному полю, получены строгие представления поля и полной мощности излучения решетки, а также ее парциальных мощностей, идущих в волны с различными значениями азимутального индекса. Применительно к ионосферным условиям рассчитаны отвечающие этим мощностям полное и парциальные сопротивления излучения в нерезонансной области диапазона очень низких частот. Определены условия, при которых такая решетка может селективно возбуждать в магнитоактивной плазме волны с заданным азимутальным индексом.

Ключевые слова: круговая фазированная решетка, рамочные антенны, магнитоактивная плазма, диапазон очень низких частот, сопротивление излучения, азимутальные гармоники.

DOI: 10.61011/JTF.2026.08.63405.22-26

Введение

В последнее десятилетие появилось значительное число работ, посвященных антенным системам, способным возбуждать волны с геликоидальным фазовым фронтом в магнитоактивной плазме [1–4]. Известно, что такие волны обладают ненулевой проекцией орбитального углового момента на направление распространения, принимающей бесконечное число дискретных значений [5,6]. Это свойство может быть использовано для кодирования информации и увеличения объема передаваемых данных на фиксированной частоте [7], а также при проведении экспериментов по взаимодействию волн и частиц в магнитоактивной плазме [8]. В ионосферных условиях особый интерес для указанных приложений представляют свистовые волны, относящиеся к диапазону очень низких частот (ОНЧ), прежде всего ввиду способности этих волн распространяться на большие расстояния в околоземном космическом пространстве [9]. Отметим, что повышенное внимание к особенностям возбуждения несимметричных свистовых волн в ионосферной плазме обусловлено потребностями развития методов дистанционного зондирования околоземного пространства [8] и совершенствования средств ОНЧ связи [10,11], а также возможностями использования резонансного взаимодействия таких волн с энергичными заряженными частицами плазменной среды для защиты от них электронного оборудования космических летательных аппаратов [12].

Для возбуждения несимметричных свистовых волн с относительно небольшими абсолютными значениями азимутального индекса можно использовать несколько фазированных электрических дипольных или магнитных рамочных антенн с общим геометрическим центром [2,13–17]. Другой способ возбуждения таких волн состоит в использовании многопортовой рамочной антенны с фазированными ЭДС, приложенными в нескольких узких интервалах антенного провода [18]. Для увеличения азимутального индекса несимметричных волн, а также числа селективно возбуждаемых волн с заданными значениями азимутального индекса более подходящими оказываются многоэлементные круговые фазированные антенные решетки [3,4]. В большинстве экспериментальных работ по данной тематике в качестве излучающих элементов решеток применяются электрически малые рамочные антенны из-за простоты их согласования с источниками питания [19]. Это объясняется тем, что входной реактанс таких магнитных рамочных антенн сравнительно слабо зависит от параметров окружающей плазмы и практически совпадает с соответствующей величиной в свободном пространстве [20,21]. Эффективность решеток рамочных антенн для возбуждения волн, обладающих орбитальным угловым моментом, подтверждена модельными лабораторными экспериментами [3,4,22] и соответствующими теоретическими исследованиями [23–25].

Согласно имеющимся экспериментальным и теоретическим результатам для селективного возбуждения волн с большими абсолютными значениями азимутального индекса необходимо увеличивать количество излучающих элементов в решетке заданного радиуса. При параллельной ориентации осей рамочных антенн решетки это увеличение в конечном счете приводит к их перекрытию [22,24], что нежелательно на практике. Для решения этой проблемы было предложено использовать рамочные антенны с осями симметрии, ориентированными по касательной к периметру решетки [22]. Теоретический анализ излучения таких решеток в магнитоактивной плазме был недавно выполнен нами применительно к свистовому диапазону частот в работе [25], в которой основное внимание было сосредоточено на характеристиках излучения решетки в резонансной области указанного диапазона. В этой связи следует напомнить, что в резонансных областях частот холодной бесстолкновительной магнитоактивной плазмы показатель преломления одной из ее нормальных волн обращается в бесконечность при определенном угле между волновым вектором и внешним магнитным полем. Данное обстоятельство, в силу стремления длины соответствующей волны к нулю в этом случае, делает невозможной замену даже физически малых рамочных антенн эквивалентными элементарными магнитными диполями [26–28].

При рассмотрении возбуждения второй нормальной волны, если она оказывается распространяющейся в резонансной области частот и имеет конечный показатель преломления, а также распространяющихся нормальных волн в нерезонансных областях рамочная антенна с достаточно малым радиусом по сравнению с минимальной длиной волны может быть заменена элементарным магнитным диполем. Очевидно, что такая замена должна привести к существенному упрощению выражений для характеристик излучения фазированной решетки, образованной подобными антеннами магнитного типа, по сравнению с резонансным случаем, требующим обязательного учета конечных значений радиусов рамок. Целью настоящей работы является получение и анализ выражений для мощности излучения решетки магнитных диполей, направленных по касательной к ее периметру и перпендикулярных внешнему магнитному полю, включая определение условий применимости соответствующих выражений.

Опираясь на полученные выражения, мы также изучим характеристики излучения указанной решетки в нерезонансной области ОНЧ диапазона и сопоставим их с ранее исследованными характеристиками аналогичной решетки [23], магнитные дипольные моменты элементов которой параллельны внешнему магнитному полю. Во избежание недоразумений оговоримся сразу же, что в ОНЧ диапазоне фазированные решетки с рассматриваемыми в настоящей работе параметрами не предназначены для управления диаграммой направленности излучения, а используются в целях селективного

возбуждения волн с геликоидальным фазовым фронтом, обладающих заданным значением азимутального индекса.

1. Постановка задачи и основные соотношения

Рассмотрим круговую решетку с радиусом a , расположенную в холодной бесстолкновительной однородной магнитоактивной плазме. Решетка состоит из K рамочных антенн, каждая из которых имеет радиус b . Оси антенн ориентированы по касательной к периметру решетки и перпендикулярны внешнему постоянному магнитному полю \mathbf{V}_0 , направленному вдоль оси z декартовой системы координат (x, y, z) . Положение геометрического центра k -й антенны характеризуется азимутальной координатой φ_k , где $0 \leq \varphi_1 < \dots < \varphi_K < 2\pi$ ($k = 1, 2, \dots, K$).

Тензор диэлектрической проницаемости плазмы имеет вид [29]:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где ε_0 — электрическая постоянная (в настоящей работе используется международная система единиц SI). Хотя проводимое ниже рассмотрение справедливо для любых значений круговой частоты поля ω , принадлежащей нерезонансной области частот магнитоактивной плазмы, при конкретных расчетах мы будем считать выполненными условия

$$\Omega_H \ll \omega < \omega_{\text{ЛН}} \ll \omega_H < \omega_p, \quad (2)$$

где Ω_H — гирочастота ионов, $\omega_{\text{ЛН}}$ — частота нижнего гибридного резонанса, ω_H и ω_p — гирочастота и плазменная частота электронов соответственно. Заметим, что неравенства (2) отвечают нерезонансной области ОНЧ (свистового) диапазона. В этом случае компоненты тензора (1) записываются следующим образом [26]:

$$\varepsilon = \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_H^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_{\text{ЛН}}^2}{\omega^2}\right), \quad g = -\frac{\omega_p^2}{\omega_H \omega}, \quad \eta = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (3)$$

С учетом неравенства $\omega_H^2 \ll \omega_p^2$, которое выполняется в ионосферной плазме, можно приближенно записать $\omega_{\text{ЛН}} = (\omega_H \Omega_H)^{1/2}$ [26] и дополнительно упростить выражение для ε в (3).

Распределение электрического тока каждой рамочной антенны будем считать однородным, что, как известно [30], справедливо при условии $k_0 b |\varepsilon \eta|^{1/4} \ll 1$, где k_0 — волновое число в свободном пространстве. Ток антенны с номером k записывается как $I_k = |I_k| \exp(i\psi_k)$, где $|I_k|$ и ψ_k — его амплитуда и фаза соответственно (гармоническую зависимость тока и возбуждаемого поля от времени t , имеющую вид $\exp(i\omega t)$, здесь и далее

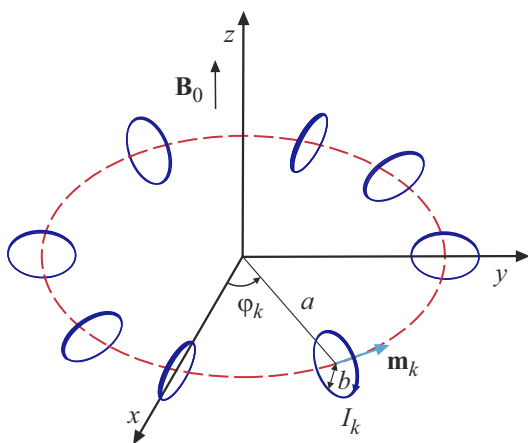


Рис. 1. Геометрия задачи в частном случае круговой фазированной антенной решетки из восьми рамочных излучателей с радиусом b , расположенных равномерно по окружности с радиусом a .

опускаем). Кроме того, полагая, что радиус рамочных антенн b существенно меньше минимальной длины распространяющихся нормальных волн магнитоактивной плазмы, заменим антенну с номером k эквивалентным элементарным магнитным диполем с моментом $\mathbf{m}_k = \varphi_0 I_k \pi b^2$, расположенным в центре рамки. Здесь φ_0 — азимутальный орт цилиндрической системы координат (ρ, φ, z) . Точные условия возможности использования такой замены будут приведены в следующем разделе. Таким образом, антенной решетке отвечает эквивалентный магнитный ток с плотностью

$$\mathbf{J}^{(m)}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K \mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, $\mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r})$ — плотность магнитного тока излучающего элемента с номером k . Величины $\mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r})$ в (4) могут быть записаны в виде

$$\mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r}) = \varphi_0 i \omega \mu_0 |\mathbf{m}_k| \exp(i\psi_k) \frac{\delta(\rho - a)}{\rho} \delta(\varphi - \varphi_k) \delta(z), \tag{5}$$

где μ_0 — магнитная постоянная, $\delta(\xi)$ — функция Дирака. В качестве примера на рис. 1 показана решетка, состоящая из восьми элементов ($K = 8$), в случае, когда $\varphi_k = \pi(k - 1)/4$.

Поле, возбуждаемое решеткой, допускает строгое представление в виде разложения по цилиндрическим векторным собственным функциям однородной магнитоактивной плазмы [14,15]. Напомним, что собственные функции такой среды являются решениями уравнений Максвелла без источников в цилиндрической системе координат и соответствуют действительным положительным поперечным (по отношению к оси z) волновым числам, которые образуют непрерывный спектр собственных значений. Соответственно полное поле кру-

говой решетки определяется разложением [14]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{\alpha=0}^e \int_0^{\infty} d_{m,s,\alpha}(q) \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) \\ \mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) \end{bmatrix} dq, \tag{6}$$

где векторные собственные функции с коэффициентами разложения $d_{m,s,\alpha}(q)$ представляются в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) \\ \mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\mathbf{r}, q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\rho, q) \\ \mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\rho, q) \end{bmatrix} \exp[-im\varphi - ik_0 p_{s,\alpha}(q)z]. \tag{7}$$

Здесь q — нормированное (на k_0) поперечное волновое число, m — азимутальный индекс ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), индекс s обозначает волны, переносящие энергию в положительном ($s = +$) и отрицательном ($s = -$) направлениях оси z , индекс α отмечает обыкновенную ($\alpha = o$) и необыкновенную ($\alpha = e$) нормальные волны магнитоактивной плазмы, функции $p_{\pm,o}(q)$ и $p_{\pm,e}(q)$ описывают зависимость нормированного (на k_0) продольного волнового числа p каждой из этих волн от поперечного числа q . Продольные волновые числа подчиняются соотношению $p_{\pm,\alpha}(q) = \pm p_{\alpha}(q)$, где

$$p_{\alpha}(q) = \left\{ \varepsilon - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{\eta} \right) q^2 + \chi_{\alpha} \left[\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\eta} \right)^2 q^4 - \frac{g^2}{\eta} q^2 + g^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \tag{8}$$

$\chi_e = -\chi_o = \text{sgn}(1 - \varepsilon/\eta)$ [26,31]. Предполагается, что при наличии хотя бы бесконечно малых потерь в среде внутренний квадратный корень в (8) имеет положительную действительную часть и $\text{Im } p_{\alpha}(q) < 0$. Последнее неравенство обеспечивает выполнение условия излучения для возбуждаемого поля. Отметим, что обыкновенная и необыкновенная волны определены здесь, согласно [31], на основе аналитических свойств функций (8) при $\alpha = o$ и e . В (6) и (7) $s = +$ и $s = -$ для положительных и отрицательных z соответственно. Поперечные компоненты векторных функций $\mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\rho, q)$ и $\mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\rho, q)$ выражаются через продольные компоненты, представления которых имеют вид [14]:

$$\begin{bmatrix} E_{z,m,s,\alpha}(\rho, q) \\ H_{z,m,s,\alpha}(\rho, q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\eta^{-1} n_{s,\alpha} \\ -Z_0^{-1} \end{bmatrix} i^m q J_m(k_0 q \rho). \tag{9}$$

Здесь Z_0 — импеданс свободного пространства, $J_m(\xi)$ — функция Бесселя порядка m ,

$$n_{s,\alpha}(q) = [\varepsilon^2 - g^2 - \varepsilon(q^2 + p_{\alpha}^2)] (g p_{s,\alpha})^{-1}. \tag{10}$$

Поперечные компоненты $\mathbf{E}_{m,s,\alpha}(\rho, q)$ и $\mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\rho, q)$ могут быть получены из (9) с помощью соотношений, приведенных в [15,32]. При выполнении дальнейших вычислений мы будем использовать радиальную и азимутальную компоненты магнитного поля $\mathbf{H}_{m,s,\alpha}(\rho, q)$,

которые записываются следующим образом [14,15]:

$$H_{\rho; m, s, \alpha}(\rho, q) = \frac{i^{m+1}}{2Z_0} [(p_{s, \alpha} + n_{s, \alpha})J_{m-1}(k_0 q \rho) - (p_{s, \alpha} - n_{s, \alpha})J_{m+1}(k_0 q \rho)], \quad (11)$$

$$H_{\varphi; m, s, \alpha}(\rho, q) = \frac{i^m}{2Z_0} [(p_{s, \alpha} + n_{s, \alpha})J_{m-1}(k_0 q \rho) + (p_{s, \alpha} - n_{s, \alpha})J_{m+1}(k_0 q \rho)]. \quad (12)$$

Коэффициенты разложения в (6) в рассматриваемом случае определяются формулой [15]:

$$d_{m, s, \alpha}(q) = -\frac{1}{N_{m, \alpha}(q)} \sum_{k=1}^K \int \mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_{-m, -s, \alpha}^{(T)}(\mathbf{r}, q) d\mathbf{r}, \quad (13)$$

где интегрирование выполняется по объему, занятому источниками, символ (Т) обозначает поле в среде, описываемой транспонированным тензором диэлектрической проницаемости ϵ^T , нормировочная величина $N_{m, \alpha}(q)$ имеет вид

$$N_{m, \alpha}(q) = \frac{4\pi(-1)^{m+1}}{Z_0 k_0^2 \eta p'_\alpha(q)} (n_{s, \alpha}^2 + \eta). \quad (14)$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по аргументу. При дальнейших расчетах мы также воспользуемся соотношениями

$$\begin{aligned} H_{\rho; -m, -s, \alpha}^{(T)}(\rho, q) &= -H_{\rho; m, s, \alpha}(\rho, q), \\ H_{\varphi; -m, -s, \alpha}^{(T)}(\rho, q) &= H_{\varphi; m, s, \alpha}(\rho, q), \end{aligned} \quad (15)$$

которые следуют непосредственно из (11) и (12). Полную излучаемую мощность можно записать в виде [14,15]:

$$P_\Sigma = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-}^+ \sum_{\alpha=0}^e \frac{(-1)^m}{4} \int_{\Xi_\alpha} |d_{m, s, \alpha}(q)|^2 N_{m, \alpha}(q) dq, \quad (16)$$

где символ Ξ_α отмечает области интегрирования Ξ_0 и Ξ_e по положительным поперечным числам q , в которых функции $p_0(q)$ и $p_e(q)$ соответственно принимают чисто действительные значения.

2. Возбуждение азимутальных гармоник поля

Для определения коэффициентов $d_{m, s, \alpha}(q)$ подставим (5) в (13). Учитывая, что в подынтегральное выражение (13) входит только азимутальная компонента магнитного поля собственных векторных функций, а также используя соотношения (12) и (15), получаем

$$\begin{aligned} d_{m, s, \alpha}(q) &= i^{m-1} \frac{k_0 \Phi_m}{2N_{m, \alpha}(q)} [(p_{s, \alpha} + n_{s, \alpha})J_{m-1}(k_0 qa) \\ &+ (p_{s, \alpha} - n_{s, \alpha})J_{m+1}(k_0 qa)], \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\Phi_m = \sum_{k=1}^K |\mathbf{m}_k| \exp[i(m\varphi_k + \psi_k)]. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (16) с учетом (14), можно представить полную излучаемую мощность решетки P_Σ в виде суммы парциальных мощностей P_m , идущих в азимутальные гармоники поля:

$$P_\Sigma = \sum_{m=-\infty}^{\infty} P_m = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_0 \frac{k_0^4 |\Phi_m|^2}{32\pi} G_m(a), \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} G_m(a) &= \sum_{\alpha=0}^e \int_{\Xi_\alpha} \frac{(-\eta)p'_\alpha(q)}{n_{+, \alpha}^2 + \eta} [(p_\alpha + n_{+, \alpha})J_{m-1}(k_0 qa) \\ &+ (p_\alpha - n_{+, \alpha})J_{m+1}(k_0 qa)]^2 dq. \end{aligned} \quad (20)$$

При выводе (19) и (20) было также использовано соотношение $|d_{m, +, \alpha}(q)| = |d_{m, -, \alpha}(q)|$ для решетки с излучающими элементами, заданными в виде (5). Из (20) следует неравенство $G_m(a) \neq G_{-m}(a)$, обусловленное гиротропными свойствами магнитоактивной плазменной среды. По этой же причине $P_m \neq P_{-m}$ в (19).

Будем считать, что независимо от значений k выполняются следующие условия:

$$|\mathbf{m}_k| = |\mathbf{m}_0|, \quad \psi_{k+1} - \psi_k = \Delta\psi, \quad \varphi_{k+1} - \varphi_k = \Delta\varphi. \quad (21)$$

Первое соотношение в (21) означает, что рамочные антенны имеют одинаковую амплитуду тока $|I_0|$, т.е. $|I_k| = |I_0|$ для всех k . Принимая во внимание соотношение $|\mathbf{m}_0| = |I_0| \pi b^2$, из (18) получаем $|\Phi_m|^2 = |I_0|^2 \pi^2 b^4 \Psi_m$, где Ψ_m — стандартный фактор решетки, определяемый формулой

$$\Psi_m = \frac{\sin^2 [K(m\Delta\varphi + \Delta\psi)/2]}{\sin^2 [(m\Delta\varphi + \Delta\psi)/2]}. \quad (22)$$

Для дальнейшего рассмотрения введем полное сопротивление излучения фазированной решетки R_Σ , связанное с мощностью P_Σ соотношением $R_\Sigma = 2P_\Sigma/|I_0|^2$, а также ее парциальные сопротивления излучения $R_m = 2P_m/|I_0|^2$.

Величина (22) принимает максимальное значение, равно K^2 , при условии $m\Delta\varphi + \Delta\psi = 2\pi l$, где l — целое число. В случае равномерного расположения излучателей по периметру решетки, когда $\Delta\varphi = 2\pi/K$, данное условие сводится к виду $\Delta\psi = 2\pi(l - mK^{-1})$. Чтобы обеспечить максимальное значение Ψ_m при заданном индексе $m = \tilde{m}$, достаточно положить $\Delta\psi = \Delta\psi_{\tilde{m}}$, где $\Delta\psi_{\tilde{m}} = -2\pi\tilde{m}/K$. В этом случае $\Psi_m = K^2 \delta_{m, \tilde{m} + Kl}$, где $\delta_{m, n}$ — символ Кронекера, и полное сопротивление излучения фазированной антенной решетки принимает вид

$$R_\Sigma = \sum_{l=-\infty}^{\infty} R_{\tilde{m} + Kl} = Z_0 \frac{\pi}{16} (k_0 b)^4 K^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} G_{\tilde{m} + Kl}(a). \quad (23)$$

Из (23) видно, что если токи излучателей решетки сфазированы таким образом, чтобы обеспечить возбуждение азимутальной гармоники с номером \tilde{m} , то вклад в R_Σ также вносят гармоники, индексы которых отстоят от \tilde{m} на величины, кратные K . Эффективность возбуждения одной из таких гармоник с индексом, ближайшим к \tilde{m} , может быть сравнима или даже превосходить эффективность возбуждения заданной гармоники с индексом \tilde{m} , если индекс $\tilde{m} - K$ или $\tilde{m} + K$ меньше по абсолютному значению, чем $|\tilde{m}|$. Поэтому для селективного возбуждения гармоники поля с индексом $m = \tilde{m}$, лежащим в интервале $|m| \leq M$, где M — некоторое положительное целое число, следует потребовать, чтобы $K > 2M$, а также выбрать соответствующий радиус решетки a . Тогда все слагаемые в (23), за исключением члена с $m = \tilde{m}$, будут иметь азимутальные индексы, находящиеся вне интервала $|m| \leq M$. При этом парциальные сопротивления излучения, отвечающие таким азимутальным индексам, оказываются значительно меньше $R_{\tilde{m}}$ из-за быстрого уменьшения значений этих сопротивлений с увеличением $|l|$ при выбранном радиусе решетки a .

Для сравнения проанализируем также характеристики излучения одиночной рамочной антенны малых электрических размеров с током I_0 и радиусом b . Положим, что отвечающий ей магнитный диполь находится в начале координат и образует угол φ_0 с осью y . Тогда эквивалентный магнитный ток для такого излучателя можно записать следующим образом:

$$\mathbf{J}_0^{(m)}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 I_0 \pi b^2 (-\mathbf{x}_0 \sin \varphi_0 + \mathbf{y}_0 \cos \varphi_0) \delta(\mathbf{r}), \quad (24)$$

где \mathbf{x}_0 и \mathbf{y}_0 — орты осей x и y соответственно. Используя соотношения

$$\mathbf{x}_0 = \rho_0 \cos \varphi - \varphi_0 \sin \varphi, \quad \mathbf{y}_0 = \rho_0 \sin \varphi + \varphi_0 \cos \varphi,$$

где ρ_0 — радиальный орт цилиндрической системы координат, перепишем выражение (24) в виде

$$\mathbf{J}_0^{(m)}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 I_0 \frac{b^2}{2\rho} [\rho_0 \sin(\varphi - \varphi_0) + \varphi_0 \cos(\varphi - \varphi_0)] \delta(\rho) \delta(z). \quad (25)$$

Подставляя (25) в (13) вместо $\mathbf{J}_k^{(m)}(\mathbf{r})$ и оставляя лишь один член в сумме по k , получаем коэффициенты разложения для одиночной рамочной антенны. При этом используются выражения для компонент магнитного поля (11) и (12), а также соотношения (15). Учитывая, что в случае одиночного источника (25) отличными от нуля оказываются только коэффициенты с индексами $m = 1$ и -1 , и вводя верхний индекс (0) для обозначения относящихся к этому случаю величин, приходим к выражению

$$d_{\pm 1, s, \alpha}^{(0)} = \pm \frac{I_0 \pi k_0 b^2}{2N_{1, \alpha}(q)} (p_{s, \alpha} \pm n_{s, \alpha}) \exp(\pm i\varphi_0). \quad (26)$$

Подставляя (26) в (16), нетрудно получить выражение для полной мощности излучения одиночной антенны в виде $P_\Sigma^{(0)} = P_1^{(0)} + P_{-1}^{(0)}$. Следовательно, $R_\Sigma^{(0)} = R_1^{(0)} + R_{-1}^{(0)}$, где

$$R_{\pm 1}^{(0)} = Z_0 \frac{\pi(k_0 b)^4}{16} G_{\pm 1}(0). \quad (27)$$

При вычислении величины $G_{\pm 1}(0)$ в (27) следует учитывать, что в случае $a = 0$ функция $J_m(0)$ в выражении (20) для $G_{\pm 1}(a)$ равна единице при $m = 0$ и нулю при $m \neq 0$.

Сопоставим полученные результаты с характеристиками излучения аналогичной решетки, имеющей конечные значения радиусов рамочных излучателей (см. [25]). Непосредственной проверкой можно убедиться, что выражения (19), (23) и (27), содержащие функцию G_m , которая определяется формулой (20), могут быть получены из достаточно сложных и громоздких разложений, приведенных в [25] для решетки рамочных антенн с конечным значением радиуса рамок b , при выполнении условия $k_0 b [q^2 + p_\alpha(q)]^{1/2} \ll 1$ для всех значений q , принадлежащих областям интегрирования Ξ_α в (16). Более тщательный анализ показывает, что полученные выше выражения остаются справедливыми при менее жестких условиях, обеспечивающих выполнение приближенных соотношений

$$\sin(k_0 b P_\alpha) \approx k_0 b P_\alpha, \quad J_1(k_0 b q_\alpha) \approx k_0 b q_\alpha / 2. \quad (28)$$

Здесь P_α и q_α обозначают максимальные значения величин $p_\alpha(q)$ и q соответственно в областях Ξ_α . Нетрудно убедиться, что соотношения (28) выполняются с достаточным запасом при

$$k_0 b P_\alpha < 0.3, \quad k_0 b q_\alpha < 0.4. \quad (29)$$

Заметим, что если лишь одна нормальная волна из двух оказывается распространяющейся, то условия (29) применяются только к ней. Если же обе нормальные волны магнитоактивной плазмы являются распространяющимися, то эти условия следует использовать как для $\alpha = o$, так и для $\alpha = e$. Указанные условия остаются справедливыми и при определении поля решетки в дальней зоне.

3. Анализ характеристик излучения решетки

Выражения, полученные в предыдущем разделе, позволяют сравнительно легко проанализировать некоторые особенности поведения характеристик излучения рассматриваемой решетки в ряде предельных случаев. Прежде всего отметим, что при стремлении радиуса решетки a к нулю коэффициенты разложения поля, определяемые выражением (17), сводятся к коэффициентам разложения для системы рамочных антенн малых электрических размеров с общим геометрическим центром,

рассмотренной в [16]. Оставив в такой системе лишь один излучатель с номером k и магнитным дипольным моментом, образующим угол φ_k с осью y , получим, что (18) преобразуется в $\Phi_m = \pi b^2 |I_k| \exp[i(m\varphi_k + \psi_k)]$. Полагая $|I_k| \exp(i\psi_k) = I_0$ и $\varphi_k = \varphi_0$, из (17) находим, что в этом случае лишь коэффициенты $d_{m,s,\alpha}(q)$ с индексами $m = \pm 1$ оказываются отличными от нуля и совпадающими с коэффициентами (26) для одиночной антенны, как и следовало ожидать.

Сравним результаты для одиночного источника в случаях, когда его магнитный дипольный момент расположен в начале координат $\rho = 0$ и в точке с координатами $\rho = a \neq 0$, $\varphi = \varphi_k$, $z = 0$. В первом случае, согласно (26) и (27), как уже отмечалось, в разложении поля присутствуют две азимутальные гармоники с индексами $m = \pm 1$, и следовательно, только два члена $R_{\pm 1}^{(0)}$ вносят вклад в полное сопротивление излучения. В случае же, когда $a \neq 0$, число членов как в разложении поля, так и в выражении для сопротивления излучения бесконечно и полное сопротивление излучения одиночной рамочной антенны записывается в виде

$$R_{\Sigma}^{(0)} = Z_0 \frac{\pi(k_0 b)^4}{16} \sum_{\alpha=0}^e \int_{\Xi_{\alpha}} \frac{(-\eta) p'_{\alpha}(q)}{n_{+,\alpha}^2 + \eta} [(p_{\alpha} + n_{+,\alpha})^2 S^{(+)} + (p_{\alpha} - n_{+,\alpha})^2 S^{(-)} + 2(p_{\alpha}^2 - n_{+,\alpha}^2) S] dq, \quad (30)$$

где

$$S^{(\pm)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{m\mp 1}^2(k_0 q a),$$

$$S = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_{m-1}(k_0 q a) J_{m+1}(k_0 q a). \quad (31)$$

С учетом теоремы сложения Неймана для цилиндрических функций [33], суммирование рядов в (31) дает $S^{(\pm)} = 1$ и $S = 0$. Следовательно, величина $R_{\Sigma}^{(0)}$ в (30) равна сумме двух парциальных сопротивлений излучения $R_1^{(0)}$ и $R_{-1}^{(0)}$, которые определяются формулами (27). Совпадение результатов для сопротивления излучения $R_{\Sigma}^{(0)}$, полученных разными способами, с одной стороны, подтверждает правильность проведенного анализа, поскольку полное сопротивление излучения любого источника не должно зависеть от его пространственного расположения в безграничной однородной среде. С другой стороны, видно, что число азимутальных гармоник в разложении поля отдельного излучателя и соответствующее число парциальных сопротивлений излучения в сумме для полного сопротивления излучения зависят от выбора начала координат. Поэтому целесообразно выбирать начало координат таким образом, чтобы минимизировать число членов в рядах для поля и мощности излучения или, по крайней мере, обеспечить быструю сходимость соответствующих рядов. Из проведенного рассмотрения видно, что для одиночной рамочной антенны это обеспечивается при

размещении начала координат в центре рамки, тогда как для круговой антенной решетки начало координат должно находиться в ее центре согласно рис. 1. Важно, что, как следует из анализа выражения (23), именно при таком выборе начала координат могут быть реализованы условия, когда поле и сопротивление излучения решетки преимущественно определяются лишь одним слагаемым, соответствующим заданной азимутальной гармонике в используемой координатной системе.

Обсудим теперь поведение величин R_m в зависимости от радиуса решетки a для различных значений m . Указанные зависимости, представляющие значительный интерес, определяются функциями $G_m(a)$. Из (20) следует, что в случае $a = 0$ величины $G_m(a)$ при $m \neq \pm 1$ равны нулю, а $G_1(a)$ и $G_{-1}(a)$ максимальны. Заметим, что именно данные максимальные значения (т.е. $G_1(0)$ и $G_{-1}(0)$) определяют парциальные сопротивления излучения (27) одиночной рамочной антенны. С увеличением a величины $G_1(a)$ и $G_{-1}(a)$ постепенно уменьшаются, в то время как остальные величины $G_m(a)$ достигают своих максимумов при некоторых радиусах $a = a_m$, а затем уменьшаются, причем значения этих радиусов растут по мере увеличения $|m|$. Такое поведение, очевидно, связано с тем, что с ростом a каждая функция Бесселя в (20) после достижения первого (главного) максимума осциллирует с плавно уменьшающейся амплитудой. Поэтому для эффективного возбуждения азимутальных гармоник с индексами m , принадлежащими интервалу $|m| \leq M$, радиус a необходимо выбирать таким образом, чтобы выполнялось условие $a \lesssim a_M$, где a_M — радиус решетки, соответствующий максимуму $G_M(a)$. В этом случае величины $G_m(a)$ для более высоких азимутальных индексов будут меньше величин, принадлежащих указанному выше интервалу значений m . Описанное поведение $G_m(a)$ будет более подробно проиллюстрировано ниже конкретными примерами численных расчетов.

Наконец, отметим, что $R_{\Sigma} \rightarrow KR_{\Sigma}^{(0)}$ при $a \rightarrow \infty$ и фиксированном числе излучателей K . Доказательство этого утверждения, очевидного с физической точки зрения, в общем случае весьма громоздко и здесь не приводится. Однако его легко получить из (23) при $K = 2$. В этом случае ряд в (23) записывается следующим образом:

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} G_{\tilde{m}+2l}(a) = \sum_{\alpha=0}^e \int_{\Xi_{\alpha}} \frac{(-\eta) p'_{\alpha}(q)}{n_{+,\alpha}^2 + \eta} [(p_{\alpha} + n_{+,\alpha})^2 \tilde{S}_{\tilde{m}}^{(+)} + (p_{\alpha} - n_{+,\alpha})^2 \tilde{S}_{\tilde{m}}^{(-)} + 2(p_{\alpha}^2 - n_{+,\alpha}^2) \tilde{S}_{\tilde{m}}] dq, \quad (32)$$

где

$$\tilde{S}_{\tilde{m}}^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{\tilde{m}+2l\mp 1}^2(k_0 q a),$$

$$\tilde{S}_{\tilde{m}} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{\tilde{m}+2l-1}(k_0 q a) J_{\tilde{m}+2l+1}(k_0 q a). \quad (33)$$

Ряды в (33) могут быть приведены к виду

$$\tilde{S}_m^{(\pm)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_{2k+n}^2(k_0qa) = \frac{1}{2} [1 + (-1)^n J_0(2k_0qa)],$$

$$\tilde{S}_m = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_{2k-n}(k_0qa) J_{2k+2-n}(k_0qa) = \frac{(-1)^n}{2} J_2(2k_0qa),$$
(34)

где $n = 0$ и 1 для нечетных и четных \tilde{m} соответственно. Процедура суммирования рядов в (34) описана в Приложении. Из (34) следует, что $\tilde{S}_m^{(\pm)} = 1/2$ и $\tilde{S}_m = 0$ при $a \rightarrow \infty$. Подставляя (32) в (23) в этом предельном случае, получаем $R_{\Sigma} = K^2(R_1^{(0)} + R_{-1}^{(0)})/2 = KR_{\Sigma}^{(0)}$, как и должно быть. Отсюда следует важный вывод, касающийся выбора максимального радиуса решетки. Поскольку основной вклад в мощность излучения рамочных антенн малых электрических размеров дают волны с поперечными волновыми числами $q \sim q_{\alpha}$, а огибающие осциллирующих функций Бесселя $J_m(2k_0qa)$ при больших значениях аргумента спадают по закону $1/(\pi k_0qa)^{1/2}$, радиус решетки целесообразно увеличивать лишь до тех пор, пока величины $(\pi k_0qa)^{1/2}$ для распространяющихся нормальных волн не начнут существенно превышать единицу. Дальнейший рост a приведет к превращению решетки в набор отдельных независимых источников.

4. Результаты численных расчетов

Численные расчеты были проведены применительно к диапазону частот (2). На этих частотах распространяющейся является только необыкновенная (свистовая) волна, которая и определяет излучаемую мощность. Поэтому в (20) следует оставить лишь члены с $\alpha = e$. В указанном диапазоне выполняются неравенства $|\varepsilon| \ll |g| \ll |\eta|$, а величина p_e является действительной при $0 < q < q_e$, где $q_e = [(\varepsilon^2 - g^2)/\varepsilon]^{1/2}$. При этом функция $p_e(q)$ описывает поверхность показателя преломления данной волны, показанную на рис. 2, где введено обозначение $P_e = p_e(0) = (\varepsilon - g)^{1/2}$. В рассматриваемой области частот величина $G_m(a)$, определяемая формулой (20), принимает вид

$$G_m(a) = \int_0^{q_e} \frac{(-\eta)p'_e(q)}{n_{+,e}^2 + \eta} [(p_e + n_{+,e})J_{m-1}(k_0qa) + (p_e - n_{+,e})J_{m+1}(k_0qa)]^2 dq.$$
(35)

При проведении расчетов использовались параметры плазмы, отвечающие условиям максимума F-слоя дневной ионосферы Земли: $\omega_p = 5.6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\omega_H = 8.8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\omega_{LH} = 5.1 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Эти значения соответствуют плотности плазмы $N = 10^{12} \text{ м}^{-3}$, внешнему магнитному полю $B_0 = 0.05 \text{ мТ}$ и ионам O^+ . Радиус каждого элемента решетки был взят равным $b = 1 \text{ м}$. Для частоты излучения ω брались два значения:

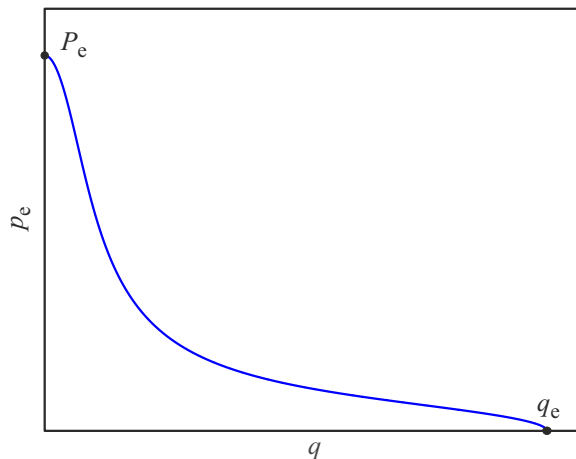


Рис. 2. Качественный вид поверхности показателя преломления необыкновенной волны (без соблюдения масштаба) в частотном диапазоне (2).

$\omega = \omega_1 = 2.5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ и $\omega = \omega_2 = 4.4 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. На обеих частотах с большим запасом выполняется условие $k_0b|\varepsilon\eta|^{1/4} \ll 1$, позволяющее использовать равномерное распределение тока для излучателей решетки (параметр $k_0b|\varepsilon\eta|^{1/4}$ составляет $1.35 \cdot 10^{-2}$ и $1.04 \cdot 10^{-2}$ при $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$ соответственно). Поскольку в рассматриваемом диапазоне частот справедливо соотношение $P_e \ll q_e$, для замены излучателей элементарными магнитными диполями достаточно потребовать выполнения лишь второго условия в (29). На частотах ω_1 и ω_2 , для которых $k_0bq_e = 0.1$ и $k_0bq_e = 0.31$ соответственно, указанное условие удовлетворяется.

На рис. 3 представлены зависимости величин $G_m(a)$ от радиуса решетки a на частоте ω_1 . Данные зависимости нормированы на максимальное значение $G_1(0) = 1.55 \cdot 10^7$. Заметим, что $G_{-1}(0) = 9.48 \cdot 10^6$. Величины $G_{\pm 1}(0)$ можно вычислить в явном виде в области частот $\omega < \omega_{LH}/2$. При этом условии, которое выполняется для $\omega = \omega_1$, приходим к неравенствам $|\eta| \gg n_{+,e}^2$ и $|\eta| \gg q_e^2$ [23]. Они позволяют положить $\eta = -\infty$ в (35) и получить из (8) и (10) приближенные соотношения

$$q^2 = \varepsilon - p_e^2 - g^2/(\varepsilon - p_e^2), \quad n_{+,e} = gp_e/(\varepsilon - p_e^2).$$
(36)

Далее, переходя от интегрирования по q к интегрированию по p_e в интервале между нулем и P_e в (35) с учетом соотношений (36) и неравенства $|\varepsilon| \ll |g|$, имеем

$$G_{\pm 1}(0) \approx \frac{\pi}{4} \frac{g^2}{|\varepsilon|^{1/2}} \left(1 + \xi_{\pm 1} \frac{|\varepsilon|^{1/2}}{|g|^{1/2}} \right),$$
(37)

где $\xi_1 = 22/(3\pi)$, $\xi_{-1} = -26/(3\pi)$. Из (37) можно получить, что $G_1(0) = 1.73 \cdot 10^7$ и $G_{-1}(0) = 1.04 \cdot 10^7$ на частоте ω_1 . Эти результаты с точностью до 10% близки к значениям, найденным численно.

Подставляя (37) в (27), получаем приближенные выражения для парциальных сопротивлений излучения $R_1^{(0)}$ и $R_{-1}^{(0)}$. Складывая их и учитывая, что

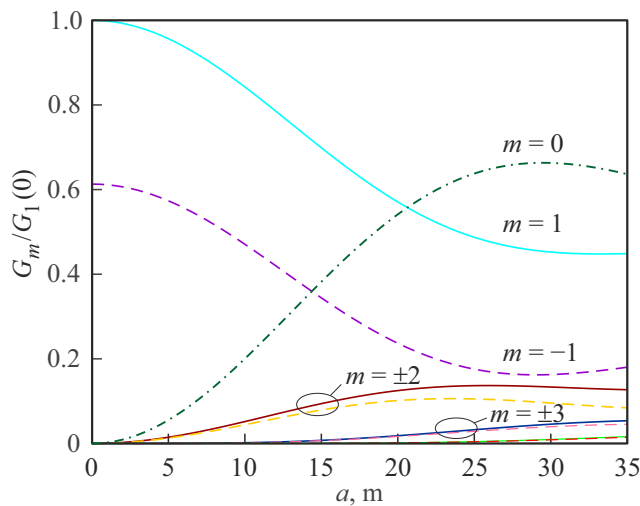


Рис. 3. Зависимости величин $G_m(a)$, нормированных на $G_1(0)$, от радиуса решетки a для $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 4$ при $\omega = 2.5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\omega_p = 5.6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\omega_H = 8.8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\omega_{\text{ЛН}} = 5.1 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Сплошные, штриховые и штрихпунктирная линии относятся к $G_m(a)$ при положительных, отрицательных и нулевом значениях m соответственно. Две нижние немаркированные кривые отвечают значениям $m = \pm 4$.

$(\xi_1 + \xi_{-1})|\varepsilon/g|^{1/2} \ll 1$, находим полное сопротивление излучения одиночной антенны в виде

$$R_{\Sigma}^{(0)} \approx Z_0 \frac{\pi^2 (k_0 b)^4}{32} \frac{g^2}{|\varepsilon|^{1/2}}. \quad (38)$$

На частоте $\omega = \omega_1$ из (38) имеем $R_{\Sigma}^{(0)} = 1.02 \cdot 10^{-7} \Omega$. Этот результат близок к точному значению $R_{\Sigma}^{(0)} = 9 \cdot 10^{-8} \Omega$, полученному из (27).

Из рис. 3 видно, что величины $G_m(a)$ в зависимости от a ведут себя так, как описано в предыдущем разделе. При этом, согласно рис. 3, решетка с радиусом $a = 30 \text{ m}$ может быть использована для возбуждения азимутальных гармоник с индексами, не превышающими по модулю 4. При $|m| > 4$ и $a \leq 30 \text{ m}$ величины $G_m(a)$, а следовательно, и соответствующие им парциальные сопротивления излучения R_m оказываются весьма малыми и поэтому не приводятся. С учетом сказанного обсудим парциальные сопротивления излучения R_m в случае $\Delta\psi = -2\pi\tilde{m}/K$ при $\tilde{m} = -4, -3, \dots, 3, 4$. Данные величины R_m представлены на рис. 4 в виде столбцов для решетки с радиусом $a = 30 \text{ m}$, состоящей из восьми элементов ($K = 8$). Для каждой величины R_m используется индивидуальный цвет, отвечающий фазовому сдвигу $\Delta\psi$, определяемому конкретным значением \tilde{m} . Видно, что выбор соответствующего фазового сдвига $\Delta\psi$ обеспечивает преимущественное возбуждение азимутальной гармоники с индексом $m = \tilde{m}$, лежащим в интервале $|m| \leq M$, где $M = 3$. Это значение M удовлетворяет условию $K > 2M$, как и должно быть. Отметим, что в случае селективного возбуждения конкретной гармоники с индексом $m = \tilde{m}$ в указанном интервале имеет

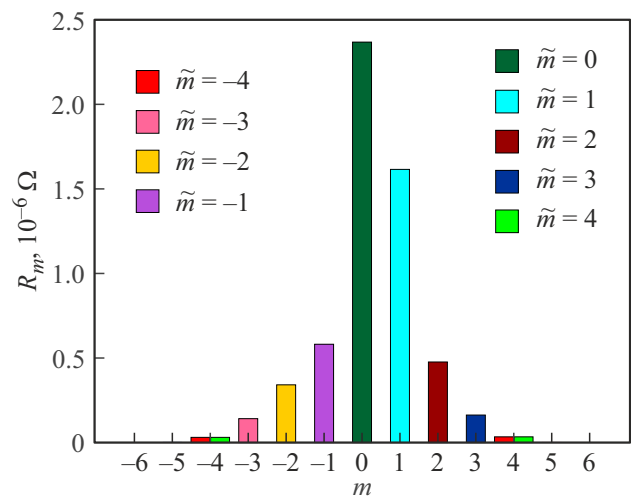


Рис. 4. Парциальные сопротивления излучения R_m фазированной решетки с радиусом $a = 30 \text{ m}$, $K = 8$, $b = 1 \text{ m}$ при $\Delta\psi = -2\pi\tilde{m}/K$ для $\tilde{m} = -4, -3, \dots, 3, 4$. Для каждой величины R_m используется индивидуальный цвет, соответствующий фазовому сдвигу $\Delta\psi$, определяемому значением индекса $m = \tilde{m}$. Столбцы, отвечающие значениям $\tilde{m} = -3, \dots, 3$, расположены напротив меток горизонтальной оси с теми же значениями. Столбцы, отвечающие $\tilde{m} = 4$ и $\tilde{m} = -4$, расположены справа и слева от меток ± 4 соответственно. Частота ω и параметры плазмы те же, что на рис. 3.

место соотношение $R_{\Sigma} \approx R_{\tilde{m}}$, причем R_{Σ} при $|m| < 3$ существенно больше, чем $R_{\Sigma}^{(0)}$.

Заметные отличия от описанного выше поведения наблюдаются при возбуждении гармоник поля с $m = 4$ и -4 . В случае $\Delta\psi = -2\pi\tilde{m}/K$ при $\tilde{m} = 4$ возбуждение 4-й гармоники сопровождается возбуждением (-4) -й гармоники практически с такой же эффективностью и наоборот. Это видно на рис. 4, на котором столбцы, соответствующие $\tilde{m} = 4$, расположены справа от меток -4 и 4 горизонтальной оси, тогда как столбцы, соответствующие $\tilde{m} = -4$, расположены слева от этих меток. Потеря селективности при возбуждении каждой из этих двух гармоник обусловлена тем, что разность их азимутальных индексов совпадает с числом элементов решетки K , вместо того чтобы быть меньше него. Хотя селективное возбуждение (-4) -й и 4-й гармоник может быть достигнуто путем увеличения K , при выбранном радиусе решетки $a = 30 \text{ m}$ это нецелесообразно из-за весьма малых значений R_{-4} и R_4 .

Стремление уменьшить радиус решетки и одновременно увеличить сопротивление излучения в диапазоне частот (2) приводит к необходимости приблизить частоту ω к частоте нижнего гибридного резонанса $\omega_{\text{ЛН}}$. Отметим, что сдвиг частоты ω к $\omega_{\text{ЛН}}$ позволяет увеличить сопротивление излучения в диапазоне частот (2) даже при заметно меньших значениях радиуса решетки. На рис. 5 представлены зависимости нормированной величины $G_m(a)$ от радиуса решетки a на частоте ω_2 . Здесь $G_1(0) = 1.2 \cdot 10^7$ и $G_{-1}(0) = 9.14 \cdot 10^6$. Из рис. 5

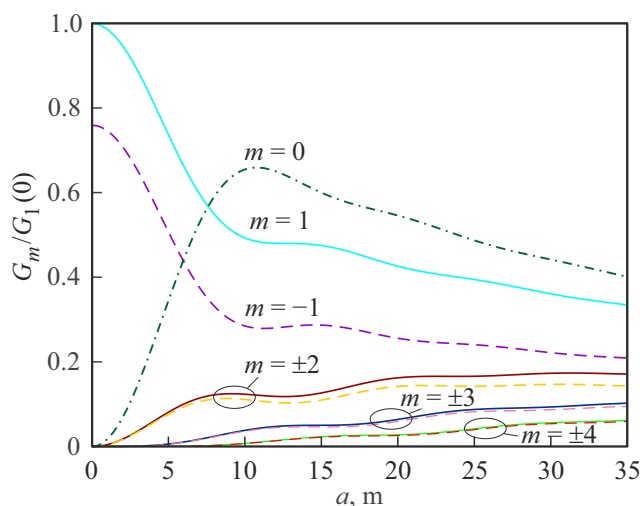


Рис. 5. Зависимости величин $G_m(a)$, нормированных на $G_1(0)$, от радиуса решетки a для $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 4$ при $\omega = 4.4 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$, $\omega_p = 5.6 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\omega_H = 8.8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$, $\omega_{LH} = 5.1 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. Обозначения линий те же, что на рис. 3.

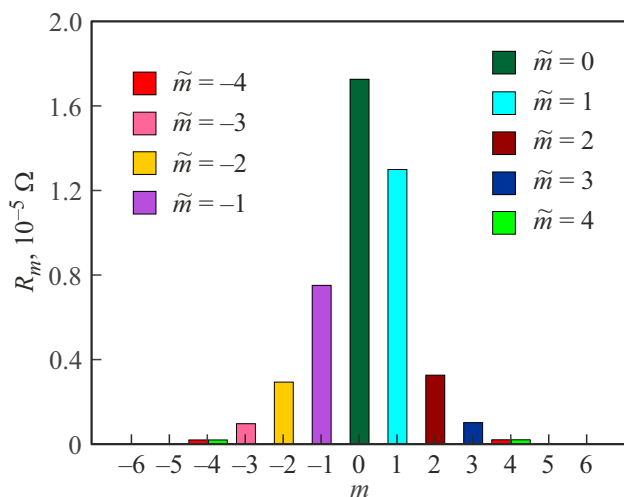


Рис. 6. Парциальные сопротивления излучения R_m фазированной решетки с радиусом $a = 10 \text{ m}$, $K = 8$, $b = 1 \text{ m}$ при $\Delta\psi = -2\pi\tilde{m}/K$ для $\tilde{m} = -4, -3, \dots, 3, 4$. Обозначения величин R_m аналогичны рис. 4. Частота ω и параметры плазмы те же, что на рис. 5.

следует, что для возбуждения азимутальных гармоник с теми же значениями m , что и на рис. 4, достаточно положить $a = 10 \text{ m}$. Для этого радиуса на рис. 6 показаны парциальные сопротивления излучения R_m решетки с восемью элементами и теми же сдвигами фаз $\Delta\psi$, что на частоте $\omega = \omega_1$. Согласно рис. 6, при $\omega = \omega_2$ селективное возбуждение возможно только для азимутальных гармоник с индексами $|m| \leq 3$, как это имело место при $\omega = \omega_1$. Каждое парциальное сопротивление R_m с такими индексами снова практически полностью определяет величину R_Σ , которая при $|m| < 3$ заметно превышает полное сопротивление излучения

$R_\Sigma^{(0)} = 7.25 \cdot 10^{-7} \Omega$ одиночной рамочной антенны на частоте ω_2 . Следует отметить, что на данной частоте полное и парциальные сопротивления излучения антенной решетки существенно выше, чем на частоте ω_1 . Это объясняется увеличением сопротивления излучения рамочных антенн по мере приближения ω к частоте нижнего гибридного резонанса.

Несмотря на то, что представленные на рисунках результаты качественно аналогичны результатам для фазированной решетки, состоящей из рамочных антенн с осями симметрии, параллельными внешнему магнитному полю [23], рассматриваемая решетка имеет некоторые преимущества по сравнению с системой, изученной в [23], уже при сравнительно малом радиусе a . Например, решетка из 8 элементов с радиусом $a = 5 \text{ m}$, способная селективно возбуждать азимутальные гармоники в интервале $|m| \leq 3$, обеспечивает относительно эффективное возбуждение пяти гармоник с индексами $m = 0, \pm 1$ и ± 2 на частоте $\omega = \omega_2 = 4.4 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$. При этом, как видно на рис. 7, селективное возбуждение (-3) -й или 3-й гармоники также возможно, хотя и недостаточно эффективно из-за меньшего радиуса a по сравнению со случаем, представленным на рис. 6. Решетка того же радиуса $a = 5 \text{ m}$ с параллельной (относительно внешнего магнитного поля) ориентацией осей излучателей, которая была изучена в [23], может обеспечить эффективное селективное возбуждение только для трех гармоник с индексами $m = 0$ и ± 1 при $\omega = \omega_2$. Данный факт объясняется отличием поведения величин $G_m(a)$ для рассматриваемой в настоящей работе фазированной решетки от поведения соответствующих величин в [23].

Важной особенностью селективного возбуждения гармоники поля с заданным азимутальным индексом m в рассматриваемом диапазоне частот является то, что соответствующее парциальное сопротивление излучения

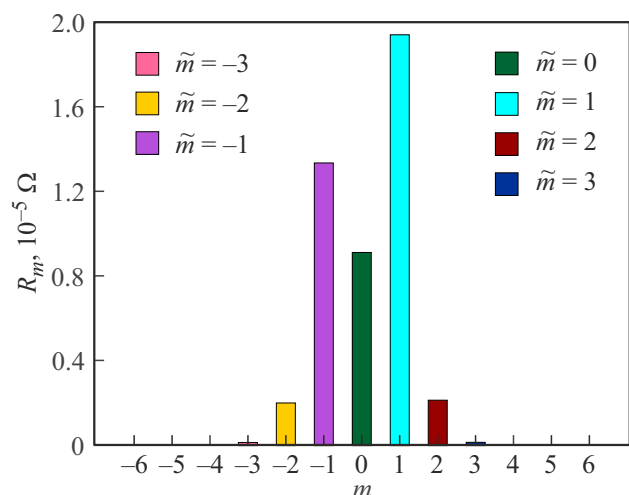


Рис. 7. Парциальные сопротивления излучения R_m фазированной решетки с радиусом $a = 5 \text{ m}$, $K = 8$, $b = 1 \text{ m}$ при $\Delta\psi = -2\pi\tilde{m}/K$ для $\tilde{m} = -3, -2, \dots, 2, 3$. Частота ω , параметры плазмы и обозначения величин R_m те же, что на рис. 5 и 6.

R_m практически полностью определяет полное сопротивление излучения R_Σ решетки. В результате селективно возбуждаемая гармоника поля с ненулевым значением m вносит основной вклад в волновое поле, которое будет иметь геликоидальную форму фазового фронта, характеризуемую данным индексом. Отметим также, что, согласно (23), каждая величина R_m содержит множитель K^2 , значение которого может быть достаточно велико для многоэлементной решетки. Именно поэтому парциальное сопротивление излучения для преимущественно возбуждаемой азимутальной гармоники, а следовательно, и полное сопротивление излучения соответствующей фазированной решетки заметно превышают полное сопротивление излучения отдельной рамочной антенны. Например, величины R_{-1} , R_0 и R_1 на рис. 7 более чем на порядок превышают сопротивление излучения одного излучающего элемента $R_\Sigma^{(0)}$. В частности, при значениях величин R_m , представленных на рис. 7, полная излучаемая мощность решетки оказывается равной приблизительно 0.1 W при $\tilde{m} = 1$ и токе отдельного излучателя порядка 100 A, как в космическом эксперименте [11] с рамочными антеннами ОНЧ диапазона. Хотя указанное значение излучаемой мощности представляется приемлемым для предварительных экспериментов с подобными решетками, их сопротивление излучения можно повысить, увеличив радиус b или количество K рамок. Очевидно, что максимальное значение K ограничено требованием достаточно слабой электродинамической связи между элементами решетки. На основании имеющихся результатов лабораторных экспериментов [22] можно сделать вывод, что это условие обеспечивается, если расстояние между ближайшими рамочными антеннами больше их радиуса. Отметим, что на частоте ω_2 данное требование, а также условие малых электрических размеров излучающих элементов остаются выполненными, если значения b и K увеличить, например, в 1.3 и 2 раза соответственно по сравнению с использованными на рис. 7. Это приведет к возрастанию величин R_m , показанных на данном рисунке, еще на порядок, поскольку они подчиняются соотношению $R_m \propto b^4 K^2$. При дальнейшем увеличении радиусов рамок b или частоты ω излучающие элементы решетки перестают быть электрически малыми. В этом случае их замена элементарными магнитными диполями невозможна и требуется учет конечных размеров излучателей.

Заметим, что полное и парциальные сопротивления излучения решетки, как и полное сопротивление излучения ее отдельного элемента, существенно определяются плотностью плазмы N , что, в частности, следует из выражений (35), (37) и (38). Поскольку с уменьшением величины N , заметно изменяющейся в ионосфере в зависимости от высоты и гелиогеофизических условий, указанные энергетические характеристики излучения спадают, использование рассмотренной решетки оказывается наиболее эффективным на высотах F-слоя, где достигаются максимально возможные значения плотно-

сти плазмы. При этом локальная неоднородность ионосферной плазмы в окрестности решетки практически не будет сказываться на ее характеристиках излучения. Действительно, в диапазоне (2) возбуждаемые решеткой волны необыкновенной поляризации имеют длины, изменяющиеся от λ_\perp до λ_\parallel , где $\lambda_\perp < \lambda_\parallel$, при смене направления распространения от перпендикулярного к продольному относительно внешнего магнитного поля соответственно. Для частот, использованных выше, эти величины, составляющие $\lambda_\perp = 60$ m, $\lambda_\parallel = 629$ m при $\omega = \omega_1$ и $\lambda_\perp = 20$ m, $\lambda_\parallel = 473$ m при $\omega = \omega_2$, существенно меньше характерных пространственных масштабов неоднородности невозмущенной ионосферной плазмы (влияние ее мелкомасштабных неоднородностей, вызванных, например, воздействием мощных радиоволн, требует специального анализа и здесь не рассматривается). Указанные обстоятельства делают использование принятой нами модели однородной плазменной среды вполне оправданным.

Наконец, отметим, что наряду с рассмотренными интегральными характеристиками излучения решетки не меньший интерес представляет такая ее дифференциальная характеристика как диаграмма направленности излучения по мощности. Хотя изучение этой характеристики выходит за рамки настоящей работы, укажем, что в диапазоне частот (2) диаграмма направленности имеет особенности вдоль каустических направлений [26,34], образующих углы $\theta_{S1} \approx 19.5^\circ$ и $\theta_{S2} < \theta_{S1}$ с внешним магнитным полем ($\theta_{S2} \approx \arctan(|\varepsilon/g|^{3/2}/2)$ при $\omega < \omega_{\text{ЛН}}/2$) и отвечающих конусам Стори [35,36]. Вблизи данных конусов поле излучения характеризуется наличием прикаустических максимумов, определяющих вид особенностей диаграммы в этих направлениях, который оказывается не зависящим от конкретных значений параметров плазмы [26].

Заключение

Исследованы особенности излучения круговой фазированной решетки рамочных антенн в магнитоактивной плазме в случае, когда их оси симметрии ориентированы по касательной к периметру решетки и перпендикулярны внешнему магнитному полю. Определены условия, при которых для расчета энергетических характеристик излучения решетки образующие ее антенны могут быть заменены элементарными магнитными диполями. Установлено, что в случае достаточно малых рамочных антенн эти условия могут быть выполнены, если показатели преломления возбуждаемых нормальных волн магнитоактивной плазменной среды являются конечными при всех направлениях распространения.

Показано, что использование такой замены позволяет получить сравнительно простые аналитические представления полной мощности излучения решетки и ее парциальных мощностей, идущих в волны с различными значениями азимутального индекса. Приведены резуль-

таты расчетов этих величин для нерезонансной области диапазона очень низких частот.

Применительно к случаю равномерного расположения рамочных антенн по периметру решетки и одинаковых абсолютных значений их токов найдены фазовые соотношения для этих токов и значения радиуса решетки, при которых имеет место селективное возбуждение волн с заданным азимутальным индексом в указанной области частот. Определено минимальное число излучателей решетки, необходимое для обеспечения селективного возбуждения каждой из гармоник поля, азимутальные индексы которых находятся в заданном интервале значений. Отмечено, что по сравнению с ранее исследованной аналогичной решеткой, в которой оси рамочных излучателей ориентированы параллельно внешнему магнитному полю, рассмотренная решетка обладает важным преимуществом, состоящим в отсутствии перекрытия рамочных антенн при увеличении их числа. Это позволяет при том же радиусе решетки разместить больше излучателей по ее периметру и тем самым увеличить число селективно возбуждаемых азимутальных гармоник поля, а также полную мощность излучения. Продемонстрировано, что полученные в работе соотношения дают возможность выполнить предварительные оценки параметров фазированных решеток при планировании соответствующих экспериментов в ионосферных условиях.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 25-12-00038).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] T.B. Leyser, L. Norin, M. McCarrick, T.R. Pedersen, B. Gustavsson. *Phys. Rev. Lett.*, **102**(6), 065004 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.065004
- [2] J.M. Urrutia, R.L. Stenzel. *Phys. Plasmas*, **22**(9), 092111 (2015). DOI: 10.1063/1.4930105
- [3] R.L. Stenzel, J.M. Urrutia. *Phys. Plasmas*, **22**(9), 092112 (2015). DOI: 10.1063/1.4930106
- [4] R.L. Stenzel, J.M. Urrutia. *Phys. Plasmas*, **22**(9), 092113 (2015). DOI: 10.1063/1.4930107
- [5] B. Thidé, H. Then, J. Sjöholm, K. Palmer, J. Bergman, T.D. Carozzi, Y.N. Istomin, N.H. Ibragimov, R. Khamitova. *Phys. Rev. Lett.*, **99**(8), 087701 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.087701
- [6] Б.А. Князев, В.Г. Сербо. *УФН*, **188**(5), 508 (2018). DOI: 10.3367/UFNR.2018.02.038306 [B.A. Knyazev, V.G. Serbo. *Physics-Uspexhi*, **61**(5), 449 (2018). DOI: 10.3367/UFNe.2018.02.038306]
- [7] F. Tamburini, E. Mari, A. Sponselli, B. Thidé, A. Bianchini, F. Romanato. *New J. Phys.*, **14**(3), 033001 (2012). DOI: 10.1088/1367-2630/14/3/033001
- [8] R.L. Stenzel. *Adv. Phys.*: X, **1**(4), 687 (2016). DOI: 10.1080/23746149.2016.1240017
- [9] R.A. Helliwell. *Whistlers and Related Ionospheric Phenomena* (Stanford University Press, Palo Alto, 1965)
- [10] P.R. Bannister, J.K. Harrison, C.C. Rupp, R.W.P. King, M.L. Cosmo, E.C. Lorenzini, C.J. Dyer, M.D. Grossi. In *AGARD Conference Proceedings* (Winchester, 1993), p. 33.1.
- [11] Н.А. Арманд, Ю.П. Семенов, Б.Е. Черток, В.В. Мигулин, В.В. Акиндинов, В.И. Аксенов, Г.В. Башилов, П.М. Белоусов, В.А. Блинов, Е.П. Вяткин, С.А. Горбунов, С.М. Еремин, И.В. Лишин, Д.С. Лукин, А.В. Мошков, Л.И. Нежинский, В.Г. Осипов, В.Б. Пресняков, А.Е. Резников, Е.А. Руденчик, П.П. Савченко, Г.К. Сосулин, С.В. Старостин, Н.П. Чубинский, А.В. Шабанов, В.А. Шлыков, И.Н. Шугалев. *Радиотехника и электроника*, **33**(11), 2225 (1988).
- [12] B.T. Tsurutani, G.P. Zank, V.J. Sterken, K. Shibata, T. Nagai, A.J. Mannucci, D.M. Malaspina, G.S. Lakhina, S.G. Kanekal, K. Hosokawa, R.B. Horne, R. Hajra, K.-H. Glassmeier, C.T. Gaunt, P.-F. Chen, S.-I. Akasofu. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **51**(7), 1595 (2023). DOI: 10.1109/TPS.2022.3208906
- [13] T.N.C. Wang. *J. Geophys. Res.*, **77**(31), 6168 (1972). DOI: 10.1029/JA077i031p06168
- [14] A.V. Kudrin, T.M. Zaboronkova, A.S. Zaitseva, E.V. Bazhilova. *Phys. Plasmas*, **27**(9), 092101 (2020). DOI: 10.1063/5.0016117
- [15] Т.М. Заборонкова, А.С. Зайцева, А.В. Кудрин, Е.Ю. Петров, Е.В. Бажилова. *Известия вузов. Радиофизика*, **64**(2), 110 (2021), DOI: 10.52452/00213462_2021_64_02_110 [T.M. Zaboronkova, A.S. Zaitseva, A.V. Kudrin, E.Yu. Petrov, E.V. Bazhilova. *Radiophys. Quantum Electron.*, **64**(2), 101 (2021). DOI: 10.1007/s11141-021-10115-6]
- [16] A.V. Kudrin, A.S. Zaitseva, E.V. Bazhilova, T.M. Zaboronkova. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **52**(4), 1227 (2024). DOI: 10.1109/TPS.2024.3390060
- [17] A.V. Kudrin, A.S. Zaitseva, E.V. Bazhilova, T.M. Zaboronkova. *IEEE Access*, **12**, 70501 (2024). DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3401400
- [18] A.V. Kudrin, T.M. Zaboronkova, A.S. Zaitseva, E.V. Bazhilova. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **70**(8), 6401 (2022). DOI: 10.1109/TAP.2022.3161444
- [19] R.L. Stenzel. *Phys. Plasmas*, **26**(8), 080501 (2019). DOI: 10.1063/1.5097852
- [20] Г.Ю. Голубятников, С.В. Егоров, А.В. Костров, Е.А. Мареев, Ю.В. Чугунов. *ЖЭТФ*, **94**(4), 124 (1988). [G.Yu. Golubyatnikov, S.V. Yegorov, A.V. Kostrov, E.A. Mareev, Yu.V. Chugunov. *Sov. Phys. JETP*, **67**(4), 717 (1988).]
- [21] M.E. Gushchin, T.M. Zaboronkova, C. Krafft, S.V. Korobkov, A.V. Kostrov. *Phys. Plasmas*, **19**(9), 093301 (2012). DOI: 10.1063/1.4745611
- [22] J.M. Urrutia, R.L. Stenzel. *Phys. Plasmas*, **23**(5), 052112 (2016). DOI: 10.1063/1.4949348
- [23] Е.В. Бажилова, Т.М. Заборонкова, А.С. Зайцева, А.В. Кудрин. *Известия вузов. Радиофизика*, **65**(9), 746 (2022). DOI: 10.52452/00213462_2022_65_09_746 [E.V. Bazhilova, T.M. Zaboronkova, A.S. Zaitseva, A.V. Kudrin. *Radiophys. Quantum Electron.*, **65**(9), 679 (2023). DOI: 10.1007/s11141-023-10248-w]
- [24] A.V. Kudrin, E.V. Bazhilova, A.S. Zaitseva, T.M. Zaboronkova. *Phys. Plasmas*, **31**(5), 052120 (2024). DOI: 10.1063/5.0207822

- [25] A.V. Kudrin, A.S. Zaitseva, N.V. Shchapina, T.M. Zaboronkova. *Phys. Plasmas*, **32** (10), 102101 (2025). DOI: 10.1063/5.0283073
- [26] I.G. Kondrat'ev, A.V. Kudrin, T.M. Zaboronkova. *Electrodynamics of Density Ducts in Magnetized Plasmas* (Gordon & Breach, Amsterdam, 1999)
- [27] T.F. Bell, T.N.C. Wang. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-19** (4), 517 (1971). DOI: 10.1109/TAP.1971.1139957
- [28] T.N.C. Wang, T.F. Bell. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-20** (3), 394 (1972). DOI: 10.1109/TAP.1972.1140212
- [29] В.Л. Гинзбург. *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Наука, М., 1967) [V.L. Ginzburg. *The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas* (Pergamon Press, Oxford, 1970)]
- [30] S. Ohnuki, K. Sawaya, S. Adachi. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **AP-34** (8), 1024 (1986). DOI: 10.1109/TAP.1986.1143927
- [31] Л. Фелсен, Н. Маркувиц. *Излучение и рассеяние волн* (Мир, М., 1978) [пер. с англ.: L.B. Felsen, N. Marcuvitz. *Radiation and Scattering of Waves* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1973)]
- [32] В. Элис, С. Буксбаум, А. Берс. *Волны в анизотропной плазме* (Атомиздат, М., 1966) [пер. с англ.: W.P. Allis, S.J. Buchsbaum, A. Bers. *Waves in Anisotropic Plasmas* (MIT Press, Cambridge, 1963)]
- [33] М. Абрамовиц, И. Стиган. *Справочник по специальным функциям* (Наука, М., 1979) [пер. с англ.: *Handbook of Mathematical Functions*, ed. by M. Abramowitz, I.A. Stegun (National Bureau of Standards, Washington, 1972)]
- [34] T.N.C. Wang, T.F. Bell. *J. Geophys. Res.*, **77** (7), 1174 (1972). DOI: 10.1029/JA077i007p01174
- [35] L.R.O. Storey. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A*, **246** (908), 113 (1953). DOI: 10.1098/rsta.1953.0011
- [36] Н.С. Беллюстин. *Известия вузов. Радиофизика*, **21** (1), 22 (1978) [N.S. Bellyustin. *Radiophys. Quantum Electron.*, **21** (1), 13 (1978). DOI: 10.1007/BF01039948]

Приложение

Из теоремы сложения Неймана для цилиндрических функций [33] следует, что

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\xi) J_{k+\nu}(\xi) = J_\nu(0), \quad (\text{П1})$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k J_k(\xi) J_{k+\nu}(\xi) = J_\nu(2\xi), \quad (\text{П2})$$

где ν — целое число, $\xi = k_0 qa$. Для получения $\tilde{S}_m^{(\pm)}$ в (34) подставим $\nu = 0$ в (П1) и (П2) и учтем, что $J_0(0) = 1$. Затем, складывая (П1) и (П2) с учетом того, что величина $1 + (-1)^k$ равна 2 при четных k и нулю при нечетных k , получаем выражение для $\tilde{S}_m^{(\pm)}$ в случае $n = 0$. Вычитая (П2) из (П1) и принимая во внимание, что величина $1 - (-1)^k$ равна 2 при нечетных k и нулю при четных k , приходим к выражению для $\tilde{S}_m^{(\pm)}$ в случае $n = 1$. Чтобы получить \tilde{S}_m в (34) при $n = 0$ и 1, следует подставить $\nu = 2$ в ряды (П1) и (П2), учесть соотношение $J_2(0) = 0$ и повторить процедуры сложения и вычитания обоих рядов, как описано выше.