

03
**Численное исследование течения бингамовской жидкости
в цилиндрической трубе с учетом температурной зависимости
реологических свойств**

© Е.В. Бабич, С.В. Булович, П.Ю. Кобленц

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: babich_e@spbstu.ru

Поступило в Редакцию 15 января 2026 г.
В окончательной редакции 27 апреля 2026 г.
Принято к публикации 30 апреля 2026 г.

Представлены результаты численного исследования стационарного течения бингамовской жидкости в осесимметричном канале с учетом взаимного влияния вязкой диссипации, температурного поля и реологических свойств. В качестве моделируемой среды использовался твердый водород, реологические параметры которого — предел текучести и пластическая вязкость — существенно зависят от температуры. Для решения задачи применена регуляризованная модель Бингама, реализованная в пакете ANSYS Fluent с использованием пользовательских функций. Исследовано влияние параметров регуляризации на точность полученного решения и скорость сходимости итерационного процесса. Проведено сравнение режимов течения с двумя типами граничного условия на стенке: постоянное значение температуры и условие адиабатической изоляции. Выполнена оценка влияния температурной зависимости теплопроводности и удельной изобарной теплоемкости на характеристики течения в канале с постоянной температурой стенки.

Ключевые слова: бингамовская жидкость, твердый водород, вязкая диссипация, неизотермическое течение, численное моделирование.

DOI: 10.61011/JTF.2026.08.63357.6-26

Введение

Бингамовские вязкопластичные среды, отличающиеся наличием статического предела текучести, находят широкое применение в различных технологических процессах — от транспортировки буровых растворов и переработки пищевых продуктов, до экструзии полимеров и металлов. Ключевой особенностью таких процессов является течение в каналах, при котором значительная часть механической энергии преобразуется в тепло. Это явление, известное как вязкостный нагрев, оказывает существенное влияние на реологические свойства среды и общую эффективность процесса.

Для течений вязкопластичных сред в каналах простой геометрии разработаны аналитические решения. В частности, для прямоугольного канала получены точные решения уравнения Пуассона, позволяющие рассчитывать распределение скорости и напряжений сдвига [1,2]. Важным результатом является локализация зоны пластичного течения и определение размеров и формы жесткого ядра [3]. Однако для более сложных случаев — при сложной геометрии, учете взаимного влияния реологических свойств, температурного поля и вязкой диссипации — необходимы численные методы.

Одной из актуальных задач, требующих такого подхода, является экструзия твердого водорода для систем формирования топливных пеллет термоядерных реакторов (например, ITER). Экспериментальные исследо-

вания [4] показали, что в температурном диапазоне 10–13 К твердый водород ведет себя как бингамовская жидкость, при этом его пластическая вязкость и предел текучести существенно зависят от температуры. Экструзия возможна благодаря тому, что водород в этом диапазоне проявляет свойства вязкопластичного тела, а не твердого. Процесс сопровождается значительным тепловыделением за счет вязкой диссипации, которое может приводить к локальному нагреву среды и срыву процесса экструзии [4].

Несмотря на существование большого числа работ по моделированию течений бингамовских жидкостей, комплексный учет взаимосвязи реологии, теплопереноса и вязкой диссипации представлен в литературе недостаточно полно. Так, в работе [5] моделирование теплопереноса проводилось в предположении постоянства теплофизических свойств и отсутствии вязкой диссипации, что справедливо лишь при малых числах Бринкмана, но неприемлемо для интенсивных процессов, таких как экструзия водорода. В работе [6] диссипация учитывалась, но для модели с вязкостью в виде степенного закона, а не для модели Бингама. Изотермическое CFD-моделирование двухшнекового экструдера, выполненное в работе [7], позволило количественно оценить уровень вязкой диссипации, однако авторы заключили, что для адекватного описания процесса необходим переход к неизотермической модели.

Кроме того, опубликованные к настоящему моменту работы [4–7] описывают процесс экструзии в предположении постоянства температуры на стенке цилиндра. В реальных же процессах теплоотвод осуществляется циркуляцией гелия в наружном теплообменнике, и поле температур (а, следовательно, и вязкость водорода) зависит от геометрии шнека, режима экструзии, конструкции теплообменника и потока гелия в нем. Решение сопряженной задачи позволило бы повысить точность моделирования.

Целью настоящей работы является разработка и верификация математической модели неизотермического течения бингамовской жидкости в осесимметричном канале, которая полностью учитывает двустороннюю связь между температурным полем, генерируемым за счет вязкой диссипации, и реологическими характеристиками среды — пределом текучести и пластической вязкостью.

1. Математическая модель

В настоящей работе численно проинтегрирована система стационарных уравнений Навье–Стокса:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} &= -\nabla\rho + \nabla \cdot \underline{\tau}, \\ \rho c_p(\mathbf{v} \cdot \nabla T) &= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \Phi, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\underline{\tau}$ — тензор вязких напряжений, Φ — вязкая диссипация, определяемая как двойное скалярное произведение тензора вязких напряжений $\underline{\tau}$ и тензора скоростей деформации $\underline{\underline{S}} = \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T]$:

$$\Phi = \underline{\tau} : \underline{\underline{S}}.$$

Ввиду осевой симметрии расчетной области и граничных условий система уравнений решалась в цилиндрической системе координат в двумерной постановке (r, z).

Расчетная область представляет прямоугольник с размерами $R \times 40R$, где $R = 1 \text{ mm}$ (рис. 1). На входной границе (слева) задается равномерный профиль скорости, которому соответствует объемный расход $Q = 23 \text{ mm}^3/\text{s}$, и полная температура $T_0 = 10 \text{ K}$, на выходной границе (справа) фиксируется нулевое значение давления и задается нулевой градиент по температуре ($\partial T/\partial z = 0$). На стенке (граница области сверху) реализовано условие прилипания и в зависимости от постановки задачи задано либо постоянное значение температуры стенки $T_w = 10 \text{ K}$, либо условие тепловой изоляции (адиабатическая стенка). На четвертой границе расчетного прямоугольника задано условие осевой симметрии.

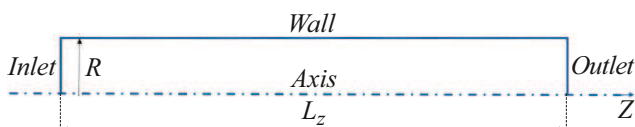


Рис. 1. Расчетная область.

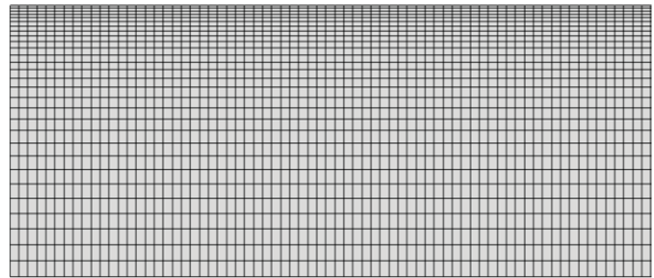


Рис. 2. Фрагмент расчетной сетки.

Сопряжение уравнений для скорости и давления проводится по схеме Coupled, для расчета градиентов функций в пределах ячейки применяется схема Least Squares Cell Based, для интерполяции давления на грани ячеек — метод Standard. Для аппроксимации конвективных слагаемых в уравнениях движения и энергии используется противопоточная схема второго порядка точности.

Расчетная сетка состояла из 30 узлов в поперечном направлении с коэффициентом сгущения 1.1 к стенке трубы; в продольном направлении сетка была равномерной с числом узлов, равным 1200 (рис. 2).

Для описания поведения водорода в условиях высокого давления и низкой температуры используется модель бингамовской жидкости, в рамках которой в областях, где касательная составляющая тензора напряжений τ ниже предельного напряжения сдвига τ_0 , среда ведет себя как абсолютно твердое тело (вязкость стремится к бесконечности). В областях, где $\tau > \tau_0$, течение подчиняется линейному закону:

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}, \quad \text{если } \tau > \tau_0,$$

$$\dot{\gamma} = 0, \quad \text{если } \tau \leq \tau_0,$$

где μ_p — пластическая вязкость, $\dot{\gamma} = 2\sqrt{\frac{1}{2}\underline{\underline{S}} : \underline{\underline{S}}}$ — интенсивность скорости деформации.

Свойства твердого водорода — плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность — считаются постоянными и равными осредненным значениям в диапазоне температур 10–13 K: $\rho = 87 \text{ kg/m}^3\text{k}$, $c_p = 1839 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $\lambda = 0.62 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ [8,9]. Предел текучести τ_0 и пластическая вязкость μ_p задаются как функции температуры на основе аппроксимаций, приведенных в работе [4]:

$$\tau_0 = 0.026 \exp[0.28(T_s - T)] \text{ МПа}, \tag{2}$$

$$\mu_p = 0.0027 \exp[0.44(T_s - T)] \text{ МПа}\cdot\text{s}, \tag{3}$$

где $T_s = 13.8 \text{ K}$ — значение температуры в тройной точке для водорода.

Для данной задачи характерны малые числа Рейнольдса ($Re = \rho V_{av} D / \mu_p \sim 10^{-7}$, где V_{av} — среднерасходная скорость, D — диаметр канала). Число Бингама ($Bn = \tau_0 D / (\mu_p V_{av}) \sim 1.4$) указывает на сопоставимый

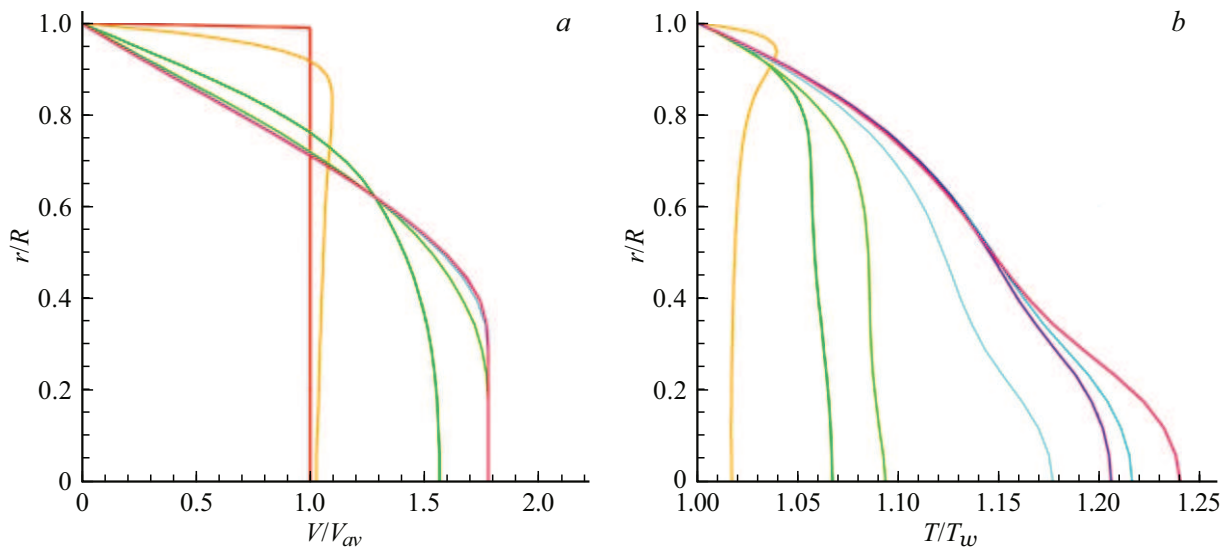


Рис. 3. Иллюстрация нефизичного нагрева ядра при расчете течения твердого водорода в канале с постоянной температурой стенки стандартными средствами ANSYS Fluent. Показаны профили скорости (а) и температуры (b) в нескольких сечениях.

вклад пластических и вязких напряжений. Число Бринкмана ($Br = \mu_p(V_{av})^2/(\lambda\Delta T) \sim 4$) свидетельствует о значительном вкладе вязкой диссипации при формировании профиля температуры, сопоставимом с теплопроводностью. Число Пекле ($Pe = Re \cdot Pr$, где число Прандтля $Pr = \mu_p c_p / \lambda \sim 4 \cdot 10^7$) равно $Pe \sim 4$, что указывает на сопоставимость конвективного и диффузионного переноса тепла.

2. Численная реализация

Численные расчеты проведены в коммерческом пакете ANSYS Fluent 2022R1. Для реализации регуляризованной модели Бингама задания температурной зависимости реологических параметров (предела текучести τ_0 и пластической вязкости μ_p), а также для включения в уравнение энергии члена, описывающего вязкую диссипацию, используются реализованные авторами настоящей работы пользовательские функции (UDF).

Для численного решения системы уравнений с реологией Бингама применяется билинейная регуляризация Vergovier–Engelman [10], которая сглаживает разрыв между условно жидкой и твердой фазами, вводя параметр в виде большой, но конечной вязкости, что позволяет сформировать „твердотельные свойства“ в ядре:

$$\mu_{\text{eff}} = \begin{cases} \mu_p + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}, & \text{если } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c, \\ \mu_c, & \text{если } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c, \end{cases}$$

где $\dot{\gamma}_c$ — критическое значение интенсивности скорости деформации, ниже которого среда считается квазитвердой, а μ_c — максимальная вязкость, задаваемая в этой области.

Для расчета вязкой диссипации в ANSYS Fluent используется стандартная формула (1). Однако опыт при-

менения модели Бингама с ее стандартной активацией в пакете программ Ansys Fluent приводит к нефизичному тепловыделению в области ядра течения (рис. 3). Как показал анализ, стандартное в рамках пакета применение этой формулы в сочетании с моделью Бингама приводит к активации диссипативного процесса в ядре потока. Это противоречит физическому смыслу вязкой диссипации как мощности, рассеиваемой за счет деформации среды. В отсутствие деформации диссипативный нагрев должен стремиться к нулю независимо от назначенного пользователем значения вязкости μ_c в рамках процедуры регуляризации задачи.

Для устранения данного артефакта поведения профиля температуры вязкая диссипация в настоящей работе реализована через пользовательскую функцию (UDF), в которой диссипативный нагрев в областях квазитвердого ядра полагается равным нулю, что соответствует физике процесса и согласуется с регуляризованной моделью течения:

$$\Phi = \begin{cases} \mu_{\text{eff}} \cdot \dot{\gamma}^2, & \text{если } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c, \\ 0, & \text{если } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c. \end{cases}$$

Для обоснования выбора параметра регуляризации μ_c было проведено исследование влияния его величины на скорость сходимости итерационного процесса и точность получаемого решения. Расчеты проводились для неизотермического течения бингамовской жидкости в цилиндрическом канале. Установлено, что при $\mu_c \geq 10^6$ Pa·s решение (с точностью до 0.1%) перестает зависеть от его дальнейшего увеличения, что свидетельствует о нечувствительности задачи к выбору параметра регуляризации в достаточно широком диапазоне. Как видно на рис. 4, а, скорость сходимости, оцениваемая по числу итераций, необходимых для стабилизации скорости ядра в выходном сечении с точностью 1%, моно-

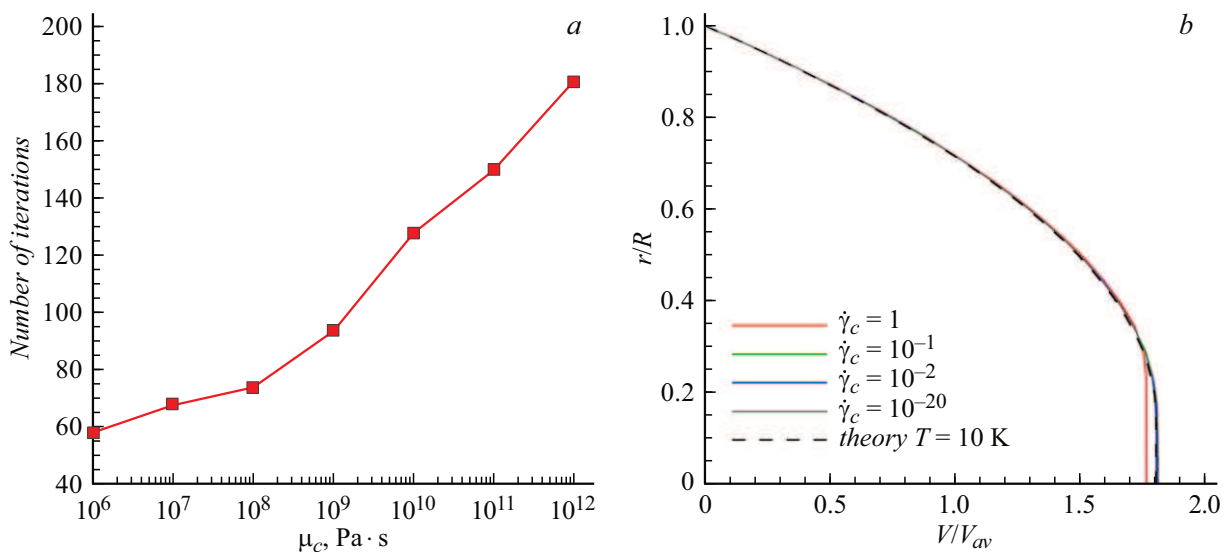


Рис. 4. Исследование влияния параметров регуляризации для модели бингамовской жидкости: *a* — зависимость скорости сходимости от максимальной вязкости μ_c ; *b* — зависимость формы профиля скорости от критической интенсивности скорости деформации $\dot{\gamma}_c$.

точно снижается при увеличении μ_c . При $\mu_c > 10^{12}$ Pa·s наблюдались проблемы с обусловленностью решаемой системы алгебраических уравнений, выражавшиеся в осцилляциях невязок и отсутствии сходимости. При увеличении μ_c от минимального до максимального значения число итераций возрастает в 3 раза.

Параметр критической скорости деформации $\dot{\gamma}_c$ влияет на сходимость в гораздо меньшей степени, чем μ_c (были протестированы значения от 1 до 10^{-20} s $^{-1}$ при фиксированном значении $\mu_c = 10^6$ Pa·s). Однако, как показано на рис. 4, *b*, при $\dot{\gamma}_c \geq 1$ s $^{-1}$ размер ядра для установившегося профиля скорости существенно отличается от размера, предписываемого аналитическим решением задачи [11]. Расширение квазитвердой зоны объясняется некорректным завышением значения $\dot{\gamma}_c$.

Для дальнейших расчетов были выбраны значения $\mu_c = 10^6$ Pa·s и $\dot{\gamma}_c = 10^{-6}$ s $^{-1}$, обеспечивающие оптимальный баланс между точностью аппроксимации модели Бингама и вычислительной эффективностью, что согласуется с рекомендациями из литературы [12,13].

3. Анализ результатов моделирования

3.1. Изотермическое течение в канале

Для верификации разработанной математической модели была решена изотермическая задача без учета диссипативного тепловыделения, в которой реологические свойства среды считались постоянными. Вязкость и предел текучести принимались неизменными и соответствовали значениям при температуре 10 К согласно формулам (2), (3).

Результаты расчета (рис. 5, *a*) демонстрируют формирование в канале установившегося профиля скорости,

характерного для вязкопластической среды: наблюдается выраженное ядро течения с постоянной скоростью, занимающее приосевую область радиусом $0.15R$, и область слоистого течения в окрестности стенки. Полученный профиль скорости показывает хорошее согласование с известным аналитическим решением для течения бингамовской жидкости в цилиндрической трубе [11] (аналитическое решение показано штриховой линией на рис. 5, *a*), что подтверждает корректность реализации реологической модели и верифицирует применяемую численную методику.

Дополнительно на рис. 5 представлены нормированные на среднерасходную скорость профили скорости для температур 11, 12 и 13 К. Анализ поведения функций показывает, что качественная форма профилей изменяется незначительно, однако перепад давления (рис. 5, *b*) возрастает более чем в 3 раза при изменении температуры на 3 К. Такая сильная зависимость перепада давления от температуры, обусловленная изменением предела текучести и вязкости, говорит о необходимом учете тепловых эффектов и рассмотрении решения задачи в неизотермической постановке.

3.2. Неизотермическое течение в канале с постоянной температурой стенки

Ниже приведены результаты расчетов задачи о течении твердого водорода в канале с учетом реологических свойств, зависящих от температуры и учета в уравнении баланса энергии вязкой диссипации. Температура стенки и температура потока на входе были одинаковы и равны 10 К. Анализ результатов (рис. 6, *a*) показывает, что исходно равномерный профиль скорости перестраивается в

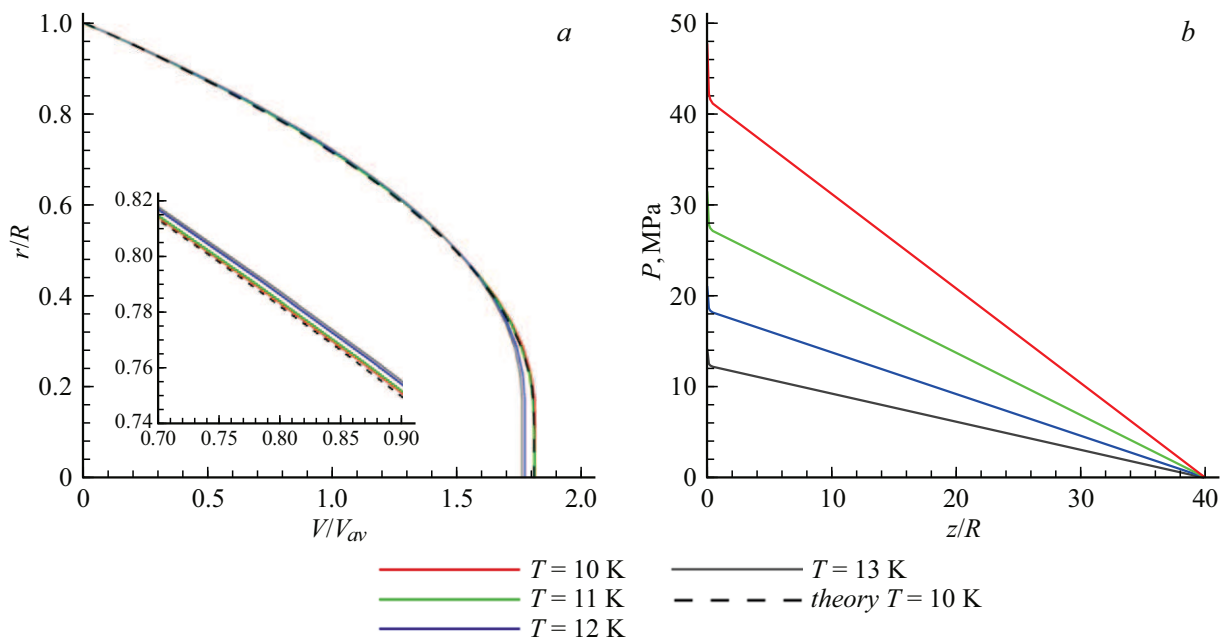


Рис. 5. Расчет изотермического случая при разных температурах: *a* — профили скорости; *b* — распределение давления на стенке.

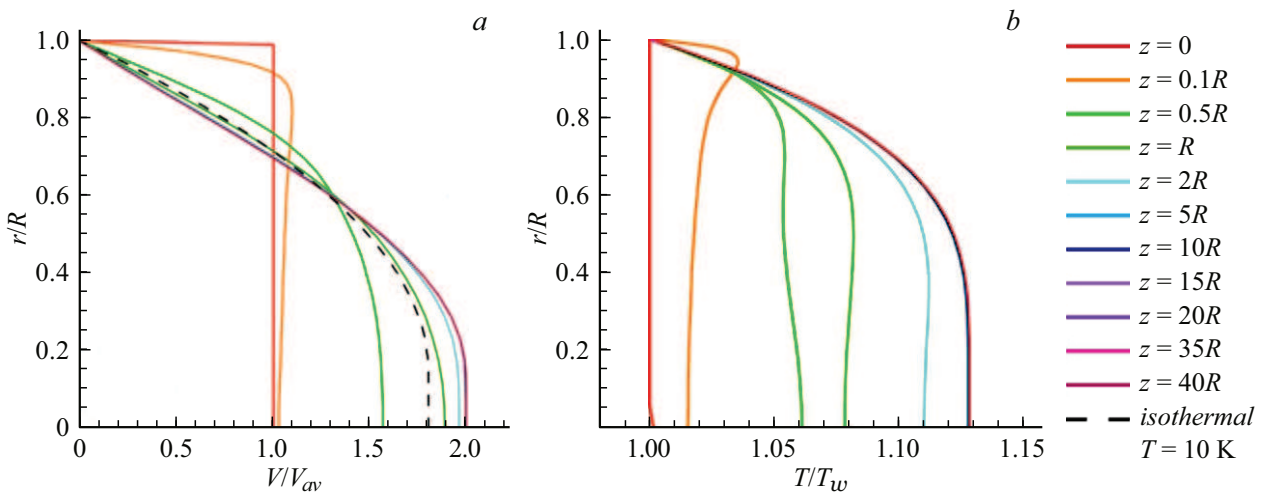


Рис. 6. Профили скорости (*a*) и температуры (*b*) в нескольких сечениях канала в случае неизоотермического расчета при постоянном значении температуры стенки. Начиная с $z = 5R$ и до $40R$ кривые сливаются.

установившийся профиль, с небольшим твердым ядром в приосевой области.

Изменение профиля температуры в различных сечениях канала (рис. 6, *b*) демонстрирует следующую физическую картину: интенсивный локальный нагрев, обусловленный работой сил сдвиговых напряжений, возникает в пристенном слое где наблюдается максимальный градиент скорости. Ниже по течению это тепло частично отводится в стенку канала, а частично передается в ядро потока, приводя к его нагреву. Окончательно температурный профиль устанавливается в момент достижения теплового баланса между мощностью тепловыделения за счёт вязкой диссипации и отводом тепла в стенку канала. Согласно поведению функций,

приведенных на рис. 7, *a, b*, установившееся течение возникает при $z/R = 5$. Температура на оси трубы и тепловой поток на ее стенке становятся постоянными. Температура в ядре течения увеличивается на 13 %, а удельная плотность теплового потока на стенке трубы достигает величины 2.9 kW/m^2 .

Сравнение профиля скорости с изотермическим случаем (штриховая линия на рис. 6, *a*) выявляет существенное изменение гидродинамической структуры течения. Нагрев твердого водорода в пристенной области, обусловленный вязкой диссипацией, приводит к локальному снижению эффективной вязкости среды. Это, в свою очередь, вызывает уменьшение градиента скорости у стенки. При фиксированном массовом расходе через

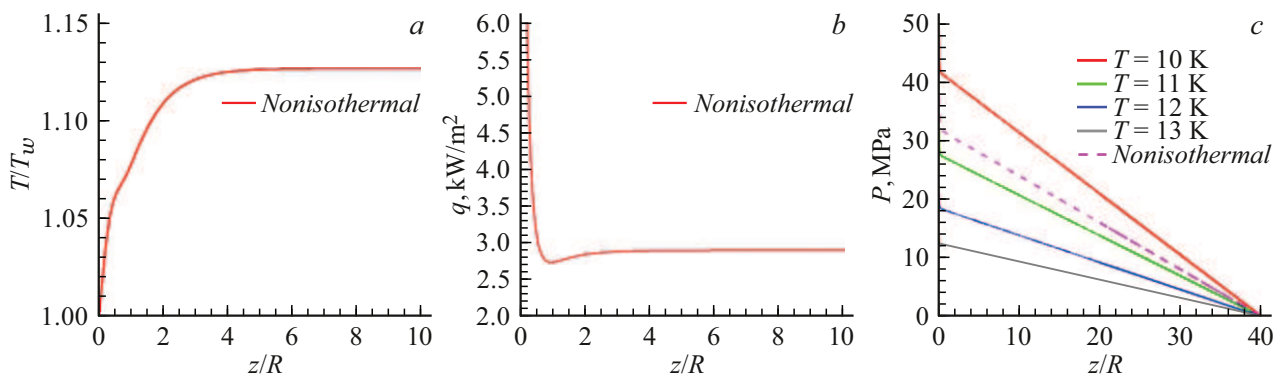


Рис. 7. Распределение: *a* — температуры на оси трубы, *b* — удельной плотности теплового потока на стенке, *c* — давления для неизоэтермического случая с постоянной температурой стенки и изоэтермических случаев с разной оценкой значений реологических свойств в зависимости от уровня температуры.

канал уменьшение скорости в пристенном слое должно компенсироваться увеличением скорости в центральной части потока, что и наблюдается в виде более высокого значения скорости в ядре течения по сравнению с изоэтермическим случаем. Вследствие локального уменьшения вязкости из-за нагрева, вызванного вязкой диссипацией, перепад давления и, следовательно, гидравлическое сопротивление в канале снижаются на 23% по сравнению с изоэтермическим течением при постоянной температуре 10 К (рис. 7, *c*).

Таким образом, в системе формируется нелинейная обратная связь между тепловыми и гидродинамическими полями: диссипативное тепловыделение, определяемое полем скорости, формирует поле температуры, которое через температурную зависимость реологических параметров оказывает обратное влияние на структуру течения.

3.3. Неизоэтермическое течение в канале с адиабатической стенкой

Ниже приведены результаты расчетов задачи о течении твердого водорода в канале с адиабатической стенкой. В отличие от случая с постоянной температурой стенки теплота, выделяющаяся за счет вязкой диссипации, расходуется только на нагрев водорода. Это приводит к тому, что в пристенной области в окрестности входной границы возникает интенсивное тепловыделение, профиль температуры характеризуется высоким градиентом в радиальном направлении (рис. 8, *b*). Ниже по потоку перепад температур между стенкой и ядром потока уменьшается, температурный профиль становится более равномерным, с сохранением более высокой температуры в пристенной области по сравнению с осью канала (рис. 9, *a*).

Анализ изменения профиля скорости в различных сечениях теплоизолированной трубы (рис. 8, *a*) показывает, что отсутствие стабилизации в формировании профиля температуры также приводит к его трансформации. При этом скорость в ядре увеличивается медленнее,

чем в случае с постоянной температурой стенки, что объясняется снижением локальной вязкости из-за более высокой температуры. При безразмерной координате $z/R = 1.5$ температура превышает температуру насыщения, что указывает на необходимость учета фазового перехода, который в рамках настоящей работы не моделировался. В результате наблюдаемых эффектов перепад давления в канале оказывается в 12 раз меньше, чем в случае с постоянной температурой стенки (рис. 9, *b*). Данный результат демонстрирует критическую важность активного охлаждения стенки для сохранения водорода в твердом состоянии.

3.4. Исследование влияния температурной зависимости теплопроводности и удельной изобарной теплоемкости

В большинстве исследований течений вязкопластичных жидкостей, включая работы, посвященные моделированию экструзии твердого водорода [14], теплофизические свойства (плотность ρ , теплопроводность λ и теплоемкость C_p) принимаются постоянными. Это допущение обычно обосновывается малым диапазоном изменения температур и доминирующей ролью реологических параметров. Согласно справочным данным, плотность действительно практически не зависит от температуры [8]. Однако для водорода температурная зависимость теплопроводности λ и теплоемкости C_p существенна. В связи с этим в разд. 3.4 проведена оценка влияния учета температурной зависимости теплофизических свойств от температуры.

В вышеописанных исследованиях теплопроводность и теплоемкость были взяты как усредненные величины в соответствующем температурном диапазоне ($\lambda = 0.62 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $C_p = 1839 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$). Однако для твердого водорода эти свойства зависят от температуры полиномиально [9]:

$$\lambda(T) = -0.0002T^3 - 0.0204T^2 + 0.4237T - 1.216(\text{W/(m}\cdot\text{K)}),$$

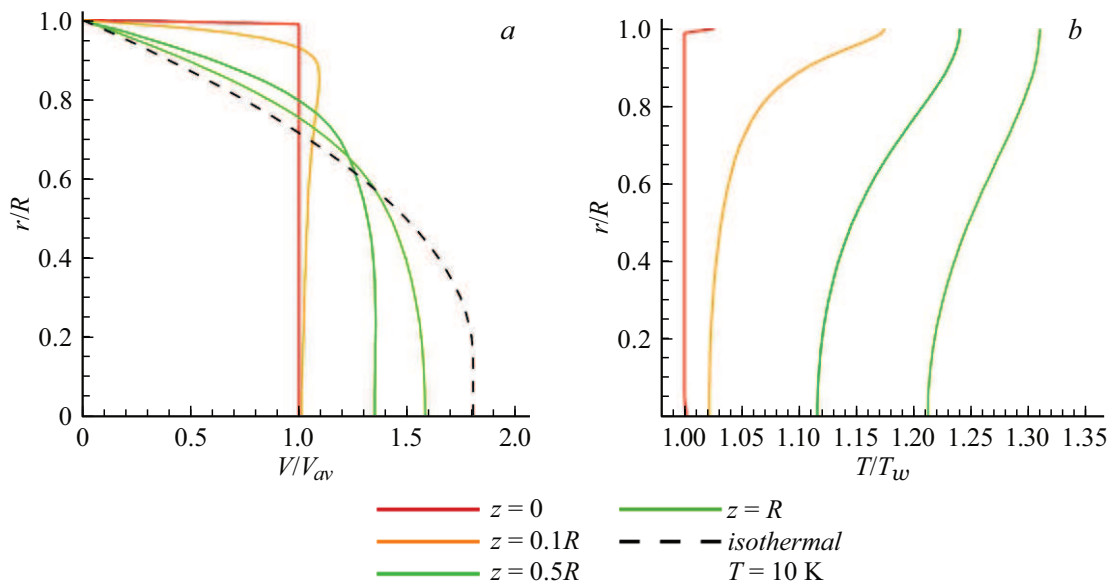


Рис. 8. Профили скорости (a) и температуры (b) в нескольких сечениях канала в случае неизотермического расчета с адиабатической стенкой.

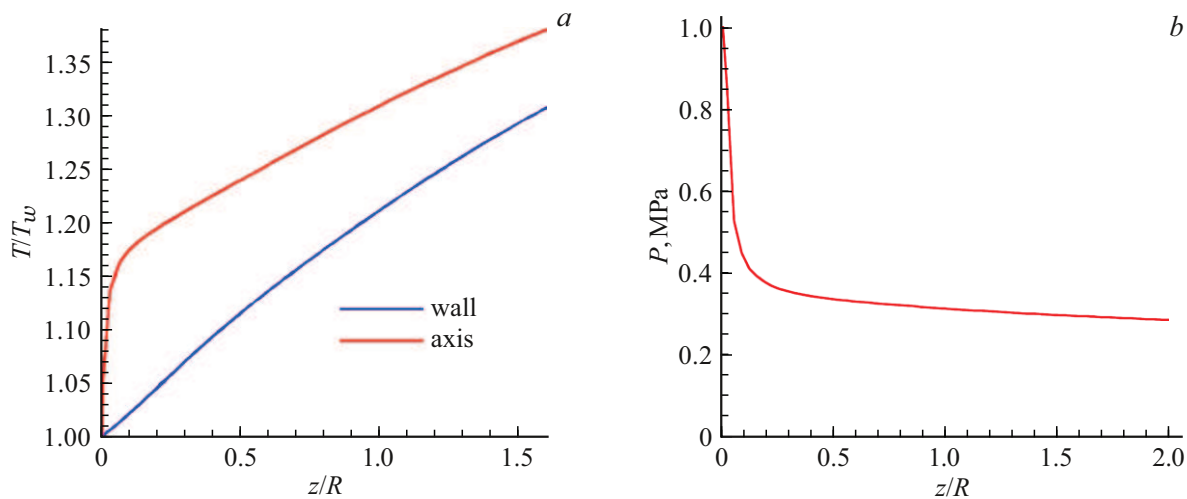


Рис. 9. Распределение: a — температуры на стенке и на оси, b — давления на стенке для неизотермического расчета с адиабатической стенкой.

$$C_p(T) = 1.89T^3 - 15.293T^2 - 33.125T + 1304.2 \text{ (W/(m} \cdot \text{K))}.$$

Различия между максимальным и минимальным значениями теплопроводности составляют 49% (от 0.78 W/(m·K) при 10 K до 0.40 W/(m·K) при 13 K), а удельной изобарной теплоёмкости — 83% (от 1334 до 2441 J/(kg·K)). Для исследования влияния зависимости этих свойств от температуры в пользовательскую функцию (UDF) были дописаны модули расчета $\lambda(T)$ и $C_p(T)$, а также модуль для расчета удельной энтальпии по следующей формуле:

$$h(T) = \int_{T_{ref}}^T C_p(\tau) d\tau.$$

Интегрирование полинома $C_p(T)$ дает аналитическое выражение:

$$h(T) = \frac{1.89}{4} (T^4 - T_{ref}^4) - \frac{15.293}{3} (T^3 - T_{ref}^3) - \frac{33.125}{2} (T^2 - T_{ref}^2) + 1304.2(T - T_{ref}),$$

где T_{ref} — температура отсчета (принимается равной 10 K).

На рис. 10 приведены результаты расчета с условием постоянной температуры стенки. На рис. 10, a видно, что при учете температурной зависимости теплофизических свойств температура в ядре потока уменьшилась на 1.7%, что объясняется ростом удельной изобарной

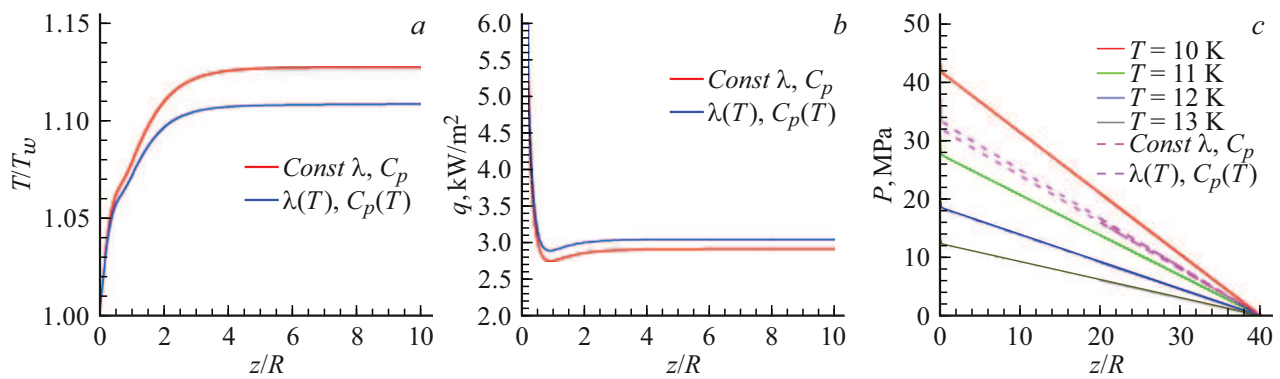


Рис. 10. Распределение: *a* — температуры на оси трубы, *b* — удельной плотности теплового потока на стенке, *c* — давления для неизотермического течения с постоянными и зависящими от температуры теплопроводностью и теплоемкостью.

теплоемкости C_p с увеличением температуры: более высокая теплоемкость требует большего количества тепла для нагрева среды, что замедляет рост температуры в центральной области канала. Тепловой поток на стенке (рис. 10, *b*) по сравнению с базовым вариантом увеличился на 4.5%, что связано с тем, что теплопроводность λ снижается с ростом температуры, создавая более высокий градиент температуры в пристенной области, что интенсифицирует отвод тепла к стенке. Рост перепада давления на 4% (рис. 10, *c*) обусловлен в первую очередь снижением температуры в ядре, которое приводит к увеличению пластической вязкости и предела текучести, тем самым повышая сопротивление течению. При этом скорость ядра уменьшилась лишь на 1%, а профиль скорости практически не изменился, что указывает на то, что изменения перепада давления связаны главным образом с изменением реологических свойств среды, а не с перестройкой гидродинамической структуры течения.

Таким образом, учет температурной зависимости $\lambda(T)$ и $C_p(T)$ оказывает влияние на результаты расчета, однако изменения основных характеристик течения не превышают 5%, что находится в пределах инженерной точности. Следовательно, использование постоянных значений теплофизических свойств (осредненных в диапазоне 10–13 К) является обоснованным для данного класса задач и не приводит к существенной потере точности.

Заключение

В работе выполнено численное исследование стационарного течения бингамовской жидкости (твердого водорода) в осесимметричном канале с учетом взаимного влияния реологических свойств, температурного поля и вязкой диссипации. Исследовано влияние параметров регуляризации билинейной модели Бингама на точность решения и скорость сходимости. Установлено, что выбор параметра максимальной вязкости позволяет регулировать скорость сходимости: при уменьшении от 10^{12}

до 10^6 Pa·s число итераций, необходимых для получения сошедшегося решения, сокращается в 3 раза. Параметр критической скорости деформации влияет на сходимость в гораздо меньшей степени, однако превышение значения 1 s^{-1} приводит к некорректному расширению квазитвердой зоны и искажению профиля скорости.

Проведен сравнительный анализ изотермических и неизотермических режимов течения при двух типах граничных условий на стенке канала: постоянной температуре и адиабатической стенке. Показано, что вязкая диссипация оказывает существенное влияние на структуру течения и температурное поле. В случае охлаждаемой стенки наблюдается снижение перепада давления на 23% по сравнению с изотермическим режимом, а в адиабатическом случае перепад давления уменьшается в 12 раз. Это обусловлено локальным нагревом среды в пристенной области, приводящим к снижению эффективной вязкости и изменению профиля скорости. Результаты расчетов демонстрируют наличие нелинейной обратной связи между гидродинамическими и тепловыми полями: диссипативное тепловыделение формирует температурное поле, которое, в свою очередь, через температурную зависимость реологических параметров модифицирует структуру течения. В случае адиабатической стенки интенсивный нагрев может приводить к достижению температуры насыщения, что указывает на необходимость учета фазовых переходов в дальнейших исследованиях.

Дополнительно выполнена оценка влияния температурной зависимости теплопроводности и удельной изобарной теплоемкости на характеристики течения в канале с постоянной температурой стенки. Показано, что, несмотря на значительные изменения этих свойств в диапазоне 10–13 К (теплопроводность может отличаться на 49%, а теплоемкость на 83%), их вклад в изменение перепада давления, профиля скорости и теплового потока на стенке не превышает 5%. Следовательно, влияние температурной зависимости теплопроводности и удельной изобарной теплоемкости на основные характеристики течения является незначительным.

Финансирование работы

Работа поддержана ГК Росатом и Минобрнауки России в рамках ФП „Технологии термоядерной энергетики“, проект № FSEG-2025-0002 „Разработка принципов и систем управления и диагностики плазмы токамаков с помощью инжекции вещества“.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Е.П. Кошевой, А.В. Гукасян, В.С. Косачев. Вестник ВГУИТ, (2018).
- [2] А.В. Гукасян. ХИПС, (2018).
- [3] А.В. Гукасян. Вестник ВГУИТ, (2018).
- [4] И.В. Виняр, А.Я. Лукин. ЖТФ, **70**(1), 107 (2000). [I.V. Vinyar, A.Ya. Lukin. Tech. Phys., **45**(1), 107 (2000).]
- [5] S. Mukherjee, A.K. Gupta, R.P. Chhabra. Intern. J. Heat Mass Transfer, **104**, 112 (2016). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.007
- [6] O. Jambal, T. Shigechi, G. Davaa, S. Momoki. Intern. Commun. Heat Mass Transfer, **32**(9), 1174 (2005). DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2005.07.003
- [7] S. Verma, V. Gupta, S. Mukherjee, R. Gangradey, R. Srinivasan. Cryogenics, 113, (2021). DOI: 10.1016/j.cryogenics.2020.103232
- [8] *National Bureau of Standards. Selected Properties of Hydrogen. Engineering design data* (NBS Monograph, 1981).
- [9] V. Gupta, R. Gangradey, S.S. Mukherjee, S. Verma, A. Dewasi, J. Mishra, P. Panchal, P.A. Nayak. Cryogenics, **124**, 103471 (2022). DOI: 10.1016/j.cryogenics.2022.103471
- [10] M. Bercovier, M. Engelman. J. Comp. Phys., **36**(3), 313 (1980). DOI: 10.1016/0021-9991(80)90163-1
- [11] Л.Г. Лойцянский. *Механика жидкости и газа* (Наука, М., 1987), с. 397.
- [12] I.A. Frigaard, C. Nouar. J. Non-Newtonian Fluid Mechan., **127**(1), 1 (2005). DOI: 10.1016/j.jnnfm.2005.01.003
- [13] E. Mitsoulis. Rheology Rev., 135 (2007).
- [14] P.S. Ravikumar, S.K. Arumugam, R. Gangradey, S. Mukherjee, K. Srinivasan, S. Sadasivan, V. Gupta, M.C. Aggarwal. J. Fusion Energy, **40**(1), 4 (2021). DOI: 10.1007/s10894-021-00297-2