15

Метод рентгеновской осевой визуализации в ближнем поле (обзор)

© В.В. Лидер

Отделение „Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова“ Курчатовского комплекса кристаллографии и фотоники НИЦ „Курчатовский институт“,
119333 Москва, Россия
e-mail: vallider@yandex.ru

Поступило в Редакцию 15 октября 2025 г.
В окончательной редакции 5 декабря 2025 г.
Принято к публикации 24 декабря 2025 г.

Продемонстрированы принципы и недавний прогресс метода рентгеновской осевой фазово-контрастной и темнопольной визуализации в режиме ближнего поля вместе со связанной с этим обратной задачей получения количественной двух- или трехмерной информации об образце при наличии одного или нескольких его фазово-контрастных изображений. Рассмотрены алгоритмы, основанные на линеаризации соотношения между сдвигом фазы, вызванным объектом, и дифрагированной интенсивностью (в том числе TIE и CTF), нелинейные алгоритмы, а также алгоритмы, использующие принципы глубокого обучения. Обсуждены возможности применения уравнения Фоккера–Планка для визуализации в темном поле. Рассмотрены практические вопросы, касающиеся оптимизированной геометрии фазово-контрастной визуализации как функции расстояния распространения, разрешения детектора, размера источника. Приведены экспериментальные примеры, относящиеся к биомедицинским приложениям, и изложены перспективы на будущее.

Ключевые слова: рентгеновские лучи, интерференция, рефракция, малоугловое рассеяние, визуализация, ближнее поле, алгоритмы.

DOI: 10.61011/JTF.2026.07.63118.269-25

Введение

Рентгеновская радиография является уникальным неразрушающим методом исследований в различных областях науки, техники и медицины. Однако для ряда применений, особенно при получении изображений объектов, слабо поглощающих рентгеновские лучи (РЛ), например, состоящих из легких химических элементов, традиционная абсорбционная радиография не может быть эффективно использована, поскольку в таких объектах поглощение рентгеновского излучения чрезвычайно слабо. Следует заметить, что при прохождении через вещество рентгеновская волна не только поглощается, но и изменяется ее фаза. Локальные изменения толщины и рентгеновского показателя преломления n исследуемого образца приводят к фазовым сдвигам рентгеновских волн, проходящих через образец, и после свободного распространения на определенное расстояние эти фазовые сдвиги превращаются в обнаруживаемые изменения интенсивности с образованием фазоконтрастного изображения. Картина фазового контраста определяется интерференцией РЛ, рассеянных областями образца с различными показателями преломления.

Параметры δ и β, определяющие показатель преломления РЛ n ($n = 1 - \delta + i\beta$), вдали от краев поглощения описываются формулами [1]:

$$\delta = \rho\lambda^2 r_0 N_A Z/2\pi A, \quad (1)$$

$$\beta = \mu\lambda/4\pi, \quad (2)$$

где λ — длина волны излучения, N_A — число Авогадро, r_0 — классический радиус электрона, ρ — плотность вещества, Z и A — порядковый номер и атомный вес материала образца, μ — линейный коэффициент поглощения.

Интересно отметить, что декремент коэффициента преломления δ намного больше β, ответственного за поглощение РЛ. Например, для биологических тканей δ приблизительно в 10^3 раз больше, чем β для „жесткого“ рентгена (т.е. для РЛ с энергией $> 10\,\mathrm{keV}$). Поэтому различия в фазовом сдвиге РЛ для объекта с неоднородной плотностью значительно больше, чем различия в линейном коэффициенте поглощения. Следовательно, фазоконтрастное изображение может значительно увеличить чувствительность РЛ к малым изменениям структуры исследуемых объектов. Метод очень эффективен для исследования слабопоглощающих объектов с малыми вариациями коэффициента поглощения внутри объекта — для метода важны вариации декремента коэффициента преломления δ в объекте.

Было предложено несколько методов рентгеновской фазовой визуализации, например, решетчатая интерферометрия [2], методы, основанные на кристаллическом анализаторе [3] и спеклах [4], а также метод краевого освещения [5].

Фазово-контрастный осевой метод [6] предполагает простейшую реализацию, потому что он не требует введения какого-либо оптического элемента между образцом и рентгеновским детектором. Распространение

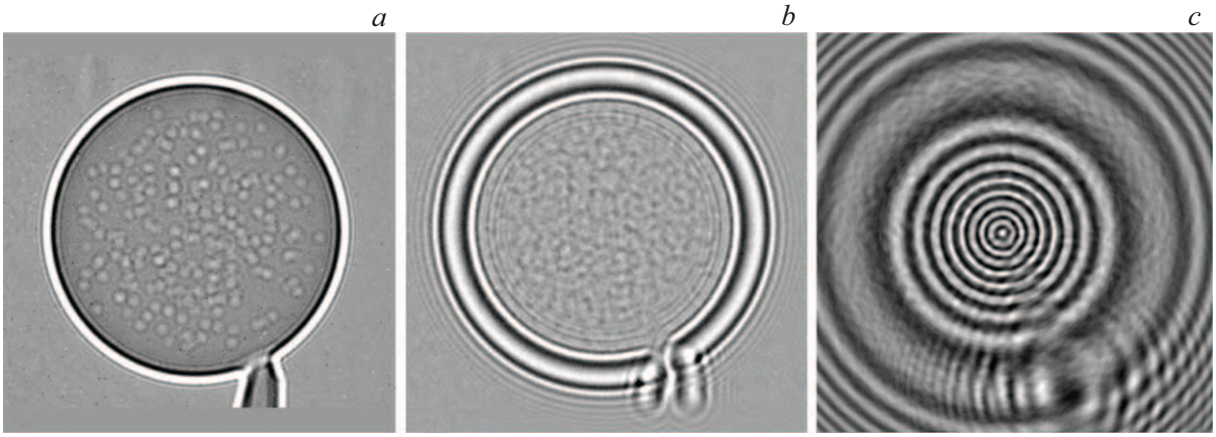


Рис. 1. . Фазоконтрастные изображения полистироловой сферы диаметром $100\,\mu$m, полученные с использованием высокоэнергетического синхротронного излучения, соответствующие ближнему (a), промежуточному (b) и дальнему (c) полю [6].

в свободном пространстве преобразует фазовую модуляцию прошедшего луча в амплитудную модуляцию. Контраст формируется интерференцией между частями волновых фронтов, которые испытали различные фазовые сдвиги.

Важным параметром, определяющим характер фазового контраста, является число Френеля $N_F = a^2/(\lambda z)$, где a — размер структуры в изображаемом объекте, z — координата плоскости детектирования в свободном пространстве (т.е. расстояние от объекта до детектора, также называемого расстоянием дефокусировки) [6]. Область дальнего поля (область Фрауэнгофера), область ближнего поля (область Френеля) и промежуточная область могут быть определены соответствующими величинами N_F: $N_F \ll 1 (z \gg a^2/\lambda)$, $N_F > 1 (z < a^2/\lambda)$, $N_F \approx 1 (z \approx a^2/\lambda)$.

Оказывается, что природа фазового контраста (и соответственно методы измерения и количественного определения фазы) существенно отличаются для разных областей распространения.

В ближней зоне картина фазового контраста определяется интерференцией РЛ, рассеянных областями объекта с различными показателями преломления; в случае криволинейной границы интерференция может вызвать появление темно-светлого контраста по краям изображения объекта (рис. 1, a).

Этот феномен известен как краевой эффект (рис. 2). Изображение имеет близкое сходство с объектом и может непосредственно использоваться для получения качественной информации об объекте, такой как размер, форма, внутренние границы и т.д., поскольку присутствует только один интерференционный максимум. В промежуточной зоне эффект изменения фазового контраста возрастает, что приводит к формированию сложной системы полос Френеля (рис. 1, b). Изображение объекта здесь искажено и быстро меняется с расстоянием распространения. Дальнейшее увеличение расстояния z усложняет интерференционную картину настолько, что интерпретировать ее становится затруднительно [7].

Хорошо известно [8], что в случае слабо поглощающих образцов и умеренных расстояний распространения ($N_F > 1$) контраст рентгеновского излучения пропорционален вторым производным (лапласиану) проецируемого распределения электронной плотности в образце. Как следствие, этот метод визуализации особенно чувствителен к краям и интерфейсам в образце, обеспечивая естественный эффект усиления краев на изображениях. С точки зрения большинства приложений это усиление края считается главным преимуществом метода.

В современной англоязычной научной литературе метод фазового контраста в ближнем поле (дифракция Френеля) носит название „propagation based phase contrast“, или „in-line phase contrast“.

Метод является самым простым и самым легким в практической реализации рентгеновским фазоконтрастным методом визуализации [9–11]. Обычно он включает в себя источник рентгеновского излучения, который может обеспечить высокую степень пространственной когерентности. Подходящие источники, которые использовались в этой модальности визуализации, включают в себя источники синхротронного излучения (СИ) [9,11], а также компактные лабораторные источники [12,13]. Метод нашел применение во многих областях, в том числе в биомедицине [12] и материаловедении [14].

В дополнение к сбору фазово-контрастных изображений (изображения в светлом поле), можно получать изображения в темном поле. Темнопольные изображения особенно чувствительны к мелким деталям, содержащим микроструктуры субпиксельного размера, которые являются результатом диффузного рассеяния падающего волнового поля на этих деталях из-за малоуглового рассеяния РЛ (МУРР) [15].

В обзоре для обозначения светлопольной и темнопольной визуализации будут использоваться термины „рентгеновская осевая фазоконтрастная визуализация

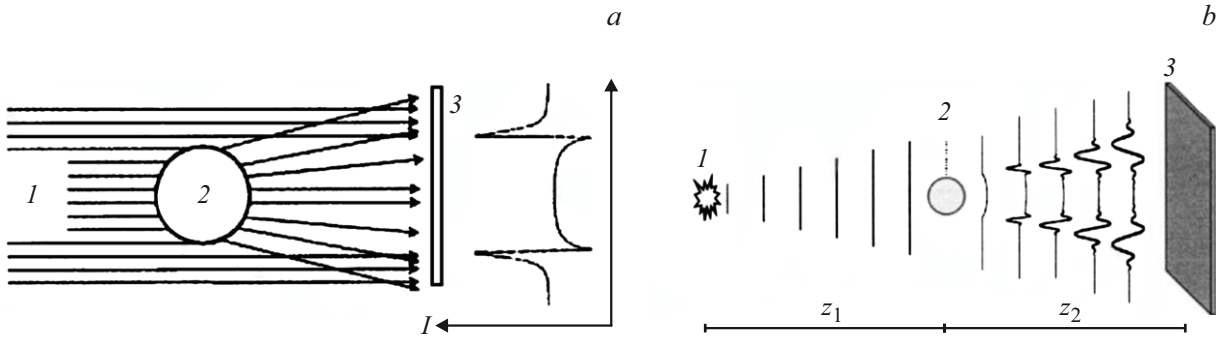


Рис. 2. Формирование краевого эффекта в ближнем поле для случая плоской (a) и квазисферической (b) когерентной первичной волны (*1* — источник излучения, *2* — образец, *3* — детектор).

(РОФКВ)“ и „рентгеновская осевая темнопольная визуализация (РОТВ)“ соответственно.

1. РОФКВ

1.1. Основы метода

Контраст и разрешение являются критериями, используемыми для определения видности изображения, которые зависят, в первую очередь, от пространственной (поперечной) когерентности излучения, при этом хроматическая (продольная) когерентность имеет меньшее значение [10]. Поэтому в РОФКВ, наряду с источниками СИ, успешно используются рентгеновские микрофокусные источники [10,16–20].

В случае поперечной когерентности l_x имеет значение размер источника. Размер источника s вызовет размытие дифракционной картины. Таким образом, в случае конусного пучка (рис. 2, b) приближенное условие видности дифракционной картины приводит к приближенной формуле [21]:

$$s_{\max} \approx (z_1/z_2)[\lambda z_1 z_2/(z_1+z_2)]^{1/2}, \qquad (3)$$

где z_1 и z_2 — расстояния между источником излучения и образцом и образцом и детектором соответственно (рис. 2, b). Формула (3) переходит в условие минимально допустимой поперечной когерентности l_x:

$$(l_x)_{\min} = \lambda z_1/s_{\max} \approx a/N_F^{1/2}. \qquad (4)$$

Для однородных слабопоглощающих образцов в параксиальном приближении и расстояний распространения z_2 в ближнем поле распределение интенсивности в плоскости детектора можно описать с помощью формулы (для простоты пространственные переменные опущены) [22]:

$$I = M^{-2} I_0 T[1 - (\lambda z_{\text{eff}}/2\pi)\Delta_\perp^2 \varphi], \qquad (5)$$

где $M = (z_1+z_2)/z_1$ — коэффициент увеличения, который учитывает расходимость пучка, $z_{\text{eff}} = z_2/M = z_1 z_2/(z_1+z_2)$ — эффективное расстояние распространения, I_0 — интенсивность первичного пучка, $T = \exp(-\int \mu\, dz)$ учитывает поглощение РЛ образцом, $\Delta_\perp^2$ — лапласиан в плоскости (x, y), нормальной направлению распространения z, а φ — фазовый сдвиг, вносимый образцом.

Фазовый контраст, описываемый последним членом в уравнении (5), можно считать пропорциональным второй производной распределения фазы и эффективному расстоянию распространения. Это означает, что дополнительный контраст, создаваемый сдвигом фазы, сильнее всего проявляется вокруг резких изменений действительной части показателя преломления, и что усиление фазового контраста может быть получено за счет увеличения расстояния „образец–детектор“.

Но на практике размеры источника рентгеновского излучения и пикселя детектора не могут быть проигнорированы, поскольку могут привести к размытию интерференционной картины при увеличении расстояния z_2.

Условия, при которых размер источника излучения s и размер пикселя детектора σ приводят к размытию интерференционных полос, определяют пространственное разрешение ξ.

Пространственное разрешение ξ для осевых методов дается формулой [23]:

$$\xi = 2(\ln 2)^{1/2}\eta, \qquad (6)$$

где η — разрешающая способность системы [23,24]:

$$\eta = \{(\sigma/M)^2 + [s(M-1)/M]^2\}^{1/2}, \qquad (7)$$

где s, σ — стандартные отклонения распределения интенсивности источника и функции рассеяния точки детектора соответственно.

Из (7) следует, что существует „конкуренция“ между размером источника и размером пикселя детектора, и что в предельных случаях плоской ($M = 1$) и квазисферической ($M \gg 1$) первичных волн разрешение определяется только разрешающей способностью детектора или только размером источника излучения соответственно.

Таким образом, анализ формул (5) и (7) приводит к выводу, что для конкретных экспериментальных условий существует оптимальное соотношение контраста и пространственного разрешения, определяемое расстояниями z_1 и z_2.

Отметим, что использование квазисферической волны имеет несколько преимуществ. Например, из-за увеличения размера интерференционной картины разрешение детектора сводится к отношению σ/M, что важно для преодоления ограничения разрешения, определяемого размером пикселя ПЗС (прибор с зарядовой связью; CCD — Charged Coupled Device)-детектора, часто используемого в РОФКВ. В случае первичной плоской волны уменьшение эффективного размера пикселя возможно при использовании сцинтиллятора, преобразующего РЛ в видимый свет, и оптического объектива [16,25,26]. Например, в работе [25] описывается экспериментальная установка, для которой расстояние от источника до образца составляло около 60 m, а расстояние от образца до детектора варьировалось от 0.01 до 3 m. Для преобразования рентгеновского излучения в видимый свет использовалась монокристаллическая пленка YAG толщиной 5 μm, легированная церием. Изображение увеличивалось с помощью объектива микроскопа и регистрировалось с помощью криогенно охлаждаемого ПЗС-детектора Princeton Instruments с размером пикселя 19 μm, что приводило к эффективному размеру пикселя 0.98 μm.

Подробное обсуждение контраста, разрешения и оптимизации условий визуализации для РОФКВ можно найти в нескольких статьях [12,19,24,27,28].

1.2. Реконструкция 2D-изображения

Реконструкция фазового изображения является важным требованием для количественного восстановления изображения в реальном пространстве. Здесь основные усилия были направлены на развитие линейных приближений для реконструкции изображения, которые позволили бы получить однозначное решение обратной задачи [29–32]. При использовании таких приближений могут быть рассчитаны фазовые и абсорбционные изображения образца по серии фазоконтрастных проекций, полученных на разных расстояниях распространения [33]. Использование нескольких расстояний, по-видимому, необходимо для достижения хорошего качества изображения при визуализации с высоким разрешением [34].

Однако изменение положения объекта приводит к рассогласованию полученных изображений (линейным и угловым). Таким образом, это не только увеличивает вычислительную сложность, но и снижает эффективность метода восстановления фазы. Сложность этого подхода возрастает, если необходимо получить полное трехмерное распределение показателя преломления объекта [29]. Что еще более важно, многократные измерения увеличивают время экспозиции и дозу облучения биологического образца.

В отличие от подхода с переменным расстоянием, подход с несколькими длинами волн, предложенный авторами работы [35], не предполагает никакого движения образца или детектора. Требуемые изображения при различных энергиях рентгеновского излучения могут быть получены либо путем настройки энергии падающих РЛ с помощью подходящего источника и монохроматора, либо, что предпочтительнее, путем использования полихроматического падающего пучка и энергоразрешающего детектора [35–37].

Очевидно, что получение фазового и абсорбционного изображения из одного измерения предпочтительнее по нескольким причинам, например, есть возможность выполнять динамическую спектральную визуализацию или избегать потенциального несовпадения сканов.

Линеаризация волнового уравнения, описывающего дифрагированную интенсивность РЛ, позволяет напрямую восстановить фазу объекта и абсорбцию из одного фазоконтрастного изображения. Разложение Тейлора первого порядка дает решение уравнения переноса интенсивности (Transport of Intensity Equation — TIE) [8,38], а приближение типа Борна [31,38] — решение, называемое функцией передачи контраста (contrast transfer function — CTF) [29,39].

Главное преимущество и основная причина популярности TIE — способность значительно увеличивать отношение сигнал/шум на изображении, не ухудшая при этом пространственное разрешение [40].

TIE подходит при работе с короткими расстояниями от объекта до детектора, а CTF — для объектов с медленно меняющейся фазой и слабым поглощением РЛ [41].

Чтобы расширить применимость приближений, был предложен смешанный подход, который напрямую связывает CTF и TIE [31,32]. Смешанный подход показал себя лучше всего при обработке зашумленных данных, как смоделированных, так и экспериментальных. Он превосходит метод CTF за счет более точной модели для сильно поглощающих объектов. Таким образом, если точность реконструкций является основной целью, особенно в случае количественного анализа, то смешанный подход будет правильным выбором [42].

Чтобы решить проблему восстановления фазы из одного фазоконтрастного изображения, были разработаны применимые к томографии алгоритмы, основанные на предварительной информации об объекте [42–44]: метод Бронникова [45], предполагающий отсутствие поглощения; модифицированный алгоритм Бронникова [46], допускающий слабое поглощение; алгоритм двойственности фазового ослабления [47], развитый для поглощения, пропорционального фазе ($\delta/\beta = \text{const}$); алгоритм TIE-Hom для однородного объекта или объекта одноэлементного состава [48]; алгоритм для двухкомпонентного объекта [49]; метод Фурье в приближении Борна [38] или в приближении Рытова [30]. В работе [50] проведен

сравнительный анализ перечисленных выше алгоритмов восстановления фазы.

В рентгеновской области волновое поле, распространяющееся в направлении z, в параксиальном приближении описывается формулой (8):

$$(2\pi/\lambda)\partial I(x, y, z)/\partial z = \nabla_\perp[I(x, y, z)\nabla_\perp\varphi(x, y, z)], \quad (8)$$

известной как уравнение переноса интенсивности [51], где (x, y, z) — декартовы пространственные координаты с осью z, совпадающей с оптической осью (направлением распространения падающего рентгеновского пучка), $I(x, y, z)$ — интенсивность рентгеновского излучения, $\varphi(x, y, z)$ — фазовая функция объекта, $\nabla_\perp$ — двумерный оператор градиента, действующий в плоскости $x-y$.

Для случая „однородного TIE“ (TIE-Hom) — одного из наиболее эффективных алгоритмов, используемых для мономорфных объектов, имеющих одинаковое отношение $\delta/\beta = \gamma$ по всему объекту [48], уравнение (8) упрощается:

$$I(x, y, z_2) = [1 - \gamma z_2/(2k)\Delta_\perp^2\varphi(x, y)]I(x, y, 0), \quad (9)$$

где $z = 0$ — местоположение „плоскости объекта“, а z_2 — местоположение плоскости детектора (изображения), $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Можно использовать фурье-представление обратного преобразования Лапласа $\Delta_\perp^2 = -\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}/(u^2 + v^2)]$ [52], чтобы получить следующее выражение для фазы [53]:

$$\varphi(x, y) = (\gamma/2) \times \ln\{\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}\{I(x, y)/I_0\}/(1 + \pi z_2\lambda\gamma(u^2 + v^2))]\}, \quad (10)$$

где $\mathcal{F}$ и $\mathcal{F}^{-1}$ обозначают прямое и обратное преобразования Фурье, а u и v — сопряженные фурье-координаты, соответствующие координатам x и y [48].

Методы, перечисленные выше, были основаны на линеаризации соотношения между сдвигом фазы, вызванным объектом, и дифрагированной интенсивностью.

Ограничения этих подходов могут быть смягчены методами, которые учитывают нелинейность фазовой задачи. Вводя нелинейность оптической системы, можно значительно повысить чувствительность и точность решения задачи восстановления фазы. Один из первых нелинейных методов восстановления фазы был предложен Гуреевым [54]. Этот метод использует фазовую карту, полученную с помощью TIE, в качестве начального приближения, которое затем уточняется методом Герхберга–Сакстона–Файнапа (GSF) [55]. При использовании линейного решения TIE в качестве отправной точки объем вычислений сокращается, а сходимость алгоритма улучшается. Однако прямая инверсия задач восстановления фазы TIE некорректна [53]. Традиционным выбором регуляризатора для устранения этой некорректности является метод Тихонова [56]. В работе [57] описана обычная регуляризация Тихонова и ее ограничения, и предлагается использовать абсорбционный контраст как основу в предположении однородности состава объекта исследования.

В работе [58] был предложен новый нелинейный алгоритм для метода РОФКВ, основанный на TIE. Другой нелинейный алгоритм, модифицирующий уравнение CTF, называемый проекционным CTF, был предложен в работе [59]. В дальнейшем были рассмотрены другие нелинейные алгоритмы [60–63].

Использование глубокого обучения [64] может стать новым подходом, который позволит обойти априорные предположения об объекте и линейность математической системы [65–67]. Было предложено несколько архитектур, например, Mixed Scale Dense Network [68] и PhaseGAN [69], с помощью которых возможно восстановить как абсорбцию, так и фазу. В работе [70] сверточные нейронные сети — мощный инструмент машинного обучения — используются для регуляризации задач восстановления фазы на основе CTF и повышения эффективности ее восстановления. Этот алгоритм устойчив к шуму и достаточно быстр для приложений с высоким разрешением. Авторы работы [71] предложили глубокий алгоритм Гаусса–Ньютона (Deep Gauss-Newton — DGN). DGN позволяет учитывать знание прямой модели в глубокой нейронной сети путем развертывания метода оптимизации Гаусса–Ньютона. Не нужно выбирать регуляризацию или размер шага, обучение осуществляется с помощью сверточных нейронных сетей. Предлагаемый алгоритм не требует начальной реконструкции и способен одновременно извлекать фазу и поглощение из дифракционной картины на одном расстоянии.

Хотя методы глубокого обучения могут давать впечатляющие реконструкции, как и при всех подходах к обучению, качество реконструкции ограничено качеством обучающих данных; более того, сети в значительной степени зависят от физических параметров, таких как энергия, расстояния распространения и размер пикселя, используемых для обучающих данных [72].

1.3. Реконструкция $3D$-изображения

Задача реконструкции в количественной фазово-контрастной компьютерной томографии (КТ) заключается в нахождении функции объекта $f(x, y, z)$ по измеренным значениям интенсивности $I_\theta(x, y)$, $0 \le \theta < \pi$. В литературе предложен ряд методов решения обратной задачи фазово-контрастной компьютерной томограммы (КТ) в условиях ближнего поля [46,73–75], в которых фаза восстанавливалась для каждой проекции отдельно с последующей томографической реконструкцией, выполняемой с помощью фильтрации обратного проецирования (Filtered Back Projection — FBP) [76]. Оператор

двумерного преобразования Фурье [77]:

$$\mathcal{F}g(\xi,\eta)=\Delta_{\perp}^{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp[-i2\pi(\xi x+\eta y)]g(x,y)dxdy \tag{11}$$

в сочетании с FBP

$$\mathcal{R}h(x,y,z)=\int_{0}^{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{-i2\pi[\xi(x\sin\theta+z\cos\theta)+\eta y]\}h(\xi,\eta,\theta)|\xi_{\theta}|d\xi d\eta d\theta \tag{12}$$

позволяет построить функцию объекта $f(x,y,z)$:

$$f(x,y,z)=\mathcal{R}\mathcal{F}P_{\theta}(x,y,z). \tag{13}$$

Это уравнение инверсии формирует математическую основу КТ, позволяя реконструировать трехмерное распределение $f(x,y,z)$ из набора измеренных проекций $P_{\theta}(x,y)$, полученных под разными углами ϑ внутри интервала $(0,\pi)$. Теперь можно использовать оператор FBP для получения выражений для раздельного восстановления действительной и мнимой частей комплексного показателя преломления [77]:

$$\beta(x,y,z)=(1/2k)\mathcal{R}\mathcal{F}\ln(I_{\theta}/I_{in})(x,y,z), \tag{14}$$

$$\delta(x,y,z)=(1/k)\mathcal{R}\mathcal{F}\varphi_{\theta}(x,y,z), \tag{15}$$

где I_{in} — интенсивность пучка, падающего на образец, $I_{\theta}(x,y)=I(x,y,0)$.

В работе [77] метод TIE-Hom был расширен для обеспечения количественно точного фазового восстановления изображений, содержащих неперекрывающиеся проекции m материалов. В обоих случаях априорная информация доступна для значений m для каждого материального интерфейса. Этап извлечения фазы для конкретного материала выполняется как операция фильтрации после реконструкции $3D$-изображения:

$$\delta(x,y,z)=[(2k/\gamma)-z_2\Delta_{\perp^2}]^{-1}\mathcal{R}\mathcal{F}K_{\theta}(x,y,z). \tag{16}$$

При условии слабого фазового контраста $K_{\theta}(x,y,z)\approx-\ln[I_{\theta}(x,y,z)/I_{in}]$.

Уравнение (16) является математической основой нового подхода для метода трехмерного восстановления фазы для слабо поглощающих объектов. Этот метод позволяет эффективно и точно реконструировать образцы из нескольких материалов в режиме TIE с несколькими заметными преимуществами по сравнению с альтернативными подходами. Также показано, что предлагаемый метод $3D$-TIE-Hom обеспечивает значительную вычислительную эффективность, где выполнение извлечения фазы после реконструкции устраняет необходимость в нескольких реконструкциях КТ, представляющих собой наиболее затратный с точки зрения вычислений элемент.

Однако для получения высококачественных изображений алгоритм FBP требует многих проекций, что приводит к большому общему времени экспозиции и, следовательно, большой дозе облучения объекта исследования. Например, для клинических применений важно снизить дозу облучения, сохранив высокое качество реконструированных изображений. В РОФКВ одним из подходов к снижению дозы облучения является сокращение общего времени экспозиции за счет сокращения количества проекций.

Метод одновременной алгебраической реконструкции (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique — SART) является важным методом итеративной реконструкции [78], который формулирует задачу реконструкции как дискретное линейное преобразование, и может обеспечить лучшие результаты, чем алгоритм FBP. Однако при применении алгоритма SART в случае малого количества проекций реконструированные изображения все еще сохраняют некоторые артефакты, что говорит о том, что эффективность алгоритма SART все еще нуждается в улучшении.

Метод прямой и обратной диффузионной фильтрации (Forward and Backward Diffusion Filtering — FAB) [79] является мощным методом нелинейной анизотропной диффузионной фильтрации. Он может обеспечить синергию сглаживания артефактов и сохранения деталей изображения, а также шумоподавление.

Для точной реконструкции КТ в условиях нескольких проекций в работе [80] был предложен алгоритм SART-FAB8, объединивший метод FAB с реконструкцией SART. Результаты показали, что алгоритм SART-FAB8 является эффективным методом снижения дозы облучения, и может не только уменьшить артефакты изображения, но также сохранить текстуры и тонкие структуры объекта. Кроме того, алгоритм SART-FAB8 имеет высокую скорость сходимости, что может помочь решить проблему крупномасштабных вычислений.

Хорошо известно, что в случае томографии картины дифракции, полученные при разных углах освещения объекта, не являются независимыми друг от друга [81]. Эта так называемая согласованность Хелгасона–Людвига была отправной точкой для реконструкции неполных данных в классической абсорбционной томографии [82]. Идея работы [83] заключалась в использовании условия согласованности в качестве неотъемлемого ограничения для решения фазовой проблемы, устраняя необходимость дополнительного априорного знания.

Оптимальное количество проекций, гарантирующих реконструкцию образца с хорошим разрешением, задается формулой $n_p=(\pi/2)N_d$, где N_d — количество пикселей в горизонтальной линии детектора [84]. Выбор n_p определяет угол между проекциями и, следовательно, пространственное разрешение восстановленного изображения.

На рис. 3 приведены фазоконтрастные $3D$-изображения различных объектов, полученных с использованием СИ [85,86] и микрофокусного источника рентгеновского излучения [87].

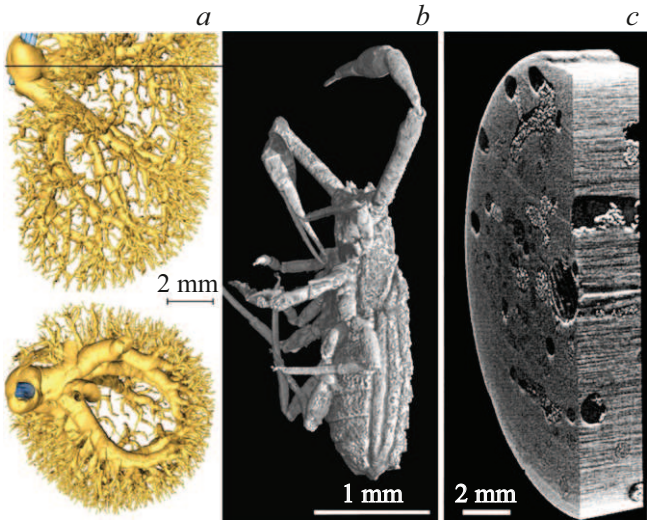


Рис. 3. Реконструкция изображения кровеносной системы печени крысы по 360 проекциям (экспозиция 14 s) при вращении образца на 180° (вид прямо и вид сверху). Сосуды заполнены газом до диаметра 60–100 μm, и все заполненные газом сосуды четко видны (энергия излучения — 35 keV) [87] (*a*); 3*D*-изображение самца ранее неизвестного вида *Pseudogarypus* в балтийском янтаре, полученное в результате обработки 1999 проекций при вращении объекта на 360° и облучении „розовым“ пучком с энергией 19.1 keV и времени экспозиции 0.3 s [86] (*b*); 3*D*-изображение деревянного основания трубы средневекового органа, полученное в результате обработки 1800 проекций при расстоянии между образцом и детектором 20 cm и энергии пучка 20 keV. Видны каналы, созданные личинками жука-древогрыза [85] (*c*).

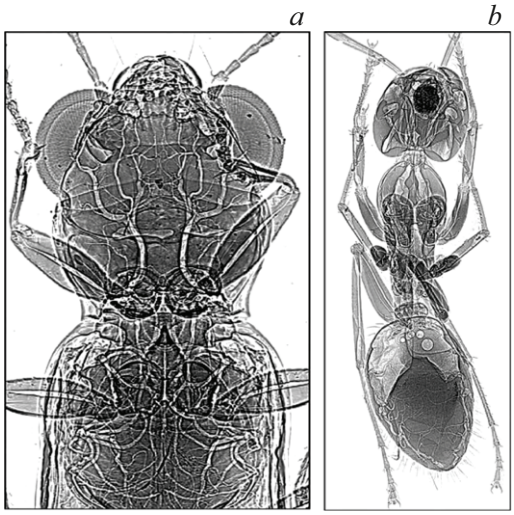


Рис. 4. Высококачественные проекционные изображения жука Notiophilus spp. (*a*) и муравья Camponotus pennsylvanicus (*b*). Видны различия в архитектуре трахеи этих насекомых: брюшной полости и воздушных мешков головы муравья и мешкообразных стволов трахеи в области грудной клетки. Светлые окружности в животе муравья являются пузырьками воздуха [89].

1.4. Применение

Бóльшая часть интереса к рентгеновской фазово-контрастной визуализации была стимулирована возможностью наблюдать особенности, которые не демонстрируют достаточного контраста поглощения, и именно в этой области были разработаны многие приложения этих идей. Биомедицинская визуализация стала областью особой важности [12,88].

Заметный фазовый контраст дает граница между воздухом в легких и окружающей тканью, что делает этот метод особенно востребованным для получения изображения дыхательных путей с высоким разрешением. В результате фазовый контраст при использовании источника СИ был использован для выяснения биомеханизмов сжатия трахеи и роли конвективных дыхательных механизмов насекомых [89] (рис. 4).

Фазово-контрастная рентгеновская визуализация может быть использована в пульмонологии [37,90–92]. В частности, ее уникальная способность разрешать границы между средами с различными показателями преломления была использована для изучения процесса очищения легких от жидкости при первых вздохах новорожденных кроликов [93]. При использовании этой техники до рождения легкие не видны (рис. 5, *a*), и становятся видимыми только по мере их аэрации (рис. 5, *b*–*d*), что позволяет визуализировать и отслеживать прогрессирование интерфейсов воздух–жидкость по мере их перемещения из проксимальных в дистальные дыхательные пути после рождения. В результате использования этой техники было показано, что вдох является основным фактором, регулирующим аэрацию легких у спонтанно дышащих крольчат.

Визуализация легких *in vivo* с трехмерным разрешением альвеол и перегородок должна гарантировать точную фиксацию движения легких в идентичных фазах сердцебиения и дыхания. Проблема решается с помощью визуализации 4DCT (четырехмерная компьютерная томография). Этот подход включает стробирование отдельных проекций с сердечными и дыхательными движениями. Для этой методики необходимы высокий поток фотонов и когерентность СИ, а также точное получение физиологического сигнала и программное обеспечение для управления, позволяющее точно запускать все компоненты процесса получения изображения [91].

Метод РОФКВ также нашел широкое применение в маммографии [18,94,95].

Хотя в работах [96,97] была продемонстрирована возможность КТ для визуализации целых человеческих органов (сердца, мозга, легких, почек и селезенки), однако на сегодняшний день фазово-контрастная маммография пациентов *in vivo* является, пожалуй, единственной областью медицины с успешным клиническим применением РОФКВ [98–100].

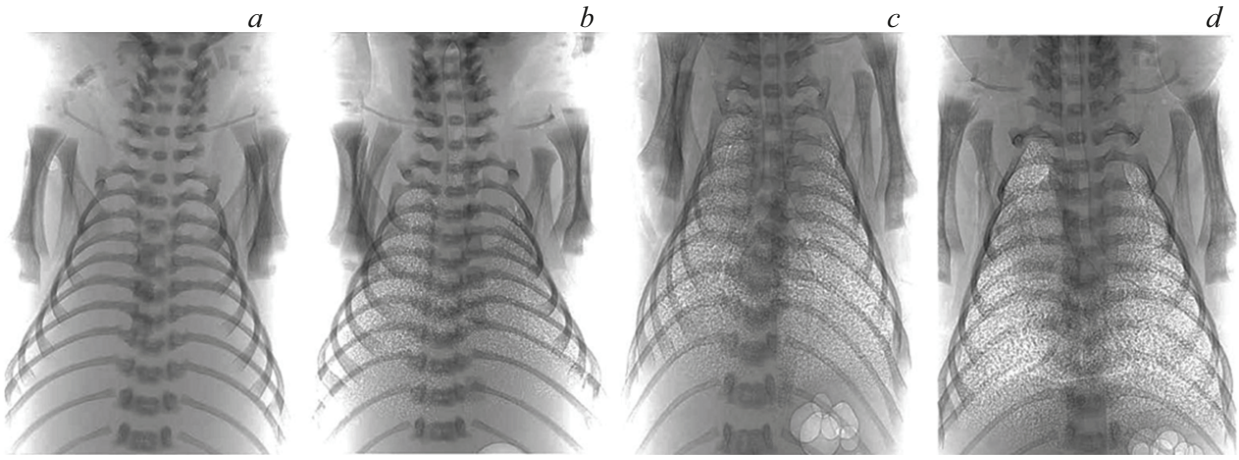


Рис. 5. Рентгеновский фазовый контраст изображения спонтанно дышащего новорожденного кролика. Изображения были получены до начала аэрации плода (*a*), затем через 3 (*b*), 15 (*c*) и 60 min (*d*) после рождения (применялось кесарево сечение). После аэрации легкого разница в коэффициенте преломления между воздухом и водой дает сильный фазовый контраст на всех границах воздух–жидкость, что делает возможным контроль заполнения воздухом легких. Детальный осмотр легких новорожденных на 60-й min после рождения показывает, что метод способен разрешить заполненные воздухом мелкие альвеолы размером $\sim 100\,\mu$m. [93].

Использование фазово-контрастной визуализации и томографии также возможно для широкого спектра задач материаловедения с использованием как синхротронных, так и лабораторных источников излучения [9,14]. Метод хорошо подходит для обнаружения трещин и пустот и анализа композитов и многофазных материалов [14], визуализации внутренней структуры металлических микрообработанных деталей, таких как микрофорсунки высокого давления для топливных инжекторов, с беспрецедентным пространственным разрешением [25].

2. РОТВ

Мультимодальные методы [2–5] могут легко и естественно выбирать между режимами светлого и темного полей, изменяя эффективную угловую полосу пропускания оптического элемента относительно направления распространения недифрагированного пучка (компонента Фурье нулевого порядка). Подобный выбор не может быть осуществлен в методе фазового контраста в ближнем поле, поскольку он не включает в себя какие-либо оптические элементы. Однако недавнее исследование с помощью подхода Фоккера–Планка [101] показало, что извлечение сигнала темного поля может быть осуществлено с помощью числовой постобработки двух или более изображений, полученных на разных расстояниях распространения. Недавние работы показали, что метод фазового контраста в ближнем поле может включать сигнал темного поля из-за локального диффузного рассеяния, вызванного образцом [101–103]. При этом TIE обобщается уравнением Фоккера–Планка, которое имеет конечно-разностную форму [101]:

$$I(x, y, z = \Delta) \approx I(x, y, z = 0) - (\Delta/k)\nabla_\perp \cdot [I(x, y, z)\nabla_\perp \varphi(x, y, z)]_{z=0} + \Delta^2\Delta_\perp^2 [D(x, y)I(x, y, z)]_{z=0}. \quad (17)$$

Здесь $I(x, y, z = \Delta)$ — интенсивность волнового поля рентгеновского излучения, зарегистрированного на детекторе, расположенном на расстоянии распространения $z = \Delta$ (z_2 на рис. 2, *b*), $I(x, y, z = 0)$ — интенсивность волнового поля на выходной поверхности ($z = 0$) образца, $D(x, y)$ — безразмерный коэффициент диффузии.

Последний член в правой части (17) включает диффузную часть рентгеновского уравнения Фоккера–Планка и описывает локальное размытие интенсивности волнового поля из-за МУРР. Это локальное размытие интенсивности волнового поля можно рассматривать как уменьшение видности измеренного распределения интенсивности рентгеновского излучения на детекторе. Соответственно коэффициент диффузии Фоккера–Планка $D(x, y)$ можно связать с сигналом темного поля. Таким образом, уравнение Фоккера–Планка можно рассматривать как естественное диффузное обобщение TIE, которое одновременно моделирует абсорбцию, фазу и эффекты темного поля в методе фазового контраста в ближнем поле.

Авторы работы [104] специализировались на сценарии образца, состоящего из одного материала с проецируемой толщиной образца $T(x, y)$ вдоль направления z. Фаза волнового поля на выходной поверхности образца и интенсивность волнового поля на выходной поверхности образца определяются следующим образом:

$$\varphi(x, y, z = 0) = -k\delta T(x, y), \quad (18)$$

$$I(x, y, z = 0) = I_0 \exp[-\mu T(x, y)], \quad (19)$$

где I_0 — интенсивность падающего на образец пучка. Использование того факта, что предположение об однородном образце подразумевает, что отношение $\delta(x, y, z)/\beta(x, y, z)$ должно быть одинаковым во всех местах образца, приводит к уравнению:

$$\begin{aligned} I(x, y, z = \Delta) =& I_0 \exp[-\mu T(x, y)] \\ & -\Delta I_0 \delta \mu \Delta_\perp^2 \exp[-\mu T(x, y)] \\ & +\Delta^2 I_0 \Delta_\perp^2 [D(x, y) \exp[-\mu T(x, y)]]. \end{aligned} \quad (20)$$

Заметим, что (20) содержит две неизвестные величины, а именно $D(x, y)$ и $T(x, y)$. Следовательно, для нахождения этих двух величин требуются два уравнения или два измерения. Самая простая переменная для изменения — расстояние распространения Δ, хотя также можно было бы записать (9) для двух разных энергий РЛ [105], поскольку δ и μ зависят от энергии рентгеновского пучка.

Исключая член $D(x, y)$, для $z = \Delta_1$ и $z = \Delta_2$ получим:

$$\begin{aligned} T(x, y) = & -(1/\mu) \ln\{\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}[\Delta_2^2 I(x, y, z = \Delta_1) \\ & - \Delta_1^2 I(x, y, z = \Delta_2)]/I_0[\Delta_2^2 - \Delta_1^2 \\ & + (\delta/\mu)\Delta_1\Delta_2(\Delta_2 - \Delta_1)(k_x^2 + k_y^2)])\}, \end{aligned} \quad (21)$$

где соответствующие координаты пространства Фурье обозначены как (k_x, k_y).

Чтобы применить метод восстановления, нужно сначала получить два изображения интенсивности на двух разных расстояниях распространения и вставить эти изображения интенсивности и соответствующие параметры в (21) для восстановления толщины образца. Затем нужно использовать полученное изображение толщины и одно из изображений интенсивности (например, для $z = \Delta_1$) для реконструкции сигнала темного поля:

$$\begin{aligned} D(x, y) = & \exp[\mu T(x, y)]\Delta_\perp^{-2}\{I(x, y, z = \Delta_1)/I_0\Delta_1^{-2} \\ & - [\Delta_1^{-2} - (\delta/\mu\Delta_1)\nabla_\perp^2] \exp[-\mu T(x, y)]\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Отметим, что существует компромисс между визуализацией фазовых эффектов и эффектов темного поля в описании Фоккера–Планка; выбранные расстояния распространения должны быть достаточно большими, чтобы четко отображать эффекты темного поля, но не должны быть настолько большими, чтобы было трудно визуализировать фазовые эффекты. Метод разработан для случая, когда выбранные расстояния распространения соответствовали условию ближнего поля [104].

В работе [106] сообщалось об экспериментальной реализации рентгеновской визуализации на синхротроне с использованием первой и третьей гармоник монохроматора и энергодисперсионного детектора для однокадровой визуализации в темном поле. Это устраняет необходимость взаимной юстировки нескольких изображений и позволяет получать изображения образца с разрешением по времени.

Авторы работы [102] показали, что возможно извлечь сигнал темного поля, содержащий вклад МУРР, с использованием одного изображения при условиях, что, во-первых, пространственное разрешение системы визуализации достаточно высоко, и, во-вторых, образец можно считать мономорфным. Было также продемонстрировано, что многие биомедицинские образцы, состоящие из различных мягких тканей (например, здоровые и злокачественные ткани молочной железы) могут считаться приблизительно однородными для целей количественного анализа изображений [107]. В качестве первого примера потенциального практического применения метода РОТВ была осуществлена визуализация рака молочной железы человека. Было показано, что предлагаемый вариант метода РОТВ способен обеспечить получение изображений лучшего качества, показывающих форму и количество микрокальцификатов, которые часто используются для дифференциации доброкачественных и злокачественных тканей при диагностике рака молочной железы. В дальнейшем были получены темнопольные изображения альвеол в легких детенышей кроликов [108].

Заключение

Подводя итог, отметим, что метод рентгеновской осевой визуализации в ближнем поле является наиболее используемой экспериментальной техникой в синхротронных центрах и лабораториях. Ее успех, в частности, обусловлен очень простой экспериментальной схемой, не требующей использования рентгеновской оптики, и отсутствием ограничений со стороны продольной когерентности.

Тем не менее необходимы дальнейшие исследования для разработки надежных методов для решения общей обратной задачи восстановления изображений как в светлом, так и в темном поле. Большие объемы данных, часто необходимых при построении 3*D*-изображений, не могут быть визуализированы в реальном времени с помощью традиционных подходов. Адаптация алгоритмов обработки изображений может потребоваться при изменении парадигмы представления данных на иерархическую структуру, необходимом для обеспечения визуализации в реальном времени в разумные сроки. И здесь на помощь может прийти искусственный интеллект и машинное обучение, призванные сыграть важную роль в будущем рентгеновских технологий. Они могут помочь в анализе изображений, повышении точности диагностики, автоматизации решения рутинных задач. Одной из главных задач является перенос лабораторных медицинских исследований в клиники. И здесь многоэнергетическая реконструкция открывает дверь к визуализации с однократной экспозицией и временным

разрешением. Такая реконструкция может потребовать совершенствования уже имеющихся и создания новых интенсивных полихроматических лабораторных источников. Например, в работах [19,20] сообщалось о маломощном микрофокусном полихроматическом источнике рентгеновского излучения, уже успевшем завоевать популярность у исследователей.

Надежду на внедрение в ближайшем будущем метода рентгеновской осевой визуализации в клиническую практику вселяет создание первого российского цифрового маммографа „Маммо-5МТ“ с функцией томосинтеза, обеспечивающего высококачественное рентгеновское изображение, необходимое для точной диагностики и выявления ранних стадий рака молочной железы, даже при ее высокой плотности.

Финансирование работы

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ „Курчатовский институт“.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] М.А. Блохин. *Физика рентгеновских лучей* (ГИТТЛ, М., 1957)
[2] F. Pfeiffer, M. Bech, O. Bunk, P. Kraft, E.F. Eikenberry, Ch. Brönnimann, C. Grünzweig, C. David. Nat. Mater., **7** (2), 134 (2008). DOI: 10.1038/nmat2096
[3] T.J. Davis, D. Gao, T.E. Gureyev, A.W. Stevenson, S.W. Wilkins. Nature, **373** (6515), 595 (1995). DOI: 10.1038/373595a0
[4] M.-C. Zdora. J. Imaging, **4** (5), (2018). DOI: 10.3390/jimaging4050060
[5] A. Olivo, R. Speller. Appl. Phys. Lett., **91** (7), 074106 (2007). DOI: 10.1063/1.2772193
[6] K.A. Nugent, D. Paganin, T.E. Gureyev. Phys. Today, **54** (8), 27 (2001). DOI: 10.1063/1.1404846
[7] B. Arhatari, A. Mancuso, A. Peele, K. Nugent. Rev. Sci. Instrum., **75** (12), 5271 (2004). DOI: 10.1063/1.1819652
[8] K.A. Nugent, T.E. Gureyev, D.F. Cookson, D. Paganin, Z. Barnea. Phys. Rev. Lett., **77** (14), 2961 (1996). DOI: 10.1103/PhysRevLett.77.2961
[9] A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, I. Schelokov. Rev. Sci. Instrum., **66** (12), 5486 (1995). DOI: 10.1063/1.1146073
[10] S.W. Wilkins, T.E. Gureyev, D. Gao, A. Pogany, A.W. Stevenson. Nature, **384** (6607), 335 (1996). DOI: 10.1038/384335a0
[11] P. Cloetens, R. Barrett, J. Baruchel, J.-P. Guigay, M.J. Schlenker. J. Phys. D: Appl. Phys., **29** (1), 133 (1996). DOI: 10.1088/0022-3727/29/1/023
[12] T.E. Gureyev, S.C. Mayo, D.E. Myers, Ya. Nesterets, D.M. Paganin, A. Pogany, A.W. Stevenson, S.W. Wilkins. J. Appl. Phys., **105** (10), 102005 (2009). DOI: 10.1063/1.3115402
[13] L. Quenot, S. Bohic, E. Brun. Appl. Sci., **12** (19), 9539 (2022). DOI: 10.3390/app12199539
[14] S.C. Mayo, A.W. Stevenson, S.W. Wilkins. Materials, **5** (5), 937 (2012). DOI: 10.3390/ma5050937
[15] D.M. Paganin, D. Pelliccia. Adv. Imaging Electron Phys., **218**, 63 (2021). DOI: 10.1016/bs.aiep.2021.04.002
[16] D.H. Larsson, W. Vågberg, A. Yaroshenko, A.Ö. Yildirim, H.M. Hertz. Sci. Rep., **6** (1), 39074 (2016). DOI: 10.1038/srep39074
[17] R. Gradl, M. Dierolf, L. Hehn, B. Günther, A.Ö. Yildirim, B. Gleich, K. Achterhold, F. Pfeiffer, K.S. Morgan. Sci. Rep., **7** (1), 4908 (2017). DOI: 10.1038/s41598-017-04739-w
[18] G. Mettivier, F. di Franco, A. Sarno, R. Castriconi, F. Di Lillo, K. Bliznakova, P. Russo. IEEE Trans. Radiat. Plasma Med. Sci., **5** (6), 793 (2020). DOI: 10.1109/trpms.2020.3003380
[19] H. Dierks, T. Dreier, R. Krüger, M. Bech, J. Wallentin. Appl. Opt., **62** (20), 5502 (2023). DOI: 10.1364/AO.491669
[20] M.S.S. Gobo, D.R. Balbin, M.G. Hönnicke, M.E. Poletti. J. Xray Sci. Technol., **32** (4), 1163 (2024). DOI: 10.3233/XST-230425
[21] Y. Hwu, W.-L. Tsai, A. Groso, G. Margaritondo, J.H. Je. J. Phys. D: Appl. Phys., **35** (13), R105 (2002). DOI: 10.1088/0022-3727/35/13/201
[22] P.C. Diemoz, A. Bravin, P. Coan. Opt. Express, **20** (3), 2789 (2012). DOI: 10.1364/OE.20.002789
[23] Q.-J. Jia, Y. Chen, G. Li, X.-M. Jiang. Chinese Phys. C, **36** (3), 267 (2012). DOI: 10.1088/1674-1137/36/3/014
[24] T.E. Gureyev, Y.I. Nesterets, A.W. Stevenson, P.R. Miller, A. Pogany, S.W. Wilkins. Opt. Express, **16** (5), 3223 (2008). DOI: 10.1364/oe.16.003223
[25] W.-K. Lee, K. Fezzaa, J. Wang. Appl. Phys. Lett., **87** (8), 084105 (2005). DOI: 10.1063/1.2034099
[26] M. Esposito, N. Schieber, A. Olivo, Y. Schwab, M. Endrizzi. Phys. Rev. Res., **7** (1), 013037 (2025). DOI: 10.1103/PhysRevResearch.7.013037
[27] Ya.I. Nesterets, S.W. Wilkins, T.E. Gureyev, A. Pogany, A.W. Stevenson. Rev. Sci. Instrum., **76** (9), 093706 (2005). DOI: 10.1063/1.2038107
[28] H. Dierks, J. Wallentin. Opt. Express., **28** (20), 29562 (2020). DOI: 10.1364/OE.399819
[29] P. Cloetens, W. Ludwig, J. Baruchel, D. Van Dyck, J. Van Landuyt, J.P. Guigay, M. Schlenker. Appl. Phys. Lett., **75** (19), 2912 (1999). DOI: 10.1063/1.125225
[30] T.E. Gureyev, T.J. Davis, A. Pogany, S.C. Mayo, S.W. Wilkins. Appl. Opt., **43** (12), 2418 (2004). DOI: 10.1364/ao.43.002418
[31] X. Wu, H. Liu. J. X-Ray Sci. Technol., **11** (1), 33 (2003). DOI: 10.3233/XST-2003-00077
[32] J.P. Guigay, M. Langer, R. Boistel, P. Cloetens. Opt. Lett., **32** (12), 1617 (2007). DOI: 10.1364/OL.32.001617
[33] A. Kostenko, K.J. Batenburg, H. Suhonen, S.E. Offerman, L.J. van Vliet. Opt. Express, **21** (1), 710 (2013). DOI: 10.1364/OE.21.000710
[34] M. Langer, P. Cloetens, A. Pacureanu, F. Peyrin. Opt. Lett., **37** (11), 2151 (2012). DOI: 10.1364/OL.37.002151
[35] T.E. Gureyev, S. Mayo, S.W. Wilkins, D. Paganin, A.W. Stevenson. Phys. Rev. Lett., **86** (25), 5827 (2001). DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.5827
[36] Y.S. Kashyap, A. Agrawal, P.S. Sarkar, M. Shukla, T. Roy, A. Sinha. J. Synchrotron Rad., **17** (6), 799 (2010). DOI: 10.1107/S0909049510028311

[37] F. Schaff, K.S. Morgan, J.A. Pollock, L.C.P. Croton, S.B. Hooper, M.J. Kitchen. IEEE Trans. Med. Imaging., **39** (12), 3891 (2020). DOI: 10.1109/TMI.2020.3006815
[38] T.E. Gureyev, A. Pogany, D.M. Paganin, S.W. Wilkins. Opt. Commun., **231** (1–6), 53 (2004). DOI: 10.1016/j.optcom.2003.12.020
[39] L.D. Turner, B.B. Dhal, J.P. Hayes, A.P. Mancuso, K.A. Nugent, D. Paterson, R.E. Scholten, C.Q. Tran, A.G. Peele. Opt. Express, **12** (13), 2960 (2004). DOI: 10.1364/opex.12.002960
[40] T.E. Gureyev, D.M. Paganin H.M. Quiney. J. Synchrotron Rad., **31** (4), 896 (2024). DOI: 10.1107/S1600577524003886
[41] L. Weber, A. Hänsch, U. Wolfram, A. Pacureanu, P. Cloetens, F. Peyrin, S. Rit, M. Langer. J. Microsc., **269** (1), 36 (2018). DOI: 10.1111/jmi.12606
[42] M. Langer, P. Cloetens, J.-P. Guigay, F. Peyrin. Med. Phys., **35** (10), 4556 (2008). DOI: 10.1118/1.2975224
[43] A. Burvall, U. Lundström, P.A.C. Takman, D.H. Larsson. Opt. Express, **19** (11), 10359 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.010359
[44] P.M. Bidola. *Characterization and Application of High Resolution Phase-Contrast Laboratory Micro-CT Setups* (Dissertation, Munchen, 2017)
[45] A.V. Bronnikov. Opt. Commun., **171** (4–6), 239 (1999). DOI: 10.1016/S0030-4018(99)00575-1
[46] A. Groso, R. Abela, M. Stampanoni. Opt. Express, **14** (18), 8103 (2006). DOI: 10.1364/oe.14.008103
[47] X. Wu, H. Liu. Opt. Express, **13** (16), 6000 (2005). DOI: 10.1364/opex.13.006000
[48] D. Paganin, S.C. Mayo, T.E. Gureyev, P.R. Miller, S.W. Wilkins. J. Microsc., **206** (1), 33 (2002). DOI: 10.1046/j.1365-2818.2002.01010
[49] M.A. Beltran, D. Paganin, K. Uesugi, M.J. Kitchen. Opt. Express, **18** (7), 6423 (2010). DOI: 10.1364/OE.18.006423
[50] R.C. Chen, L. Rigon, R. Longo. Opt. Express, **21** (6), 7384 (2013). DOI: 10.1364/OE.21.007384
[51] M.R. Teague. J. Opt. Soc. Am., **73** (11), 1434 (1983). DOI: 10.1364/JOSA.73.001434
[52] T.E. Gureyev, K.A. Nugent. Opt. Commun., **133** (1–6), 339 (1997). DOI: 10.1016/S0030-4018(96)00454-3
[53] A. Pan, L. Xu, J.C. Petruccelli, R. Gupta, G. Barbastathis. Proc. SPIE, **9209**, 92090R (2014). DOI: 10.1117/12.2060605
[54] T.E. Gureyev. Opt. Commun., **220** (1–3), 49 (2003). DOI: 10.1016/S0030-4018(03)01353-1
[55] J.R. Fienup. Appl. Opt., **21** (15), 2758 (1982). DOI: 10.1364/AO.21.002758
[56] А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. *Методы решения некорректных задач* (Наука, М., 1974) [A.N. Tikhonov, V.A. Arsenin. *Solution of Ill-Posed Problems* (Winston & Sons, NY., 1977]
[57] M. Langer, P. Cloetens, F. Peyrin. IEEE Trans. Image Process., **19** (9), 2428 (2010). DOI: 10.1109/TIP.2010.2048608
[58] J. Moosmann, R. Hofmann, A. Bronnikov, T. Baumbach. Opt. Express, **18** (25), 25771 (2010). DOI: 10.1364/OE.18.025771
[59] J. Moosmann, R. Hofmann, A. Bronnikov, T. Baumbach. Opt. Express, **19** (13), 12066 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.012066
[60] V. Davidoiu, B. Sixou, M. Langer, F. Peyrin. IEEE Signal Process. Lett., **19** (9), 579 (2012). DOI: 10.1109/LSP.2012.2207113
[61] V. Davidoiu, B. Sixou, M. Langer, F. Peyrin. Appl. Opt., **52** (17), 3977 (2013). DOI: 10.1364/AO.52.003977
[62] K.A. Mohan, X. Xiao, C.A. Bouman. IEEE Int. Conf. Im. Proc. (ICIP), **1754** (2016). DOI: 10.1109/ICIP.2016.7532659
[63] K.A. Mohan, J.-B. Forien, V. Sridhar, J. Cuadra, D. Parkinson. arXiv:2305.00334v1 (2023). DOI: 10.48550/arXiv.2305.00334
[64] Y. LeCun, Y. Bengio, G. Hinton. Nature, **521** (7553), 436 (2015). DOI: 10.1038/nature14539
[65] Y. Wu, L. Zhang, S. Guo, L. Zhang, F. Gao, M. Jia, Z. Zhou. Phys. Med., **95**, 41 (2022). DOI: 10.1016/j.ejmp.2021.12.017
[66] F. Li, Y. Zhao, S. Han, D. Ji, Y. Li, M. Zheng, W. Lv, J. Jian, X. Zhao, C. Hu. Opt. Lett., **47** (16), 4259 (2022). DOI: 10.1364/OL.466306
[67] R. Deshpande, A. Avachat, F.J. Brooks, M.A. Anastasio. Phys. Med. Biol., **68** (8), 085005 (2023). DOI: 10.1088/1361-6560/acc2aa
[68] K. Mom, B. Sixou, M. Langer. Appl. Opt., **61** (9), 2497 (2022). DOI: 10.1364/AO.443330
[69] Y. Zhang, M.A. Noack, P. Vagovic, K. Fezzaa, F. Garcia-Moreno, T. Ritschel, P. Villanueva-Perez. Opt. Express, **29** (13), 19593 (2021). DOI: 10.1364/OE.423222
[70] C. Bai, M. Zhou, J. Min, S. Dand, X. Yu, P. Zhang, T. Peng, B. Yao. Opt. Lett., **44** (21), 5141 (2019). DOI: 10.1364/OL.44.005141
[71] K. Mom, M. Langer, B. Sixou. Opt. Lett., **48** (5), 1136 (2023). DOI: 10.1364/OL.484862
[72] K. Mom, M. Langer, B. Sixou. Opt. Lett., **47** (20), 5389 (2022). DOI: 10.1364/OL.469174
[73] A.V. Bronnikov. J. Opt. Soc. Am. A, **19** (3), 472 (2002). DOI: 10.1364/JOSAA.19.000472
[74] M.A. Anastasio, D. Shi, F. De Carlo, X. Pan. Phys. Med. Biol., **49** (1), 121 (2004). DOI: 10.1088/0031-9155/49/1/009
[75] T.E. Gureyev, D.M. Paganin, G.R. Myers, Ya.I. Nesterets, S. Wilkins. Apll. Phys. Lett., **89** (3), 034102 (2006). DOI: 10.1063/1.2226794
[76] A.V. Bronnikov. Proc. SPIE, **6318**, 63180Q (2006). DOI: 10.1117/12.679389
[77] D.A. Thompson, Y.I. Nesterets, K.M. Pavlovc, T.E. Gureyev. J. Synchrotron Rad., **26** (3), 825 (2019). DOI: 10.1107/S1600577519002133
[78] P. Hansen, M. Saxild-Hansen. J. Comput. Appl. Math., **236** (8), 2167 (2012). DOI: 10.1016/j.cam.2011.09.039
[79] G. Gilboa, N. Sochen, Y. Zeevi. IEEE Trans. Image Process., **11** (7), 689 (2002). DOI: 10.1109/TIP.2002.800883
[80] Y. Zhao, M. Sun, D. Ji, C. Cong, W. Lv, Q. Zhao, L. Qin, J. Jian, X. Chen, C. Hu. J. Synchrotron Rad., **25** (5), 1450 (2018). DOI: 10.1107/S1600577518009219
[81] D. Ludwig. Commun. Pure Appl. Math., **19** (1), 49 (1966). DOI: 10.1002/cpa.3160190105
[82] H. Kudo, T. Saito. J. Opt. Soc. Am. A, **8** (7), 1148 (1991). DOI: 10.1364/JOSAA.8.001148
[83] A. Ruhlandt, M. Krenkel, M. Bartels, T. Salditt. Phys. Rev. A, **89** (3), 033847 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevA.89.033847
[84] A. Sakellariou, T.J. Sawkins, T.J. Senden, A. Limaye. Physica A, **339** (1), 152 (2004). DOI: 10.1016/j.physa.2004.03.055

[85] B. Bentivoglio-Ravasio, E. Marconi, L. Trotta, D. Dreossi, N. Sodini, L. Mancini, F. Zanini, C. Tonini. J. Ent. Acarol. Res. Ser. II, **43** (2), 149 (2011). DOI: 10.4081/jear.2011.149
[86] H. Henderickx, P. Tafforeau, C. Soriano. Palaeontol. Electron., **15** (2), 17A (2012). DOI: 10.26879/310
[87] U. Lundström, D.H. Larsson, A. Burvall, P.A.C. Takman, L. Scott, H. Brismar, H.M. Hertz. Phys. Med. Biol., **57** (9), 2603 (2012). DOI: 10.1088/0031-9155/57/9/2603
[88] E.R. Shanblatt, Y. Sung, R. Gupta, B.J. Nelson, S. Leng, W.S. Graves, C.H. McCollough. Opt. Express, **27** (4), 4504 (2019). DOI: 10.1364/OE.27.004504
[89] J.J. Socha, T.D. Förster, K.J. Greenlee. Respir. Physiol. Neurobiol., **173**, S65 (2010). DOI: 10.1016/j.resp.2010.03.013
[90] W.L. Wagner, F. Wuennemann, S. Pacilé, J. Albers, F. Arfelli, D. Dreossi, J. Biederer, P. Konietzke, W. Stiller, M.O. Wielpütz, A. Accardo, M. Confalonieri, M. Cova, J. Lotz, F. Alves, H.-U. Kauczor, G. Tromba, C. Dullin. J. Synchrotron Rad., **25** (6), 1827 (2018). DOI: 10.1107/S1600577518013401
[91] S. Bayat, L. Porra, P. Suortti, W. Thomlinson. Phys. Med., **79**, 22 (2020). DOI: 10.1016/j.ejmp.2020.10.001
[92] J. Albers, W.L. Wagner, M.O. Fiedler, A. Rothermel, F. Wunnemann, F. Di Lillo, D. Dreossi, N. Sodini, E. Baratella, M. Confalonieri, F. Arfelli, A. Kalenka, J. Lotz, J. Biederer, M.O. Wielputz, H.-U. Kauczor, F. Alves, G. Tromba, C. Dullin. Sci. Rep., **13** (1), 4788 (2023). DOI: 10.1038/s41598-023-30870-y
[93] S.B. Hooper, M.J. Kitchen, M.L. Siew, R.A. Lewis, A. Fouras, A.B. te Pas, K.K. Siu, N. Yagi, K. Uesugi, M.J. Wallace. Clin. Exp. Pharmacol. Physiol., **36** (1), 117 (2009). DOI: 10.1111/j.1440-1681.2008.05109.x
[94] S.T. Taba, T.E. Gureyev, M. Alakhras, S. Lewis, D. Lockie, P.C. Brennan. American J. Roentgenology (AJR), **211** (1), 133 (2018). DOI: 10.2214/ajr.17.19179
[95] S. Wan, B.D. Arhatari, Y.I. Nesterets, S.C. Mayo, D. Thompson, J. Fox, B. Kumar, Z. Prodanovic, D. Hausermann, A. Maksimenko, C. Hall, M. Dimmock, K.M. Pavlov, D. Lockie, M. Rickard Z. Gadomkar, A. Aminzadeh, E. Vafa, A. Peele, H.M. Q.S. Lewis, T.E. Gureyev, P.C. Brennan, S.T. Taba. J. Med. Imaging (Bellingham), **8** (5), 052108 (2021). DOI: 10.1117/1.JMI.8.5.052108
[96] G. Shinohara, K. Morita, M. Hoshino, Y. Ko, T. Tsukube, Y. Kaneko, H. Morishita, Y. Oshima, H. Matsuhisa, R. Iwaki, M. Takahashi, T. Matsuyama, K. Hashimoto, N. Yagi. World J. Pediatr. Congenit. Heart Surg., **7** (6), 700 (2016). DOI: 10.1177/2150135116675844
[97] C.L. Walsh, P. Tafforeau, W.L. Wagner, D.J. Jafree, A. Bellier, C. Werlein, M.P. Kühne, E. Boller, S. Walker-Samuel, J.L. Robertus, D.A. Long, J. Jacob, S. Marussi, E. Brown, N. Holroyd, D.D. Jonigk, M. Ackermann, P.D. Lee. Nat. Methods, **18** (12), 1532 (2021). DOI: 10.1038/s41592-021-01317-x
[98] G. Tromba, R. Longo, A. Abrami, F. Arfelli, A. Astolfo, P. Bregant, F. Brun, K. Casarin, V. Chenda, D. Dreossi, M. Hola, J. Kaiser, L. Mancini, R.H. Menk, E. Quai, E. Quaia, L. Rigon, T. Rokvic, N. Sodini, D. Sanabor, E. Schultke, M. Tonutti, A. Vascotto, F. Zanconati, M. Cova, E. Castelli. AIP Conf. Proc., **1266** (1), 18 (2010). DOI: 10.1063/1.3478190
[99] E. Castelli, M. Tonutti, F. Arfelli, R. Longo, E. Quaia, L. Rigon, D. Sanabor, F. Zanconati, D. Dreossi, A. Abrami, E. Quai, P. Bregant, K. Casarin, V. Chenda, R.H. Menk, T. Rokvic, A. Vascotto, G. Tromba, M.A. Cova. Radiology, **259** (3), 684 (2011). DOI: 10.1148/radiol.11100745
[100] R. Longo, M. Tonutti, L. Rigon, F. Arfelli, D. Dreossi, E. Quai, F. Zanconati, E. Castelli, G. Tromba, M.A. Cova. Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci., **372** (2010), 20130025 (2014). DOI: 10.1098/rsta.2013.0025
[101] D.M. Paganin, K.S. Morgan. Sci. Rep., **9** (1), 17537 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-52284-5
[102] T.E. Gureyev, D.M. Paganin, B. Arhatari, S.T. Taba, S. Lewis, P.C. Brennan, H.M. Quiney. Phys. Med. Biol., **65** (21), 215029 (2020). DOI: 10.1088/1361-6560/abac9d
[103] A. Aminzadeh, B.D. Arhatari, A. Maksimenko, C.J. Hall, D. Hausermann, A.G. Peele, J. Fox, B. Kumar, Z. Prodanovic, M. Dimmock, D. Lockie, K.M. Pavlov, Y.I. Nesterets, D. Thompson, S.C. Mayo, D.M. Paganin, S.T. Taba, S. Lewis, P.C. Brennan, H.M. Quiney, T.E. Gureyev. IEEE Trans. Med. Imaging, **41** (11), 2980 (2022). DOI: 10.1109/TMI.2022.3175924]
[104] T.A. Leatham, D.M. Paganin, K.S. Morgan. IEEE Trans. Med. Imaging, **42** (6), 1681 (2023). DOI: 10.1109/TMI.2023.3234901
[105] J.N. Ahlers, K.M. Pavlov, M.J. Kitchen, K.S. Morgan. Optica, **11** (8), 1182 (2024). DOI: 10.1364/OPTICA.506742
[106] J.N. Ahlers, K.M. Pavlov, M.J. Kitchen, S.A. Harker, E.J. Pryor, J.A. Pollock, M.K. Croughan, Y.Y. How, M.-C. Zdora, L.F. Costello, D.W. O'Connell, C. Hall, K.S. Morgan. Opt. Letters, **50** (7), 2171 (2025). DOI: 10.1364/OL.553310
[107] T. Gureyev, S. Mohammadi, Y. Nesterets, C. Dullin, G. Tromba. J. Appl. Phys., **114** (14), 144906 (2013). DOI: 10.1063/1.4824491
[108] D.W. O'Connell, K.S. Morgan, T.E. Gureyev, L.C.P. Croton, J.A. Pollock, G. Ruben, K.J. Crossley, M.J. Wallace, E.V. McGillick, S.B. Hooper, M.J. Kitchen. arXiv:2505.02695v1 [physics.med-ph] 2025