01

Численное моделирование роста канала пробоя в твердом кристаллическом диэлектрике

© Ю.А. Волков, Ф.Н. Воронин, М.Б. Марков

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
125047 Москва, Россия
e-mail: m_b_markov@mail.ru, volkov_yuri@inbox.ru

Поступило в Редакцию 24 декабря 2025 г.
В окончательной редакции 14 апреля 2026 г.
Принято к публикации 14 апреля 2026 г.

Представлены результаты численного моделирования роста канала пробоя в слое SiO_2. Показано, что величина пробойного поля сильно зависит от среднего времени электрон-фононного взаимодействия. Поле, возникающее в слое при прохождении импульса, сильно неоднородно вдоль канала и достигает максимальных значений на фронте ионизации.

Ключевые слова: диэлектрик, ударная ионизация, пробой, оптические фононы.

DOI: 10.61011/JTF.2026.07.63122.351-25

Введение

Теоретические модели электрической прочности кристаллических диэлектриков предполагают, что ключевую роль в развитии электрических разрядов под действием электрического поля играет ударная ионизация вещества электронами [1–3]. Поля с напряженностью, близкой к пределу электрической прочности материала, должны приводить к появлению „лавины“ электронов в нем [4–6]. Разряды изменяют структуру и свойства материала. Исследования явлений, связанных с зарядкой и разрядкой диэлектриков, актуальны при создании материалов [7–9], защищающих электрооборудование спутников от электронов радиационных поясов. В ряде случаев, таких как изменение концентрации носителей заряда под действием ионизирующих излучений, интерпретация экспериментально установленных фактов требует создания новых физических и численных моделей пробоя твердых диэлектриков.

В класс твердых диэлектриков попадают вещества с совершенно различными физико-химическими свойствами — от кристаллов до органических полимеров. Данное обстоятельство существенно затрудняет создание универсальных моделей пробоя. Для тонких пленок толщиной порядка 50 nm и меньше используются атомарные модели [10]. Применение атомарных моделей основано на предположении о том, что в тонких пленках кластер дефектов формирует канал пробоя.

Для более толстых образцов наиболее последовательную теорию можно выстроить в случае идеального кристалла (без ловушек для носителей заряда). Такое ограничение, с одной стороны, сужает возможности физической модели в применении к неструктурированным диэлектрикам; с другой стороны, оно позволяет в полной мере использовать результаты зонной теории. В частности, динамику „свободного“ электронного газа можно рассматривать в дрейфово-диффузионном приближении [11]. Здесь базовыми параметрами, на которые опирается описание электронного газа, являются среднее время электрон-фононного взаимодействия и подвижность электронов. Следующий шаг состоит в том, что в дрейфовые уравнения вводятся члены, описывающие ударную ионизацию. Для этого нужно определить среднее время процесса ударной ионизации τ_{im} как функцию температуры электронного газа и напряженности поля.

Ударная ионизация электронами является пороговым процессом по энергиям налетающих электронов [12,13]. Здесь естественным образом возникает параметр цены ионизации, т.е. среднее количество энергии, необходимое для перевода электрона из связанного состояния в непрерывный спектр. Пороговый характер процесса ударной ионизации означает, что при напряженности поля, меньше пробойной, скорость ударной ионизации быстро убывает $(1/\tau_{im} \to 0)$, а энергия электронов уходит на упругое рассеяние на атомах, приводящее к „термализации“ электронов [14] и их рассеянию на колебаниях решетки. Напротив, разогрев электронного газа в сильном электрическом поле приводит к увеличению скорости ионизации. Соответственно, полная модель, кроме уравнения изменения концентрации электронов, включает в себя также уравнения изменения температуры электронного газа и уравнения Максвелла для электромагнитного поля.

Целью настоящей работы является модификация дрейфово-диффузионной модели динамики электронов и моделирование разряда в диэлектрике под действием электрического поля.

Базовые уравнения динамики образования и развития канала представлены в разд. 1. В разд. 2 рассмотрены основные физические параметры модели, а именно скорость рассеяния электронов на продольных

оптических (LO) фононах, скорость ударной ионизации электронами, пороговое электрическое поле. Результаты численного решения уравнений модели в аксиально-симметричном случае приводятся в разд. 3.

1. Уравнения переноса частиц и энергии

Обозначим n_e — концентрацию электронов, n_h — концентрацию дырок, e — заряд электрона. Уравнение баланса числа электронов имеет вид [6]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{e}\nabla\cdot\mathbf{j}_e = \tilde{n}_e + \frac{n_e}{\tau_{im}} - w_{eh}n_e^2 n_h. \qquad (1)$$

В правой части (1) $e\tilde{n}_e$ — заряд, инжектируемый с поверхности электрода в единицу времени. Второй член в правой части (1) n_e/τ_{im} учитывает изменение числа электронов за счет ударной ионизации, где τ_{im} — среднее время рассеяния электрона с ионизацией атома или молекулы. Последний член описывает рекомбинацию с временем жизни электрона $1/\tau_r = w_{eh}n_e n_h$, где w_{eh} — объемная скорость реакции рекомбинации. В левой части (1) присутствует плотность тока в дрейфово-диффузионном приближении [11]:

$$\mathbf{j}_e = en_e\mu_e\mathbf{E} + n_e\mu_e\nabla(\kappa_B T_e) + eD_e\nabla n_e. \qquad (2)$$

Здесь μ_e — подвижность электронов, $D_e{=}\kappa_B T_e\mu_e/e$ — коэффициент диффузии, κ_B — константа Больцмана, T_e — температура электронного газа, $T_e \gg T$, где T — температура вещества. При большой напряженности электрического поля градиентами температуры и концентрации в правой части (2) можно пренебречь, и тогда $\mathbf{j}_e \approx en_e\mathbf{u}_e$, где $\mathbf{u}_e = \mu_e\mathbf{E}$ — дрейфовая скорость электрона. Такой подход к описанию электронной компоненты вещества означает, что все ее электрические свойства определяются подвижностью μ_e [15–17].

Простейшая модель ионизации, которая принимает во внимание пороговый характер процесса, предложена в [18]:

$$\frac{1}{\tau_{im}} = \begin{cases} 0, & T_e < T_b, \\ \frac{1}{\tau_{im,0}}\frac{T_e=T_b}{T_b}, & T_e \geq T_b. \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь T_b — температура, определяемая ценой ионизации P_0, т.е. $\kappa_B T_b = P_0$. Множитель $1/\tau_{im,0}$ не зависит от температуры. Формула (3) используется в расчетах ионизации нейтрального газа. Ниже будет показано, что ее можно применить, с необходимыми поправками, и к твердому диэлектрику. Для диэлектрических кристаллов с явно выраженной зонной структурой цена ионизации обычно составляет $P_0 \approx (2{-}3)\varepsilon_g$, где ε_g — ширина запрещенной зоны.

Для температуры электронного газа, движущегося с дрейфовой скоростью $\mathbf{u}_e$, в дрейфово-диффузионном приближении имеем [6]:

$$\frac{\partial(\kappa_B T_e)}{\partial t} + \nabla\cdot(\mathbf{u}_e\kappa_B T_e) - \frac{1}{3}\kappa_B T_e\nabla\cdot\mathbf{u}_e = \frac{2}{3}e\mu_e E^2 - \frac{\kappa_B(T_e - T)}{\tau_{ph}} - \frac{P_0}{\tau_{im}}, \qquad (4)$$

где T — температура решетки, τ_{ph} — среднее время электрон-фононного взаимодействия с продольными оптическими (LO) фононами. Здесь к стандартному уравнению переноса энергии [11] в кристалле добавлен расход энергии на ударную ионизацию и рекомбинацию.

Электромагнитное поле определяется из уравнений Максвелла [19]:

$$\mathrm{rot}\mathbf{H} = \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + en_e\mu_e\mathbf{E} + \mathbf{j}_{ext},\ \ \mathrm{rot}\mathbf{E} = -\mu_H\mu_0\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t}, \qquad (5)$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, ε и μ_H — диэлектрическая и магнитная проницаемости. Сторонний ток $\mathbf{j}_{ext}$ есть ток зарядки электродов.

Уравнения (1)–(5) составляют модель трансформации энергии поля во внутреннюю энергию и потоки заряженных частиц и тепла внутри вещества.

Полагая, что электронный газ и электрическое поле находятся в локальном равновесии, уравнение (4) можем упростить

$$\frac{2}{3}e\mu_e E^2 = \frac{\kappa_B(T_e - T)}{\tau_{ph}} + \frac{P_0}{\tau_{im}}. \qquad (6)$$

При известных τ_{ph} и τ_{im} уравнение (6) определяет, сколько энергии поглощается решеткой за счет электрон-фононного взаимодействия, а сколько уходит на ударную ионизацию в данной точке пространства. Полагая $T_e \gg T$, $T_e \approx T_b$, что выполняется практически всегда вплоть до образования канала пробоя, из (6) получим пороговое электрическое поле, выше которого идет процесс ударной ионизации:

$$E_b = \left(3\kappa_B T_b/(2e\mu_e\tau_{Ph})\right)^{1/2}. \qquad (7)$$

Формула (7) подразумевает, что в случае $E < E_b$ скорость ударной ионизации быстро стремится к нулю, т.е. $P_0/\tau_{im} \to 0$ в правой части (6). В отсутствие ударной ионизации вся поступающая энергия, согласно (6), тратится на нагрев вещества.

2. Вычисление скоростей рассеяния

Уравнение (6) содержит два ключевых параметра — среднее время электрон-фононного взаимодействия τ_{ph} и среднее время процесса ударной ионизации τ_{im}. В теории эти времена известны как функции энергии электронов. Для того чтобы получить их как функции электронной

температуры, усредним времена процессов по равновесной функции распределения электронов. В диэлектрике электронный газ не вырожден, поэтому среднюю скорость рассеяния можно определить следующим образом:

$$\langle \tau^{-1}(w)\rangle = \int_0^\infty \tau^{-1}(w)\exp(-w/\kappa_B T_e)\mathcal{D}_e(w)dw \Big/ \int_0^\infty \exp(-w/\kappa_B T_e)\mathcal{D}_e(w)dw. \quad (8)$$

Здесь $\mathcal{D}_e(w)$ — плотность энергетических состояний электронов в веществе. Для оценок будем использовать квазиклассическую плотность энергетических состояний $\mathcal{D}_e(w) \propto w^{1/2}$.

Потери энергии электронов с энергиями $w \ll P_0$ определяются рассеянием на LO-фононах. Согласно теории Фрелиха, для скорости рассеяния электронов на LO-фононах имеем [20]:

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{LO}}(w)} = \left(\frac{m_e}{2}\right)^{1/2} \frac{e^2\omega_{\mathrm{LO}}}{4\pi h}\,\Delta\varepsilon_\partial\,\frac{1}{w^{1/2}}\,S(w), \quad (9)$$

где ω_{LO} — частота колебаний LO-фононов, m_e — эффективная масса электрона, $\Delta\varepsilon_\partial$ — скачок диэлектрической проницаемости при переходе через частоту ω_{LO}, $S(w)$ — медленно меняющаяся функция энергии электрона. Подставляя (9) в (8), получим среднюю скорость рассеяния как функцию температуры электронного газа. Для SiO_2 в [20] показано, что скорость рассеяния электронов на LO-фононах почти не меняется в диапазоне энергий $0.2 \le w \le 6\,\mathrm{eV}$ и равна $5\cdot 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$.

Введем среднюю скорость ионизации $1/\tau_{im}(T_e) = n_a\langle\sigma_{im}v\rangle$, где n_a — число рассеивателей, $v = (2w/m_e)^{1/2}$ — скорость электрона. Сечение ударной ионизации атома σ_{im} определяется по формуле Лотца [21]:

$$\sigma_{im} = \sigma_0\frac{\ln(w/P)}{(w/P)},\quad w > P, \quad (10)$$

где σ_0 — константа размерности сечения, P — потенциал ионизации оболочки, w — энергия падающего электрона. Усредняя (10) по энергиям падающих электронов, для невырожденного газа с квазиклассической плотностью состояний получим

$$\langle\sigma_{im}v\rangle = \sigma_0\left(\frac{8P}{\pi m_e}\right)^{1/2}\psi_L(\beta),$$

$$\psi_L(\beta) = \beta^{-1/2}\exp(-1/\beta)\int_0^\infty \ln(1+\beta y)\exp(-y)dy, \quad (11)$$

где $\beta = \kappa_B T_e/P$. Функция $\psi_L(\beta)$ показана на рис. 1. Для сравнения приведены средние скорости реакций, полученные усреднением формулы Келдыша [22]:

$$\sigma_{im} = \sigma_s\left(\frac{w-P}{P}\right)^s.$$

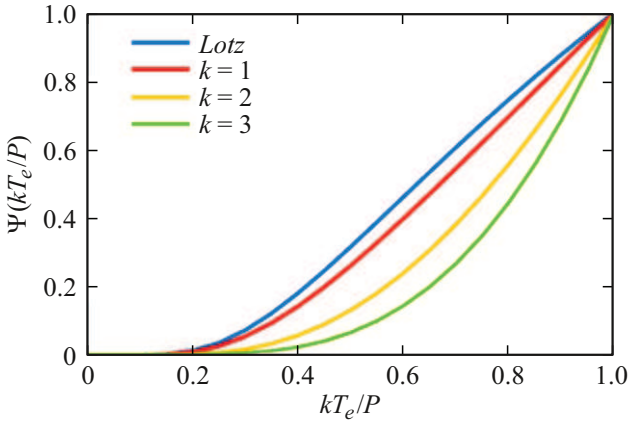


Рис. 1. Функции $\psi(kT_e/P)$.

$$\langle\sigma_{im}v\rangle = \sigma_s\left(\frac{8P}{\pi m_e}\right)^{1/2}\psi_s(\beta),$$

$$\psi_s = \beta^{s+1/2}\exp(-1/\beta)\int_0^\infty y^s(y+1/\beta)\exp(-y)dy. \quad (12)$$

Здесь показатель степени s связан с анизотропией обратной эффективной массы электрона и может принимать значения $s = 1, 2, 3$.

Из рис. 1 видно, что функция ψ_1 близка к ψ_L, тогда как функции ψ_s при $s = 2, 3$ приближаются к нулю на отрезке $0 \le \beta \le 1$ гораздо быстрее, чем ψ_L. Функцию $\psi(\beta)$ при $0 \le \beta \le 1$ можно аппроксимировать ее касательной в точке $\beta = 1$:

$$\psi(\beta) = \begin{cases} 0, & \beta \le \beta_0, \\ \psi'(1)(\beta-\beta_0), & \beta_0 < \beta \le 1, \end{cases} \quad (13)$$

где точка $\beta_0 = 1 - \psi(1)/\psi'(1)$ есть точка пересечения касательной с осью абсцисс. Формула (13) показывает, что скорость ионизации, рассчитанная по формуле Лотца, отлична от нуля уже при $\kappa_B T_b \approx 0.25\cdot P_0$. Используя аппроксимацию (13), получим, что в области $\beta_0 \le \beta \le 1$ скорость реакции $n_a\langle\sigma v\rangle$ растет пропорционально разности температур

$$n_a\langle\sigma v\rangle = \frac{1}{\tau_{im,0}}\frac{T_e - T_b}{T_b},\quad \frac{1}{\tau_{im,0}} = n_a\sigma_0\left(\frac{8P}{\pi m_e}\right)^{1/2}, \quad (14)$$

где $1/\tau_{im,0}$, так же как в (3), не зависит от температуры электронного газа. Учитывая (7), (13), (14), уравнение (6) запишем в виде

$$\frac{2}{3}e\mu_e(E^2 - E_b^2) = \kappa_B(T_e - T_b)\left(\frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_{im,0}}\right). \quad (15)$$

Используя соотношение (15), получим скорость ионизации как функцию поля

$$\frac{1}{\tau_{im}(E)} = \frac{2e\mu_e E_b^2}{3\kappa_B T_b(1+\tau_{im,0}/\tau_{ph})}\,\frac{E^2 - E_b^2}{E_b^2}. \quad (16)$$

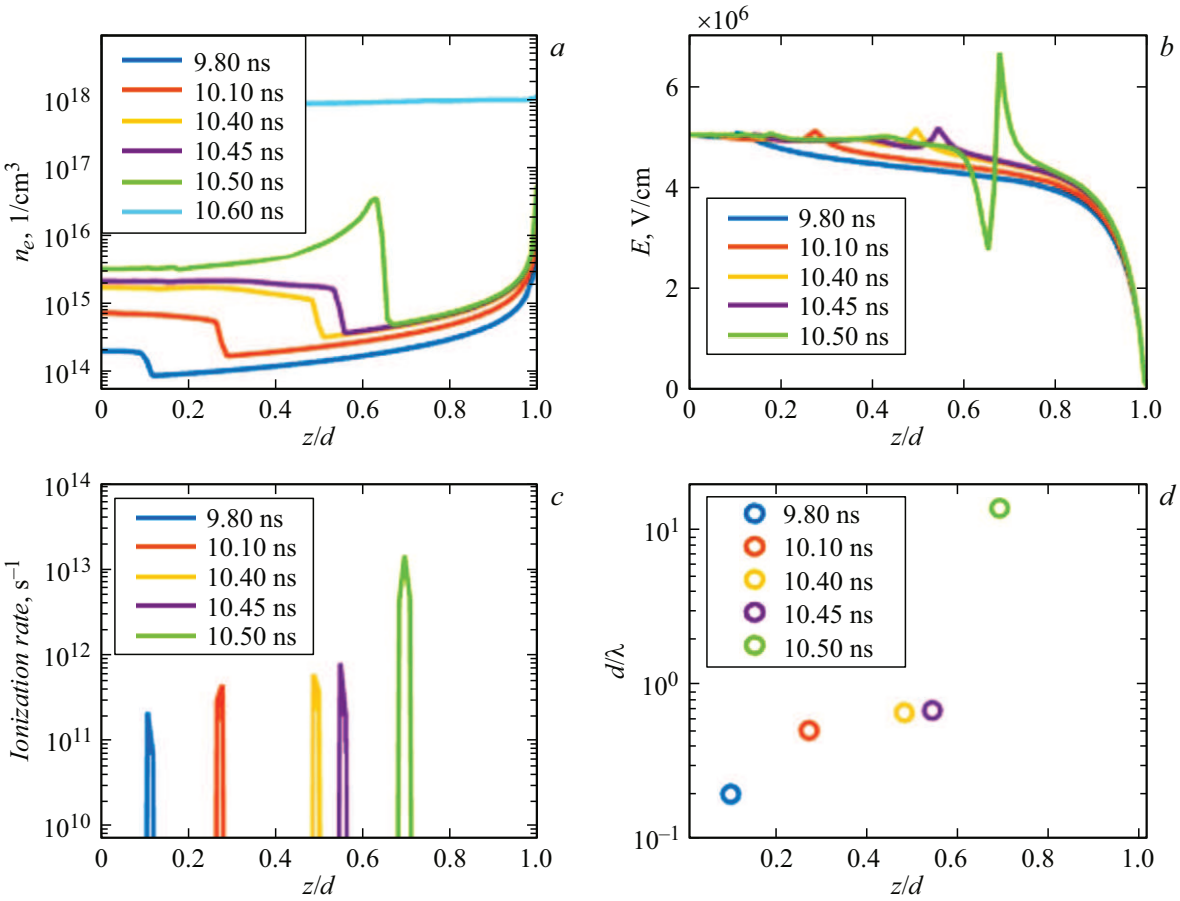


Рис. 2. a — концентрация электронов, b — напряженность электрического поля, c — скорость ионизации и d — d/λ, вдоль оси канала в различные моменты времени.

Отсюда при выполнении условий $E \approx E_b$, $E > E_b$ вблизи порога окончательно получим

$$\frac{1}{\tau_{im}(E)} = \frac{4e\mu_e E_b(E - E_b)}{3\kappa_B T_b(1 + \tau_{im,0}/\tau_{ph})}. \qquad (17)$$

Формула (17) удобна тем, что после решения уравнений Максвелла сразу можно вычислить значение τ_{im} и найти температуру электронного газа.

3. Результаты численного моделирования

Рассматривалась система электрод–изолятор–электрод. Радиус электродов равен 0.2 mm. Изолятором служит слой SiO_2 толщиной $d = 0.1$ mm. Инициализация пробоя осуществлялась монополярной инжекцией электронов [23] на контакте металл–изолятор с пятном радиусом 0.01 mm. Для SiO_2 ширина запрещенной полосы $w_g = 8.8$ eV, ширина зоны проводимости $\Delta w_c = 9$ eV [24]. Так как $\Delta w_c > w_g$, ионизацию можно рассматривать как ударную ионизацию валентной зоны „горячими“ электронами с энергиями $w \geq P_0$, где цена ионизации $P_0 = 17$ eV [25].

Система уравнений (1), (5), (6) решалась численно для случая аксиально-симметричного канала. Начальная стадия процесса представляет собой режим токов, ограниченных объемным зарядом (ТООЗ). Вольт-амперная характеристика ТООЗ описывается формулой Мотта–Герни [23,26]:

$$j_e(9/8)\varepsilon\varepsilon_0\mu_e U^2/d^3, \qquad (18)$$

где $U(t)$ — разность потенциалов между электродами. Время нарастания напряжения составляет 10 ns. В режиме ТООЗ напряженность электрического поля монотонно возрастает от катода к аноду. Подвижность электронов выбиралась так, чтобы скорость движения фронта ионизации, измеренная в [27], совпадала с дрейфовой скоростью, что дает $\mu = 30\,\mathrm{cm^2V^{-1}s^{-1}}$.

Рис. 2 демонстрирует, как изменяется положение фронта ионизации в пространстве вплоть до момента пробоя. Текущее положение фронта ионизации соответствует скачку концентрации электронов (рис. 2, a) и пику напряженности поля (рис. 2, b) в соответствующий момент времени. Скорость ионизации на фронте (рис. 2, c) достигает своего максимального значения $1/\tau_{im} = 2 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s^{-1}}$.

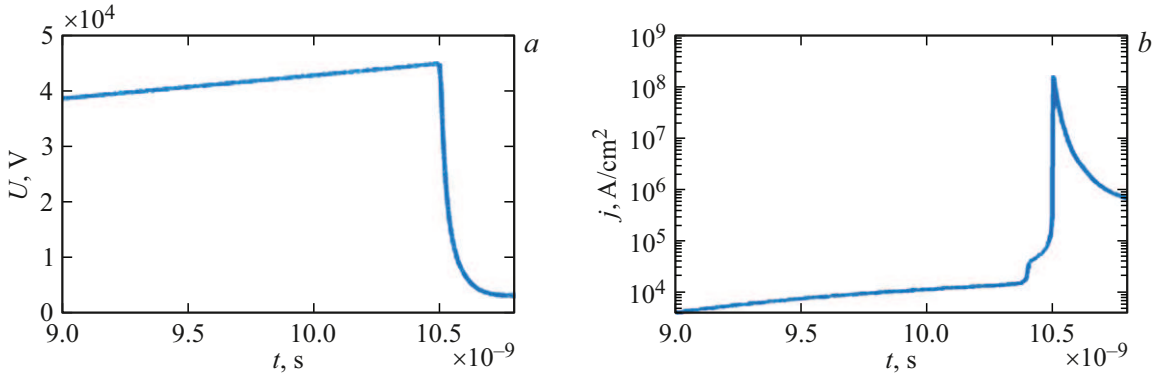


Рис. 3. *a* — напряжение на электродах, *b* — плотность тока ($\tau_{ph} = 3 \cdot 10^{-14}$ s).

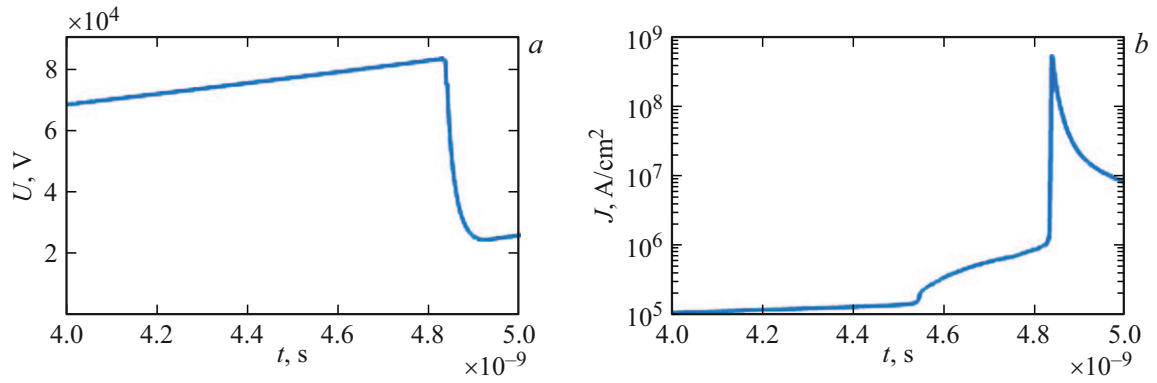


Рис. 4. *a* — напряжение на электродах, *b* — плотность тока ($\tau_{ph} = 10^{-14}$ s).

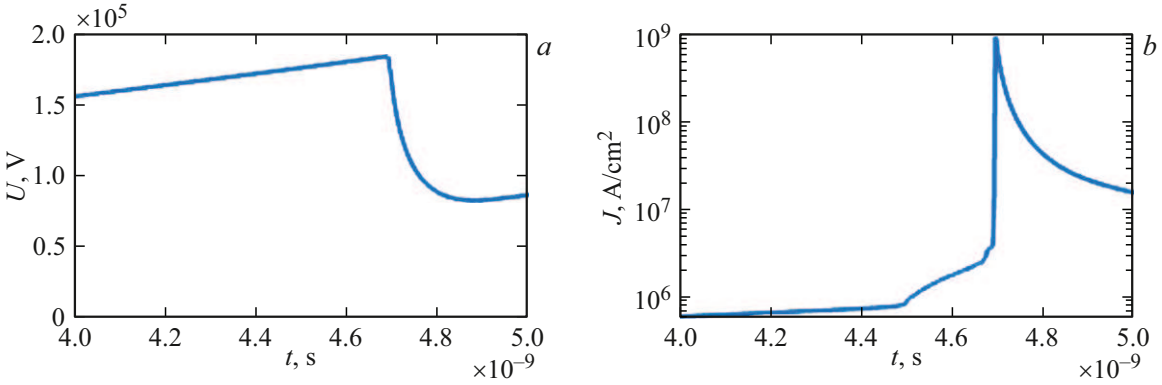


Рис. 5. *a* — напряжение на электродах, *b* — плотность тока ($\tau_{ph} = 0.2 \cdot 10^{-14}$ s).

Так как скорость ионизации $1/\tau_{im}$ отлична от нуля в узкой области вблизи фронта, ионизационный пробег $\lambda = \mu_e E \tau_{im}$ в этой области минимален. Тогда величина

$$\langle d/\lambda \rangle = \int_0^d \frac{dz}{\mu_e E \tau_{im}(z)} \qquad (19)$$

дает среднее значение числа ионизационных рассеяний на фронте ионизации. Моменту пробоя на рис. 2, *d* соответствует $\langle d/\lambda \rangle = 14$.

После пробоя концентрация электронов достигает $10^{18}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Пик напряженности поля на фронте ионизации $E \approx 6.8\,\mathrm{MV/cm}$ (рис. 2, *b*). Для сравнения формула (7) дает $E = 5.3\,\mathrm{MV/cm}$. В работе [16] предсказана напряженность поля пробоя $E \approx 5\,\mathrm{MV/cm}$.

На рис. 3–5 показаны напряжение (рис. 3, *a*–5, *a*) и плотность тока на оси канала (рис. 3, *b*–5, *b*) при различных значениях параметра τ_{ph}. Плотность тока в расчетах растет с уменьшением среднего времени электрон-фононного взаимодействия. Величина напряжения (средняя по образцу напряженность поля $E_{cp} = U/d$), при

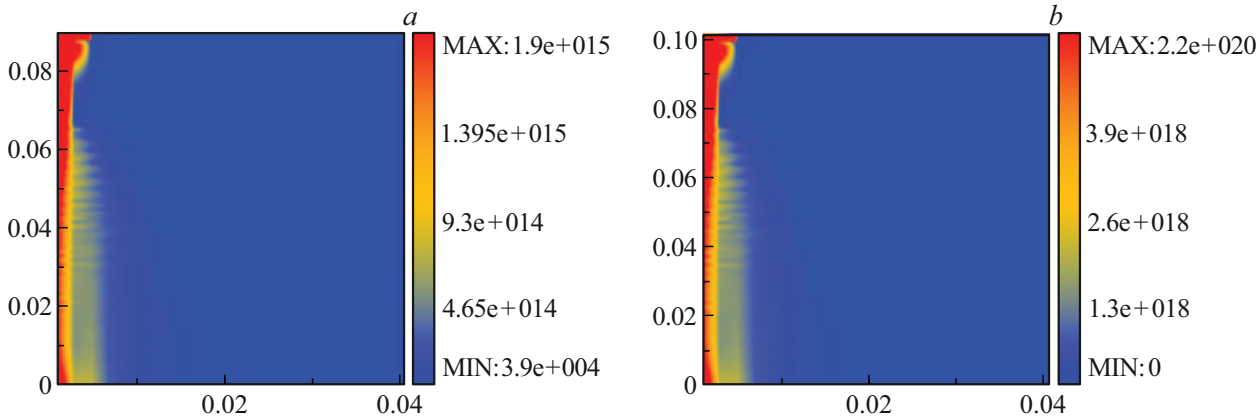


Рис. 6. Формирование канала пробоя: a — начальная стадия, b — конечная стадия. Горизонтальная ось соответствует радиальной координате, а вертикальная — оси канала z.

котором происходит пробой, также зависит от величины τ_{ph}, а именно растет с уменьшением τ_{ph}.

Случай $\tau_{ph} = 0.2 \cdot 10^{-14}$ s (рис. 5) соответствует предсказанным пробойным полям [20] в диапазоне $E \approx (15-18)$ MV/cm. Формула (7) дает оценку $E = 20$ MV/cm. Малая степень разрядки показывает, что каналов пробоя будет несколько.

Времена, связанные с падением напряжения на рис. $3,a-5,a$, находятся в диапазоне $\Delta t \sim (0.1-0.2) \cdot 10^{-9}$ s. За это время большая часть энергии поля поглощается веществом путем джоулева нагрева. Соответственно, величину $1/\Delta t$ можно рассматривать как скорость поглощения энергии поля и использовать в расчетах для ситуации, когда времена электрон-фононного взаимодействия ввести невозможно, например, для полимеров.

Экспоненциальный рост плотности тока j_e: $j_{e,0} \exp(t/\tau_{im})$ от предпробойного значения $j_{e,0}$ до максимального значени $j_{e,\max}$ на рис. $3,b-5,b$ продолжается в течение промежутка времени $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-12}$ s. С учетом полученного значения частоты $1/\tau_{im} = 2 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$ (рис. $2,c$) это означает, что

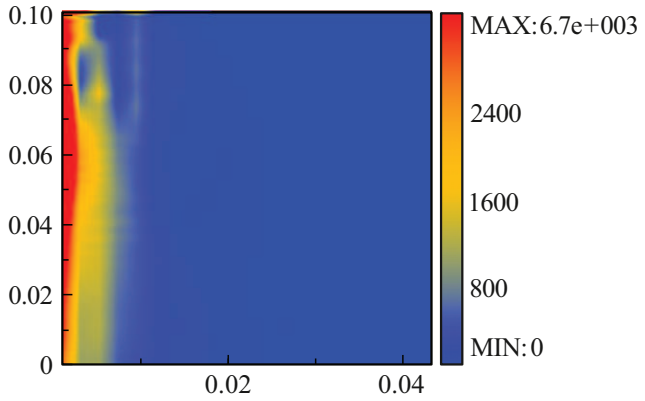


Рис. 7. Распределение тепла [J/cm^3]. Горизонтальная ось соответствует радиальной координате, а вертикальная — оси канала z.

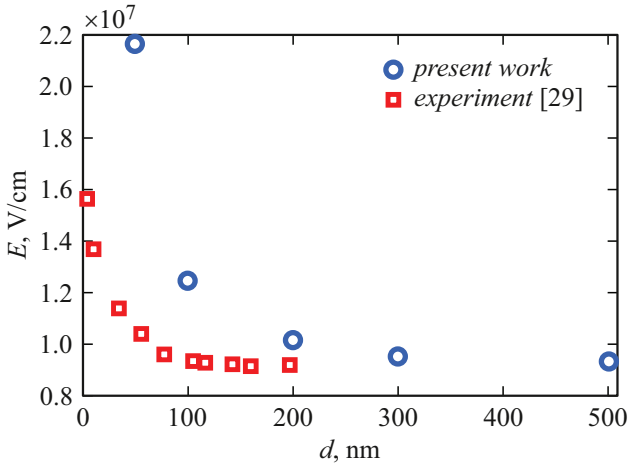


Рис. 8. Зависимость пробойного поля от толщины пленки SiO_2.

вблизи фронта ионизации происходит $\ln(j_{e,\max}/j_e) \simeq 10$ актов ионизации, что согласуется с (19).

Начальная и конечная стадия формирования канала пробоя показаны на рис. 6.

На рис. 7 изображено двумерное распределение тепла, выделившегося посредством джоулева нагрева. Красным отмечена область, в которой плотность выделившейся энергии превысила 3 kJ/cm^3.

Рис. 6 и 7 показывают, что наибольшая концентрация и энерговыделение, связанные с электронным газом, наблюдаются вблизи катода. Поперечные размеры канала в расчетах мало меняются, как и в [28], а наибольший разогрев наблюдается в головной части канала.

Сравнение с результатами работы [29] позволяет определить границы применимости модели при уменьшении толщины образца. Результаты, представленные на рис. 8, получены при характерном времени изменения поля примерно 0.03 ns до величины среднего поля между

электродами 10^7 V/cm и времени электрон-фононного рассеяния $\tau_{ph} = 10^{-14}$ s.

Расчеты показывают количественное совпадение для толщин больше 100 nm, т. е. пока материал можно считать сплошной средой. Для длин меньше 100 nm применяются модели [10], более детально учитывающие строение вещества.

Заключение

В рамках дрейфово-диффузионной модели движения носителей заряда найдена величина критического поля (7). Она зависит от подвижности носителей заряда и частоты LO-фононов E_b: $(\mu h\omega_{\mathrm{LO}})^{1/2}$. В отличие от критического поля по Фрелиху [4] или Хиппелю [1] E_b зависит не от энергии отдельных электронов, но от характеристик электронного газа в целом, в частности, от его температуры.

Для невырожденного электронного газа вычислена скорость ионизации как функция электронной температуры и напряженности электрического поля. Показано, что вблизи порога ионизации она растет пропорционально разности $(E - E_b)$.

На примере SiO_2 приведены результаты численного моделирования развития канала пробоя во времени и в пространстве. В качестве первоначального источника электронов при инициализации пробоя служит инжекция электронов на контакте металл–изолятор. Расчеты показывают, что при прохождении импульса возникает сильно неоднородное распределение электрического поля вдоль канала пробоя. Электронные лавины возникают в том случае, когда напряженность электрического поля превосходит критическую на фронте ионизации.

Для толщин от 50 до 500 nm проведено сравнение с экспериментальными данными по пробою тонких пленок SiO_2. Результаты расчетов по модели совпадают с экспериментом вплоть до толщин $d \approx 100$ nm, пока материал можно считать сплошной средой.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Г.И. Сканави. *Физика диэлектриков* (*область сильных полей*) (ГИФМЛ, М., 1958)

[2] Г.А. Воробьев, Ю.П. Похолков, Ю.Д. Королев, В.И. Меркулов. *Физика диэлектриков*, учебное пособие (ТПУ, Томск, 2003)

[3] J.J. O'Dwyer. *The theory of electric conduction and breakdown in solid dielectrics* (Clarendon Press, Oxford, 1973)

[4] H. Frohlich, B.V. Paranjape. Proc. Phys. Society, Sec. B, **69** (1), 21 (2002). DOI: 10.1088/0370-1301/69/1/304

[5] J.J. O'Dwyer. IEEE Trans., **EI-15** (3), 264 (1980).

[6] Ю.А. Волков, Ф.Н. Воронин, О.С. Косарев, А.В. Иванов, М.Б. Марков, Е.Б. Савенков, Д.Н. Садовничий, И.А. Тараканов. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, **057** (2024).

[7] Н.И. Ягушкин, А.И. Сергеев, Э.А. Гостищев. *Модель космоса* (КДУ, М., 2007), т. 2.

[8] В.М. Зыков, Д.А. Нейман. ЖТФ, **93** (6), 740 (2023). DOI: 10.21883/JTF.2023.06.55598.21-23 [V.M. Zykov, D.A. Neyman. Tech. Phys., **68** (6), 690 (2023). DOI: 10.61011/TP.2023.06.56522.21-23]

[9] Д.Н. Садовничий, А.П. Тютнев, Ю.М. Милехин, А.Н. Дорофеев, В.С. Саенко, Е.Д. Пожидаев. Перспективные материалы, **2**, 15 (2004).

[10] A. Padovani, D.Z. Gao, A.L. Shluder, L. Larcher. Nature Rev. Mater., **10** (1), 155101 (2024). DOI: 10.1063/1.4979915

[11] K. Blotekjaer. IEEE Trans. On Electron Devices, **17**, 38 (1970). DOI: 10.1109/T-ED.1970.16921

[12] Y.-K. Kim, M.E. Rudd. Phys. Rev. A, **50**, 3954 (1994). DOI: 10.1103/PhysRevA.50.3954

[13] R.S. Freund, R.C. Wetzel, R.J. Shul, T.R. Hayes. Phys. Rev. A, **41** (7), 3575 (1990). DOI: 10.1103/PhysRevA.41.3575 Hf

[14] N.F. Mott, E.A. Davis. *Electronic processes in non-crystalline materials* (Oxford Univ. Press, Oxford, 1979)

[15] V. Adamec, J.H. Calderwood. J. Phys. D: Appl. Phys., **8**, 551 (1975). DOI: 10.1088/0022-3727/8/5/015

[16] H.J. Fitting, A. von Czarnowski. Phys. Stat. Sol. A, **93**, 396 (1986). DOI: 10.1002/pssa.2210930148

[17] J.J. O'Dwyer. J. Phys. Chem. Solids, **28**, 1137 (1967). DOI: 10.1016/0022-3697(67)90057-1

[18] A.I. Morozov, V.V. Savelyev. Rev. Plasma Phys., **21**, 203 (2000). DOI: 10.1007/978-1-4615-4309-1_2

[19] Дж.К. Максвелл. *Трактат об электричестве и магнетизме* (Наука, М., 1989) [J.K. Maxwell. *Treatise on Electricity and Magnetism* (Clarendon Press, Oxford, 1873)]

[20] M.V. Fischetti, D.J. DiMaria, S.D. Brorson, T.N. Theis, J.R. Kirtley. Phys. Rev. B, **31** (12), 8124 (1985). DOI: 10.1103/PhysRevB.31.8124

[21] W. Lotz. Zeitschrift für Physik A, **232**, 101 (1970). DOI: 10.1007/BF01393132

[22] Л.В. Келдыш. ЖЭТФ, **48**, 1692 (1965).

[23] М. Ламперт, П. Марк. *Инжекционные токи в твердых телах* (Мир, М., 1973)

[24] Р.В. Емлин, С.В. Барахвостов, В.Д. Куликов. ЖТФ, **79** (7), 150 (2009).

[25] К.И. Таперо, В.Н. Улимов, А.М. Членов. *Радиационные эффекты в кремниевых интегральных схемах космического применения* (БИНОМ, Лаборатория знаний, М., 2012)

[26] Н. Мотт, Р. Герни. *Электронные процессы в ионных кристаллах* (ИЛ, М., 1950)

[27] Р.В. Емлин, А.С. Гилев. ЖТФ, **79** (1), 140 (2009).

[28] В.Д. Куликов. ЖТФ, **82** (2), 35 (2012).

[29] C.M. Osburn, D.W. Ormond. J. Electrochem. Soc.: Solid-State Sci. Technol., **119** (5), 597 (1972).